Mathematik I

60 Minuten · 10 Aufgaben · 30 Punkte

Name: _____

- 60 Minuten
- Kein Taschenrechner
- Erlaubt: Geodreieck, Zirkel, Lineal, Farbstifte
- Lösungsweg mit nachvollziehbaren Berechnungen angeben

---

1 Bruchterme berechnen

4 Punkte

Berechne und gib das Ergebnis als vollständig gekürzten Bruch an:

a) $\frac{2}{5} \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4}\right)$

Ergebnis: _____

b) $\left(\frac{22}{11} + \frac{1}{3}\right) : 3$

Ergebnis: _____

---

2 Zahlen vergleichen

Kreuze jeweils das Zeichen an, das in das Quadrat gehört: (Beide Kreuze richtig: 2 Pkt., ein Kreuz richtig, ein Feld leer: 1 Pkt., ein Kreuz richtig, eines falsch: 0.5 Pkt)

a) $1234 \cdot 4321 \square 2345 \cdot 3210$

Zeichen (< / = / >): _____

b) $\frac{2}{3}$

von 99 $\square$ $\frac{5}{8}$ von 96

Zeichen (< / = / >): _____

---

3 Lineare Gleichungen lösen

4 Punkte

Berechne x:

a) $4x - 3 = 3x - 1$

x: _____

b) $4 - 2 \cdot 5 = x + 1$

x: _____

c) $2 \cdot (3 - 2x) = 2 - (x - 1)$

x: _____

4 Bruchteile einer Schülerzahl

3 Punkte

Von 3600 Schülerinnen/Schüler einer Schule sind zwei Drittel weiblich. Von diesen spricht ein Viertel zwei Sprachen fliessend. Drei Fünftel dieser zweisprachigen Schülerinnen gehen gern zum Sportunterricht. Wie viele zweisprachige Schülerinnen gehen gern zum Sport?

Anzahl: _____ Schülerinnen

5 Preis vor der Reduktion

2 Punkte

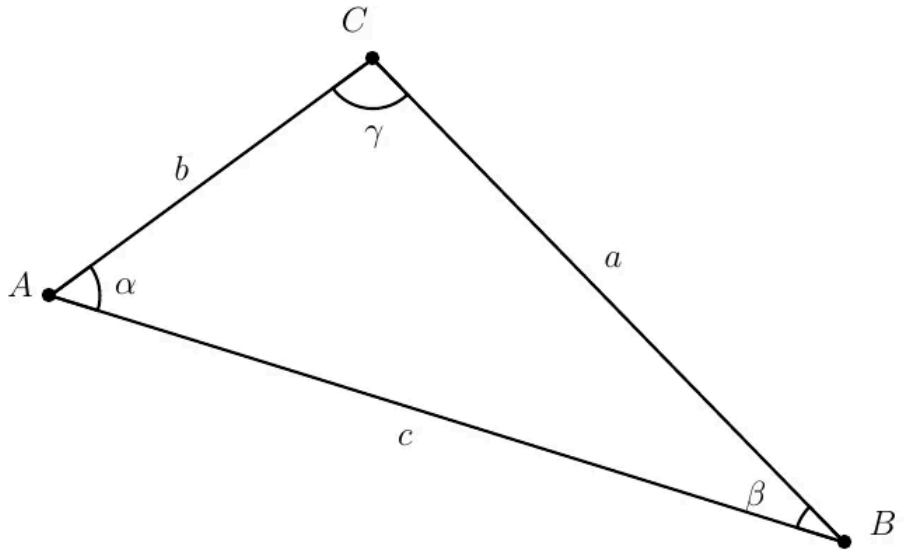
Eine Hose wird im Preis um 20% reduziert und kostet jetzt nur noch 120 CHF. Wie viel kostete sie vor der Reduktion?

Ursprünglicher Preis: _____ CHF

6 Winkel und Linien im Dreieck

3 Punkte

Gegeben ist das Dreieck unten mit den üblichen Bezeichnungen.



a) Welche der Winkel α, β und γ sind stumpfe Winkel?

Stumpfe Winkel: _____

b) Zeichne die folgenden Geraden mit dem Geodreieck und den folgenden Kreis von Hand oder mit dem Zirkel möglichst genau in die Vorlage ein und beschrifte sie (keine Konstruktionen erforderlich):

- m_a: Mittelsenkrechte der Seite a
- l_c: Senkrechte auf die Seite c durch den Punkt C
- w_β: Winkelhalbierende des Winkels β
- U: Umkreis des Dreiecks

---

7 Tabelle mit Anteilen

2 Punkte

Vervollständige die Tabelle.

Menge:	50 kg	_____	3 kg
Anteil:	100%	45%	_____

Menge bei 45%: _____ kg

Anteil von 3 kg: _____ %

8 Masseinheiten umrechnen

3 Punkte

Rechne in die vorgegebene Einheit um:

a) $7'100'000$

mg in kg

Masse: _____ kg

b) 1.6

m^3 in dm^3

Volumen: _____ dm^3

9 Vielecke im Koordinatensystem

3 Punkte

a) Benenne die unten dargestellten Drei- und Vierecke mit ihrer genausten geometrischen Bezeichnung! (Beispielsweise: Quadrat, Rechteck etc.)

A: _____

B: _____

C: _____

D: _____

A: _____

B: _____

C: _____

D: _____

b) Markiere alle Eckpunkte farbig, deren x- und y-Koordinate jeweils gleich sind.

---

10 Abkühlungskurve eines Getränks

4 Punkte

Ein Getränk, das zu Beginn 25 °C warm ist, wird in den Kühlschrank gestellt, damit es sich abkühlt. Der Verlauf der Temperatur des Getränks kann mit dem folgenden Funktionsgraphen dargestellt werden:

a) Wie viele Minuten musst du warten, bis das Getränk noch 10 °C warm ist?

b) Woran kannst du beim Funktionsgraphen erkennen, dass das Getränk zu Beginn am schnellsten abkühlt?

c) Um wie viele Prozent nimmt die Temperatur des Getränks in 2 Minuten ab?

Abnahme: _____ %

Lösungen

Aufnahmeprüfung Gymnasium Bern 2022 Mathematik I 8. Schuljahr. Lösungswege von Fokus Nachhilfe nach der offiziellen Lösung des Kantons.

1 Bruchterme berechnen

4 Punkte

a) **Ergebnis:** $\frac{1}{6}$

- Klammer zuerst, auf den gemeinsamen Nenner 12 bringen: $\frac{2}{3} - \frac{1}{4} = \frac{8}{12} - \frac{3}{12} = \frac{5}{12}$
- Multiplizieren: $\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{12} = \frac{10}{60}$
- Kürzen mit 10: $\frac{10}{60} = \frac{1}{6}$

b) **Ergebnis:** $\frac{7}{9}$

- Gleichnamig machen (Nenner 33): $\frac{22}{11} + \frac{1}{3} = \frac{66}{33} + \frac{11}{33} = \frac{77}{33}$
- Durch 3 teilen heisst mit $\frac{1}{3}$ multiplizieren: $\frac{77}{33} \cdot \frac{1}{3} = \frac{77}{99}$
- Kürzen mit 11: $\frac{77}{99} = \frac{7}{9}$

Schneller: $\frac{22}{11} = 2$, also $\left(2 + \frac{1}{3}\right) : 3 = \frac{7}{3} : 3 = \frac{7}{9}$.

2 Zahlen vergleichen

a) **Ergebnis:** $1234 \cdot 4321 < 2345 \cdot 3210$

- Ausgerechnet: $1234 \cdot 4321 = 5332114$ und $2345 \cdot 3210 = 7527450$, also $<$.
- Ohne Rechnen: Grob überschlagen $1200 \cdot 4300 \approx 5.2$ Millionen und $2300 \cdot 3200 \approx 7.4$ Millionen. Der Unterschied ist so gross, dass der Überschlag reicht.

b) **Ergebnis:** $66 > 60$**, also** $>$

- $\frac{2}{3}$ von 99: $99 : 3 = 33, 33 \cdot 2 = 66$
- $\frac{5}{8}$ von 96: $96 : 8 = 12, 12 \cdot 5 = 60$
- $66 > 60$

3 Lineare Gleichungen lösen

4 Punkte

a) **Ergebnis:** $x = 2$

- $-3x$ auf beiden Seiten: $x - 3 = -1$
- $+3$ auf beiden Seiten: $x = 2$

b) **Ergebnis:** $x = -7$

- Punkt vor Strich: $4 - 10 = -6$, also $-6 = x + 1$
- -1 auf beiden Seiten: $x = -7$

c) **Ergebnis:** $x = 1$

- Klammern auflösen: links $6 - 4x$, rechts $2 - x + 1 = 3 - x$ (Minus vor der Klammer dreht beide Vorzeichen)
- $6 - 4x = 3 - x$, auf beiden Seiten $+4x$: $6 = 3 + 3x$
- Auf beiden Seiten -3: $3 = 3x$, also $x = 1$
- Probe: links $2 \cdot (3 - 2) = 2$, rechts $2 - 0 = 2$ ✓

---

4 Bruchteile einer Schülerzahl

3 Punkte

Ergebnis: 360 Schülerinnen

Jeder Bruchteil bezieht sich auf die Gruppe davor.

- Weiblich: $\frac{2}{3}$ von 3600 $= 2400$
- Davon zweisprachig: $\frac{1}{4}$ von 2400 $= 600$
- Davon gern im Sport: $\frac{3}{5}$ von 600 $= 360$

---

5 Preis vor der Reduktion

2 Punkte

Ergebnis: 150 CHF

Achtung: Die 20% beziehen sich auf den alten Preis, nicht auf 120 CHF.

- Nach der Reduktion bleiben $100\% - 20\% = 80\%$, und das sind 120 CHF.
- 10%: $120 : 8 = 15$ CHF
- 100%: $15 \cdot 10 = 150$ CHF

---

6 Winkel und Linien im Dreieck

3 Punkte

a) **Ergebnis: nur γ**

Ein stumpfer Winkel ist grösser als $90°$. Nur γ bei C ist weiter offen als ein rechter Winkel. α und β sind spitz. Ein Dreieck kann ohnehin höchstens einen stumpfen Winkel haben.

b) **Ergebnis: Siehe Zeichnung: m_a, l_c, w_β und der Umkreis U.**

- m_a: Mittelpunkt der Seite a (zwischen B und C) suchen und dort die Senkrechte zu a zeichnen.
- l_c: Geodreieck an die Seite c legen und die Senkrechte durch C zeichnen.
- w_β: Winkel β bei B messen und halbieren; die Linie beginnt in B.
- U: Der Mittelpunkt des Umkreises liegt dort, wo sich die Mittelsenkrechten schneiden. Zeichne dazu noch eine zweite Mittelsenkrechte (z. B. von c). Weil γ stumpf ist, liegt der Mittelpunkt ausserhalb des Dreiecks, auf der anderen Seite von c. Der Kreis geht durch A, B und C.

---

7 Tabelle mit Anteilen

2 Punkte

Ergebnis: 22.5 kg und 6%

50 kg entsprechen 100%, also ist $1\% = 0.5$ kg.

- 45%: $45 \cdot 0.5 = 22.5$ kg
- 3 kg: $3 : 0.5 = 6$, also 6%

---

8 Masseinheiten umrechnen

3 Punkte

a) **Ergebnis: 7.1 kg**

- 1 g $= 1000$ mg, also $7'100'000$ mg $= 7100$ g
- 1 kg $= 1000$ g, also 7100 g $= 7.1$ kg

Kurz: 1 kg $= 1'000'000$ mg, also durch eine Million teilen.

b) **Ergebnis: 1600 dm^3**

- 1 m $= 10$ dm, also 1 m$^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$ dm^3 (Umrechnungszahl hoch 3).
- 1.6 m$^3 = 1.6 \cdot 1000$ dm$^3 = 1600$ dm^3

---

9 Vielecke im Koordinatensystem

3 Punkte

a) **Ergebnis: A: Trapez, B: Parallelogramm, C: Drachenviereck, D: gleichschenkliges Dreieck**

Lies die Eckpunkte ab und prüfe Parallelen und gleich lange Seiten.

- A: $(-3, 2)$, $(-3, 4)$, $(-1, 5)$, $(-1, -1)$. Die beiden senkrechten Seiten sind parallel, die anderen nicht: **Trapez**.
- B: $(0, 0)$, $(4, 0)$, $(6, 2)$, $(2, 2)$. Je zwei Gegenseiten sind parallel und gleich lang, aber die Seiten sind nicht alle gleich lang und es gibt keinen rechten Winkel: **Parallelogramm**.
- C: $(0, -2)$, $(3, -3)$, $(0, -9)$, $(-3, -3)$. Spiegelsymmetrisch zur y-Achse, je zwei benachbarte Seiten gleich lang: **Drachenviereck**.
- D: $(3, -7)$, $(5, -7)$, $(4, -4)$. Die Spitze liegt genau über der Mitte der Grundseite, also zwei gleich lange Seiten: **gleichschenkliges Dreieck**.

Nur „Viereck“ oder „Dreieck“ ist zu ungenau.

b) **Ergebnis:** $(-3, -3)$, $(-1, -1)$, $(0, 0)$ **und** $(2, 2)$

Gesucht sind Ecken mit $x = y$; sie liegen alle auf der schrägen Linie durch $(0, 0)$, $(1, 1)$, $(2, 2)$ …

- A: $(-1, -1)$
- B: $(0, 0)$ und $(2, 2)$
- C: $(-3, -3)$
- D: keine Ecke

Es sind also vier Ecken.

---

10 Abkühlungskurve eines Getränks

4 Punkte

a) **Ergebnis: etwa 8.2 Minuten (offiziell 8.21 min; als richtig gilt jedes Resultat zwischen 8.0 und 8.4 Minuten)**

- Auf der Temperatur-Achse bei 10 waagrecht nach rechts bis zur Kurve gehen.
- Von dort senkrecht nach unten auf die Zeit-Achse: knapp rechts von 8, also etwa 8.2 Minuten.

b) **Ergebnis: Am Anfang ist die Kurve am steilsten: Die Temperatur nimmt pro Minute stärker ab als später.**

Vergleiche, wie stark die Kurve in einer Minute fällt: Von 0 bis 1 min fällt sie um mehr als 2 °C, von 13 bis 14 min nur noch um weniger als 1 °C. Der Graph ist am Anfang am steilsten und wird danach immer flacher.

c) **Ergebnis: um 20%**

Lies zwei Werte im Abstand von 2 Minuten ab, am besten am Anfang:

- bei 0 min: 25 °C
- bei 2 min: 20 °C
- Abnahme: 5 °C von 25 °C, also $\frac{5}{25} = \frac{20}{100} = 20\%$

Zur Kontrolle: von 2 min (20 °C) auf 4 min (16 °C) sind es wieder $\frac{4}{20} = 20\%$.