Mathematik II

60 Minuten · 9 Aufgaben · 30 Punkte

Name: _____

- 60 Minuten
- Taschenrechner erlaubt
- Geodreieck, Zirkel, Lineal und farbige Stifte erlaubt
- Nicht mit Bleistift schreiben
- Alle Berechnungen und Begründungen angeben

---

1 Terme Aussagen zuordnen

2 Punkte

Ordne jeder Aussage (A bis D) den entsprechenden mathematischen Ausdruck (1 bis 6) zu. Zwei dieser Ausdrücke haben keine entsprechende Aussage:

- A: Eine Zahl x wird um 3 vergrössert und dann mit 2 multipliziert
- B: Eine Zahl x wird mit 2 multipliziert und dann um 3 vergrössert
- C: Eine Zahl x wird um 3 verkleinert und dann durch 2 geteilt
- D: Eine Zahl x wird durch 3 geteilt und dann um 2 verkleinert
- 1: $\frac{x-3}{2}$
- 2: $(x \cdot 2) + 3$
- 3: $x + 3 \cdot 2$
- 4: $(x + 2) \cdot 3$
- 5: $(x + 3) \cdot 2$
- 6: $\frac{x}{3} - 2$

A (1 / 2 / 3 / 4 / 5 / 6): _____

B (1 / 2 / 3 / 4 / 5 / 6): _____

C (1 / 2 / 3 / 4 / 5 / 6): _____

D (1 / 2 / 3 / 4 / 5 / 6): _____

---

2 Mittelwert ungerader Zahlen

2 Punkte

Das arithmetische Mittel (“Mittelwert”) von 7 aufeinanderfolgenden positiven ungeraden Zahlen ist 15. Wie gross kann die grösste Zahl maximal sein?

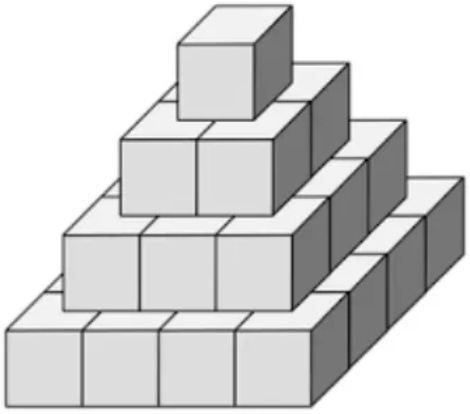
grösste Zahl: _____

---

3 Würfelturm aus Schichten

4 Punkte

Du bildest einen Würfelturm aus vier Schichten von Würfeln (Kantenlänge 1 cm), wobei jeweils für die nächste Schicht darunter pro Seite ein Würfel dazu kommt. Die erste Schicht besteht aus einem Würfel, die zweite dann aus 4 Würfeln etc. und es gibt keine Lücken:



a) Der Turm steht auf dem Boden. Wie gross ist die Fläche, die Kontakt zur Luft hat, wenn du 4 Schichten bildest?

Fläche: _____ cm²

b) Der abgebildete Würfelturm hat 4 Schichten. Wie viele Würfel brauchst du, um diesen Turm zu bauen?

Anzahl Würfel: _____ Würfel

c) Wie viele zusätzliche Würfel brauchst du, wenn du den Turm nach unten erweiterst, so dass er am Ende 7 Schichten hat?

zusätzliche Würfel: _____ Würfel

---

4 Brotpreis und Umsatz

4 Punkte

Bei einer Bäckerei soll der Umsatz gesteigert werden. Dazu wird die Rezeptur des Hausbrotes verbessert. Pro Tag werden 350 Brote verkauft, davon sind 35 von der Sorte “Hausbrot”, wobei der Preis für ein Brot im Durchschnitt bei Fr. 3.50 liegt. Der Preis des Hausbrots wird neu um 10 Rappen erhöht.

a) Wie hoch ist nun der Durchschnittspreis für ein Brot, wenn von jeder Sorte immer noch gleich viele Brote verkauft werden?

Durchschnittspreis: _____ Fr.

b) Um welchen prozentualen Anteil wurde der Umsatz gegenüber dem ursprünglichen Umsatz gesteigert? Runde das Resultat auf 0.1% genau.

(Ohne Resultat aus (a) rechnest du mit einem neuen Durchschnittspreis von 3.59 CHF.)

Steigerung: _____ %

---

5 Fähre: Strecke und Tempo

3 Punkte

Eine Fähre verlässt um 11:25 Uhr Moveport und erreicht um 13:07 Uhr das 42 Seemeilen entfernte Brassberry. (Eine Seemeile entspricht 1.852 Kilometer.)

a) Gib die Strecke in km und m an sowie die Zeit in Sekunden und Stunden: Strecke:

Strecke in km: _____ km

Strecke in m: _____ m

Zeit in Sekunden: _____ s

Zeit in Stunden: _____ h

b) Gib die Geschwindigkeit des Schiffs in m/s und km/h an:

in m/s: _____ m/s

in km/h: _____ km/h

---

6 Würfel umkippen

3 Punkte

Ein Würfel steht auf einer schachbrettartigen Fläche und wird nach und nach umgekippt, wie es in den folgenden Bildern zu sehen ist. Dann wird er entlang den grauen Feldern weiter umgekippt, bis er schliesslich ganz vorne liegt. Beschrifte dort (d.h. im letzten Bild) die sichtbaren Würfel-Flächen mit den richtigen Zahlen, wobei auch die **Orientierung** (Ausrichtung) der Zahlen stimmen soll.

7 Bauplan: Fläche und Massstab

4 Punkte

Im folgenden Bild ist der Ausschnitt aus dem Bauplan einer Wohnung zu sehen:

a) Wie gross ist die Fläche des Schlafzimmers? Die Wohnfläche bezieht sich auf das leere Zimmer, d.h. ohne die eingezeichneten Möbel. Die Wände und Fensterbretter gehören hingegen nicht zur Wohnfläche.

b) In welchem Massstab ist der Plan dargestellt? Welche der folgenden Antworten kommt deinen Berechnungen am nächsten?

- 1 : 6400

- 1 : 100
- 1 : 80
- 1 : 60

Massstab (1 : 6400 / 1 : 100 / 1 : 80 / 1 : 60): _____

---

8 Buchstabenkarten anordnen

4 Punkte

Gegeben sind fünf Karten mit den ersten fünf Buchstaben des Alphabets:

a) Wie viele verschiedene “Wörter” (auch sinnlose wie z. B. BACDE oder EDBAC) kann man mit allen fünf Karten bilden?

Anzahl Wörter: _____ Wörter

b) Drei von diesen fünf Karten werden gezogen. Wie viele verschiedene Auswahlmöglichkeiten gibt es?

(ABE, AEB, EAB etc. sind zum Beispiel **eine** Auswahlmöglichkeit)

Auswahlmöglichkeiten: _____

Taxi-Tarife vergleichen

4 Punkte

Taxiunternehmen A verlangt bei einer Fahrt eine Grundgebühr von 7 CHF und dann pro Kilometer 3 CHF. Ein anderes Taxiunternehmen B verlangt keine Grundgebühr, dafür pro Kilometer 3.50 CHF.

a) Wie viel kostet eine 10 km lange Fahrt mit Taxiunternehmen A und wie viel mit B?

A: _____ CHF

B: _____ CHF

b) Stelle die Kosten für die gefahrene Strecke für beide Unternehmen grafisch dar:

c) Nach wie vielen Kilometern kostet die Fahrt mit den beiden Unternehmen A und B genau gleich viel?

Strecke: _____ km

Lösungen

Aufnahmeprüfung Gymnasium Bern 2022 Mathematik II 8. Schuljahr. Lösungswege von Fokus Nachhilfe nach der offiziellen Lösung des Kantons.

---

1 Terme Aussagen zuordnen

2 Punkte

Ergebnis: A5, B2, C1, D6

Achte auf die Reihenfolge: Was zuerst passiert, steht in der Klammer bzw. im Zähler.

- A: zuerst $x + 3$, dann mal 2: $(x + 3) \cdot 2 \rightarrow$ **5**
- B: zuerst $x \cdot 2$, dann plus 3: $(x \cdot 2) + 3 \rightarrow$ **2**
- C: zuerst $x - 3$, dann durch 2: $\frac{x-3}{2} \rightarrow$ **1**
- D: zuerst $x : 3$, dann minus 2: $\frac{x}{3} - 2 \rightarrow$ **6**

Ausdruck 3 ($x + 3 \cdot 2 = x + 6$) und Ausdruck 4 bleiben übrig.

---

2 Mittelwert ungerader Zahlen

2 Punkte

Ergebnis: 21

Nenne die grösste Zahl x. Aufeinanderfolgende ungerade Zahlen liegen 2 auseinander, also sind die 7 Zahlen $x, x-2, x-4, \ldots, x-12$.

$$\frac{x + (x-2) + (x-4) + (x-6) + (x-8) + (x-10) + (x-12)}{7} = 15$$

$$\frac{7x - 42}{7} = 15 \;\Rightarrow\; x - 6 = 15 \;\Rightarrow\; x = 21$$

Kontrolle: $9, 11, 13, 15, 17, 19, 21$ haben den Mittelwert 15.

---

3 Würfelturm aus Schichten

4 Punkte

a) **Ergebnis:** $56\ \text{cm}^2$

Zähle die sichtbaren Würfelseiten (je $1\ \text{cm}^2$), die Bodenfläche zählt nicht.

- Von oben: Du siehst die ganze unterste Schicht, also $4 \cdot 4 = 16$ Würfelseiten.
- Von jeder der vier Seiten: $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ Würfelseiten, zusammen $4 \cdot 10 = 40$.
- Total: $16 + 40 = 56$ Würfelseiten, also $56\ \text{cm}^2$.

b) **Ergebnis: 30 Würfel**

Die Schichten sind Quadrate mit $1 \cdot 1, 2 \cdot 2, 3 \cdot 3$ und $4 \cdot 4$ Würfeln:

$$1 + 4 + 9 + 16 = 30 \text{ Würfel}$$

c) **Ergebnis: 110 Würfel**

Neu kommen die Schichten 5, 6 und 7 dazu, mit $5 \cdot 5, 6 \cdot 6$ und $7 \cdot 7$ Würfeln:

$$25 + 36 + 49 = 110 \text{ Würfel}$$

---

4 Brotpreis und Umsatz

4 Punkte

a) **Ergebnis: Fr. 3.51**

- Umsatz bisher: $350 \cdot 3.50 = 1225$ Franken.
- Die 35 Hausbrote kosten je 0.10 Fr. mehr: $35 \cdot 0.10 = 3.50$ Franken mehr.
- Neuer Durchschnitt:

$$\frac{350 \cdot 3.50 + 35 \cdot 0.1}{350} = \frac{1228.50}{350} = 3.51 \text{ Franken}$$

b) **Ergebnis: um 0.3% (mit dem Ersatzwert 3.59 CHF: um 2.6%)**

Die Anzahl Brote bleibt gleich, also wächst der Umsatz im gleichen Verhältnis wie der Durchschnittspreis:

$$\frac{3.51}{3.50} \approx 1.003 \;\rightarrow\; \text{um } 0.3\%$$

Mit dem Ersatzwert: $\frac{3.59}{3.50} \approx 1.026 \rightarrow$ um 2.6%.

---

5 Fähre: Strecke und Tempo

3 Punkte

a) **Ergebnis:** $77.784 \text{ km} = 77784 \text{ m}; 6120 \text{ s} = 1.7 \text{ h}$

- Strecke: $42 \cdot 1.852 \text{ km} = 77.784 \text{ km} = 77784 \text{ m}$
- Zeit: von 11:25 bis 13:07 Uhr sind es 1 h 42 min $= 102$ min.

- $102\ \text{min} = \frac{102}{60}\ \text{h} = 1.7\ \text{h}$
- $102\ \text{min} = 102 \cdot 60\ \text{s} = 6120\ \text{s}$

b) **Ergebnis:** $\approx 12.71\ \text{m/s}$ **und** $\approx 45.76\ \text{km/h}$

Geschwindigkeit = Strecke : Zeit.

- $v = \frac{77784\ \text{m}}{6120\ \text{s}} \approx 12.71\ \text{m/s}$
- $v = \frac{77.784\ \text{km}}{1.7\ \text{h}} \approx 45.76\ \text{km/h}$

Kontrolle: $12.71 \cdot 3.6 \approx 45.76$.

---

6 Würfel umkippen

3 Punkte

Ergebnis: oben 4, vorne links 3, vorne rechts 5 (Ausrichtung siehe Lösungsgrafik)

Verfolge den Würfel Kippschritt für Kippschritt entlang der grauen Felder. Bei jedem Kippen rollt eine Fläche nach unten, die gegenüberliegende kommt nach oben, und die beiden Seitenflächen in Kipprichtung bleiben stehen, drehen sich aber mit.

- Aus den drei Bildern liest du ab, welche Zahlen nebeneinanderliegen: 4 liegt neben 0, 1, 3 und 5.
- Am Ende, ganz vorne, liegt die **4 oben**, vorne links ist die **3**, vorne rechts die **5**.
- Die genaue Ausrichtung jeder Zahl siehst du in der Lösungsgrafik. Am besten prüfst du sie mit einem echten Würfel, den du mit Zahlen beschriftest.

---

7 Bauplan: Fläche und Massstab

4 Punkte

a) **Ergebnis: etwa** 15.3 **bis** $15.4\ \text{m}^2$ **(Werte zwischen 14.5 und 16.1 m² gelten als richtig)**

Die Idee: Ein Zimmer mit bekannter Fläche verrät dir, wie viel $1\ \text{cm}^2$ auf dem Plan in Wirklichkeit ist. Die Masse unten sind auf dem gedruckten Prüfungsblatt gemessen.

1. Zimmer ausmessen: $(3.5 \cdot 3.9)\ \mathrm{cm}^2 + (2.7 \cdot 0.8)\ \mathrm{cm}^2 = 15.81\ \mathrm{cm}^2$. Das entspricht $10.19\ \mathrm{m}^2$.
2. Also gilt $1\ \mathrm{cm}^2 \approx 10.19 : 15.81 \approx 0.64\ \mathrm{m}^2$. (Mit dem Bad: $12.03\ \mathrm{cm}^2 \mathrel{\widehat{=}} 7.59\ \mathrm{m}^2$, also $1\ \mathrm{cm}^2 \approx 0.63\ \mathrm{m}^2$.)
3. Schlafzimmer ausmessen: $(3.6 \cdot 6.2)\ \mathrm{cm}^2 + (0.8 \cdot 2.1)\ \mathrm{cm}^2 = 24\ \mathrm{cm}^2$.
4. Umrechnen: $24 \cdot 0.64 \approx 15.4\ \mathrm{m}^2$. Die offizielle Lösung gibt $\approx 15.3\ \mathrm{m}^2$ an; jedes Resultat zwischen 14.5 und $16.1\ \mathrm{m}^2$ gilt als richtig.

b) **Ergebnis: 1 : 80**

Aus (a): $1\ \mathrm{cm}^2$ auf dem Plan $\approx 0.64\ \mathrm{m}^2$ in Wirklichkeit.

- $0.64\ \mathrm{m}^2 = 0.8\ \mathrm{m} \cdot 0.8\ \mathrm{m}$, also entspricht $1\ \mathrm{cm}$ auf dem Plan $0.8\ \mathrm{m} = 80\ \mathrm{cm}$.
- Massstab $1 : 80$.

Vorsicht: $1 : 6400$ wäre der Fehler, Flächen statt Längen zu vergleichen ($80 \cdot 80 = 6400$).

---

8 Buchstabenkarten anordnen

4 Punkte

a) **Ergebnis: 120 Wörter**

- Für den ersten Buchstaben hast du 5 Möglichkeiten.
- Für den zweiten bleiben noch 4, dann 3, 2 und 1.

$$5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120\ \text{Wörter}$$

b) **Ergebnis: 10 Auswahlen**

- Mit Reihenfolge kannst du die Karten auf $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$ Arten ziehen.
- Die Reihenfolge zählt aber nicht: ABC, ACB, BAC, BCA, CAB und CBA sind dieselben drei Karten. Jede Auswahl wurde also $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$-mal gezählt.
- $60 : 6 = 10$ verschiedene Auswahlen.

---

9 Taxi-Tarife vergleichen

4 Punkte

a) **Ergebnis: A: 37 CHF, B: 35 CHF**

- A: $7 + 10 \cdot 3 = 37$ CHF
- B: $10 \cdot 3.5 = 35$ CHF

b) **Ergebnis: Zwei Geraden: A von $(0 \mid 7)$ mit Steigung 3, B von $(0 \mid 0)$ mit Steigung 3.5**

Beide Kosten wachsen gleichmässig mit der Strecke, also sind es Geraden.

- **A:** startet bei 7 CHF (Grundgebühr) und steigt pro km um 3 CHF. Punkte z. B. $(0 \mid 7)$ und $(10 \mid 37)$.
- **B:** startet bei 0 CHF und steigt pro km um 3.50 CHF. Punkte z. B. $(0 \mid 0)$ und $(10 \mid 35)$.

Verbinde die Punkte je mit einer Geraden über den ganzen Bereich und beschrifte sie mit A und B.

c) **Ergebnis: nach 14 km**

Am Schnittpunkt der Geraden aus (b) ablesen oder rechnen:

$$7 + 3x = 3.5x \;\Rightarrow\; 7 = 0.5x \;\Rightarrow\; x = 14\,\text{km}$$

Kontrolle: Beide kosten dann 49 CHF.