Mathematik I

60 Minuten · 10 Aufgaben · 30 Punkte

Name: _____

- 60 Minuten
- Hilfsmittel: Geodreieck, Zirkel, Lineal, Farbstifte
- Nicht mit Bleistift schreiben
- Rechenwege angeben, sonst keine Punkte

---

1 Bruchterme berechnen

4 Punkte

Berechne und gib das Ergebnis als vollständig gekürzten Bruch an:

a)

$$\left(\frac{22}{11}+\frac{1}{3}\right) \div \frac{5}{3}$$

Ergebnis: _____

b)

$$\left(\frac{30}{15}-\frac{7}{49}\right) \cdot \left(\frac{30}{15}+\frac{7}{49}\right)$$

Ergebnis: _____

---

2 Terme der Grösse nach

2 Punkte

Ordne der Grösse nach. Schreibe jeweils den Ausdruck an die richtige Stelle in der Tabelle:

| $\frac{3}{8}$ von 104 | $\frac{111}{3}$ | $2.5 \cdot \frac{380}{25}$ | $34+\frac{26}{5}$ |

Ordne die vier Ausdrücke: _____ < _____ < _____ < _____

1. (kleinster) (3/8 von 104 / 111/3 / 2.5 · 380/25 / 34 + 26/5): _____

2. (3/8 von 104 / 111/3 / 2.5 · 380/25 / 34 + 26/5): _____

3. (3/8 von 104 / 111/3 / 2.5 · 380/25 / 34 + 26/5): _____

4. (grösster) (3/8 von 104 / 111/3 / 2.5 · 380/25 / 34 + 26/5): _____

---

3 Gleichungen mit Brüchen

4 Punkte

Berechne x und gib das Resultat als vollständig gekürzten Bruch an:

a)

$$2 \cdot (2x + 3) - 3x = \frac{1}{2}$$

x: _____

b)

$$\frac{2x}{3} - \frac{2}{5} = \frac{3}{2}$$

x: _____

4 Brunnen füllen

3 Punkte

Eine Wasserröhre liefert 20 Liter Wasser pro Minute. Ein Brunnen fasst gesamthaft 900 Liter Wasser und ist bereits zu zwei Fünfteln gefüllt. Wie lange dauert es noch, bis der Brunnen zu zwei Dritteln gefüllt ist?

Dauer: _____ min

5 Produktion vor Zunahme

2 Punkte

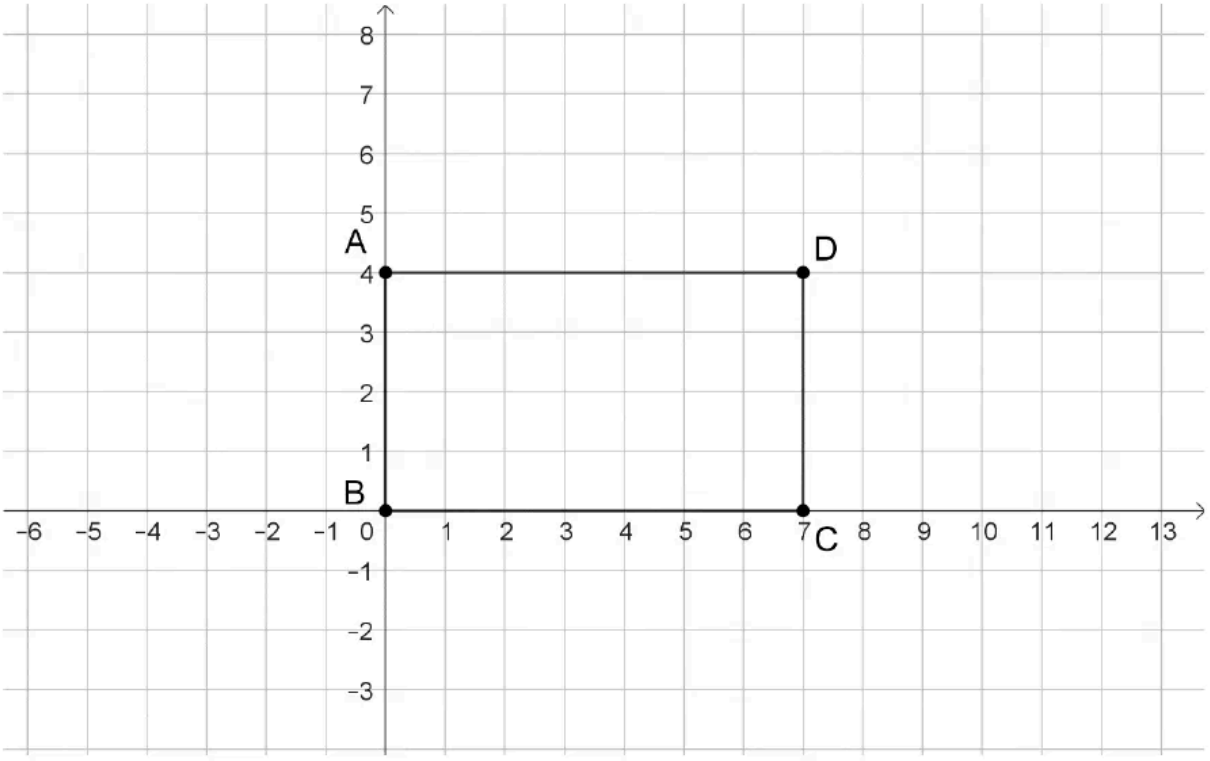
Getreidebauer Joe erhöhte seine Produktion vom Jahr 2021 auf das Jahr 2022 um 25 Prozent. Im Jahr 2022 produzierte er 50 Tonnen Getreide. Wie viel Getreide produzierte er im Jahr 2021?

Getreide 2021: _____ t

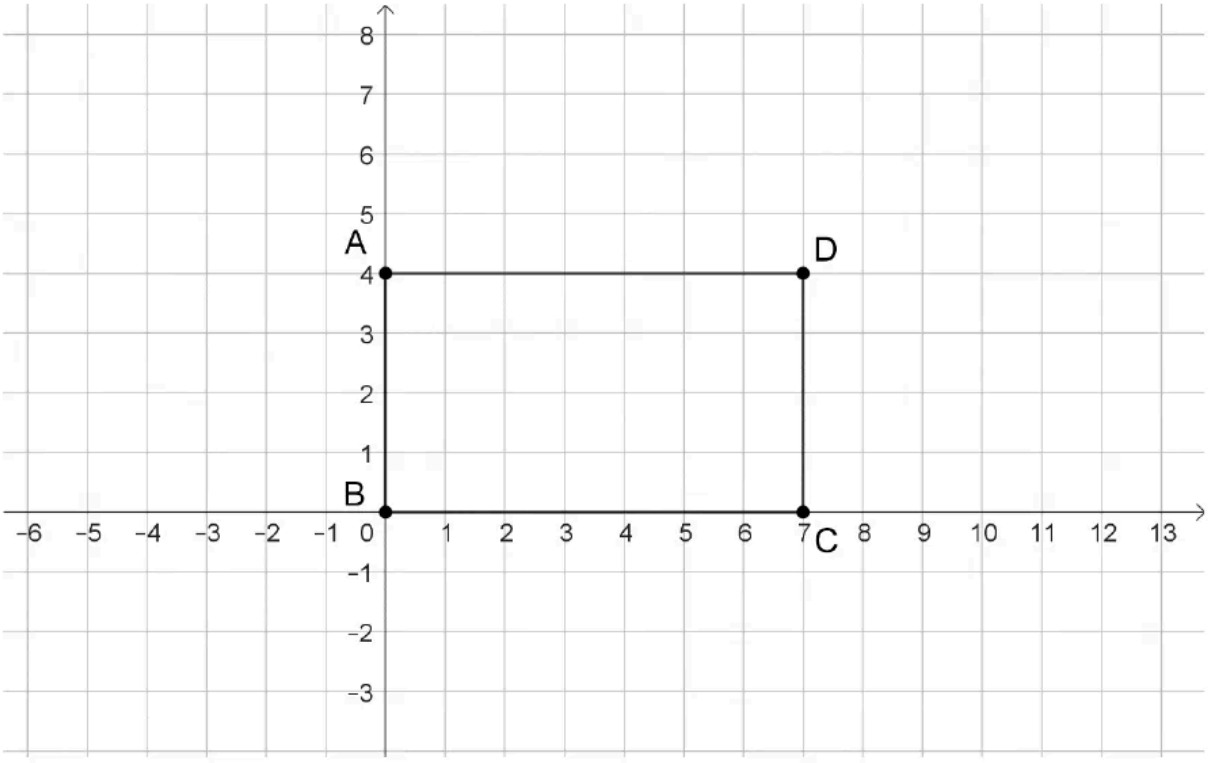
6 Rechteck spiegeln und drehen

3 Punkte

a) Spiegle das Rechteck $ABCD$ entlang der Diagonalen $\overline{AC}$ (egal ob mit dem Geodreieck oder mit Zirkel und Lineal). Beschrifte die Bildpunkte korrekt.



b) Rotiere das Rechteck $ABCD$ um 270° im Gegenuhrzeigersinn um den Punkt $P(3|2)$. Zeichne den Punkt P auch ein und beschrifte wiederum alle Bildpunkte korrekt.



7 Masseinheiten umrechnen

2 Punkte

Fülle die Lücken aus:

a) $256'800\,\mathrm{kg} =$

$_____ \cdot 10^6\,\mathrm{g}$

Lücke: _____ $\cdot 10^6$ g

b) $0.17\,\mathrm{m} \cdot 50\,\mathrm{cm}^2 =$

$_____\,\mathrm{l}$

Lücke: _____ l

8 Schafherde und Quader

3 Punkte

Zwei voneinander unabhängige Teilaufgaben.

a) Eine Schafherde besteht aus Tieren, die unterschiedlichen Besitzern gehören. Ende Winter holen die Besitzer ihre Tiere wieder zu sich. Letzte Woche wurden 75% aller Schafe abgeholt. Diese Woche werden vier Fünftel des Restes geholt. Es bleiben noch 22 Tiere übrig. Wie viele Tiere waren es am Anfang?

Tiere am Anfang: _____

b) Ein Quader mit quadratischer Grundfläche hat ein Volumen von 96 m³ und eine Höhe von 6 m. Wie breit ist der Quader?

Breite: _____ m

---

9 Blechfigur aus Trapezen

3 Punkte

Aus 100 viereckigen Blechen mit 2 mm Dicke wird jeweils die graue Figur F entsprechend der untenstehenden Abbildung hergestellt. Die Flächeninhalte von Figuren A und B sind gleich gross.

Wie viel cm³ grau eingefärbtes Blech wird für die Herstellung aller Figuren F benötigt?

Blech: _____ cm³

10 Wasserspiegel zweier Seen

4 Punkte

Die beiden Funktionsgraphen zeigen den gemessenen Wasserspiegelanstieg in mm des Hallwilersees (gestrichelte Linie) und des Bodensees (ausgezogene Linie) während eines Zeitabschnitts von 15 Stunden.

a) Gib an, nach wie vielen Stunden die Wasserspiegel der beiden Seen zusammen um 5 mm angestiegen sind?

Zeit: _____ h

b) Woran erkennst Du, welcher der beiden Seen den grösseren Wasserspiegelanstieg nach 14 Stunden hat und ab welchem Zeitpunkt hat dieser See den grösseren Wasserspiegelanstieg?

c) Der Hallwilersee hat eine Fläche von 10 km². Die Messstelle am Hallwilersee verzeichnet zu Beginn der Aufzeichnung 310 m. Welches Wasservolumen (in m³) befindet sich nach 14 Stunden im Hallwilersee?

Volumen: _____ m³

d) Der Wasserspiegel des Bodensees ist auch in den folgenden 20 Stunden gleichmässig wie in den ersten 15 Stunden angestiegen. Welcher Wasserspiegelanstieg wird nach 26.5 Stunden seit Beginn der Messung erreicht?

Anstieg: _____ mm

Lösungen

Aufnahmeprüfung Gymnasium Bern 2023 Mathematik I 8. Schuljahr. Lösungswege von Fokus Nachhilfe nach der offiziellen Lösung des Kantons.

1 Bruchterme berechnen

4 Punkte

a) **Ergebnis: $\frac{7}{5}$ (oder $1\frac{2}{5}$)**

- Zuerst kürzen: $\frac{22}{11} = 2 = \frac{6}{3}$.
- Klammer: $\frac{6}{3} + \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$.
- Durch einen Bruch teilen heisst mit dem Kehrwert multiplizieren: $\frac{7}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{7}{5}$.

b) **Ergebnis: $\frac{195}{49}$ (oder $3\frac{48}{49}$)**

- Zuerst kürzen: $\frac{30}{15} = 2$ und $\frac{7}{49} = \frac{1}{7}$.
- Klammern: $2 - \frac{1}{7} = \frac{13}{7}$ und $2 + \frac{1}{7} = \frac{15}{7}$.
- Multiplizieren: $\frac{13}{7} \cdot \frac{15}{7} = \frac{195}{49}$.
- Geht auch mit der 3. binomischen Formel: $2^2 - \left(\frac{1}{7}\right)^2 = 4 - \frac{1}{49} = \frac{195}{49}$.

2 Terme der Grösse nach

2 Punkte

Ergebnis: $\frac{111}{3} < 2.5 \cdot \frac{380}{25} < \frac{3}{8}$ von $104 < 34 + \frac{26}{5}$

Rechne jeden Ausdruck aus:

- $\frac{111}{3} = 37$
- $2.5 \cdot \frac{380}{25} = 2.5 \cdot 15.2 = 38$
- $\frac{3}{8}$ von 104: $104 : 8 = 13, 13 \cdot 3 = 39$
- $34 + \frac{26}{5} = 34 + 5.2 = 39.2$

Also: $37 < 38 < 39 < 39.2$.

3 Gleichungen mit Brüchen

4 Punkte

a) **Ergebnis: $x = -\frac{11}{2}$ (oder $-5\frac{1}{2}$)**

- Klammer auflösen: $4x + 6 - 3x = \frac{1}{2}$
- Zusammenfassen: $x + 6 = \frac{1}{2}$
- -6 auf beiden Seiten: $x = \frac{1}{2} - 6 = \frac{1}{2} - \frac{12}{2} = -\frac{11}{2}$

b) **Ergebnis: $x = \frac{57}{20}$ (oder $2\frac{17}{20}$)**

- Mit dem gemeinsamen Nenner 30 multiplizieren, dann fallen alle Nenner weg: $20x - 12 = 45$
- $+12$: $20x = 57$
- $: 20$: $x = \frac{57}{20}$ (lässt sich nicht kürzen)

---

4 Brunnen füllen

3 Punkte

Ergebnis: 12 min

- Jetzt drin: $900\,\text{l} \cdot \frac{2}{5} = 360\,\text{l}$
- Bei zwei Dritteln: $900\,\text{l} \cdot \frac{2}{3} = 600\,\text{l}$
- Noch zu füllen: $600\,\text{l} - 360\,\text{l} = 240\,\text{l}$
- Dauer: $240\,\text{l} : 20\,\text{l/min} = 12\,\text{min}$

---

5 Produktion vor Zunahme

2 Punkte

Ergebnis: 40 t

- Die Produktion 2021 ist $100\,\%$. Plus $25\,\%$ ergibt $125\,\%$, also den Faktor 1.25.
- $x \cdot 1.25 = 50\,\text{t}$
- $x = 50\,\text{t} : 1.25 = 40\,\text{t}$
- Achtung: Nicht einfach $25\,\%$ von $50\,\text{t}$ abziehen, denn die $25\,\%$ beziehen sich auf 2021.

---

6 Rechteck spiegeln und drehen

3 Punkte

a) **Ergebnis: $A' = A$ und $C' = C$. B' liegt etwa bei $(3.4|6)$, D' etwa bei $(3.6|-2)$ (keine ganzzahligen Koordinaten, nur ungefähr ablesbar).**

- Die Punkte $A(0|4)$ und $C(7|0)$ liegen auf der Spiegelachse, sie bleiben, wo sie sind.
- Für B: Zeichne mit dem Geodreieck die Senkrechte zu AC durch B. Miss den Abstand von B bis zur Achse und trage ihn auf der anderen Seite gleich weit ab. So entsteht B', etwas oberhalb von $y = 6$ zwischen $x = 3$ und $x = 4$.
- Genauso für D: Senkrechte zu AC durch D, gleicher Abstand auf der anderen Seite, ergibt D', etwas unterhalb von $y = -2$ zwischen $x = 3$ und $x = 4$.
- Verbinde A, B', C, D' zum gespiegelten Rechteck und beschrifte B' und D'.

- Kontrolle: B' und D' liegen spiegelbildlich zur Mitte von AC, dem Punkt $(3.5|2)$.

b) **Ergebnis:** $A''(5|5), B''(1|5), C''(1|-2), D''(5|-2)$

- 270° im Gegenuhrzeigersinn ist dasselbe wie 90° im Uhrzeigersinn.
- Zeichne $P(3|2)$ ein.
- Für jeden Punkt den Weg von P aus anschauen und um 90° im Uhrzeigersinn drehen. Beispiel $A(0|4)$: von P aus 3 nach links, 2 nach oben. Gedreht: 2 nach rechts, 3 nach oben, also $A''(5|5)$.
- Ebenso: $B(0|0) \to B''(1|5), C(7|0) \to C''(1|-2), D(7|4) \to D''(5|-2)$.
- Verbinde die Bildpunkte zum Rechteck und beschrifte sie.

7 Masseinheiten umrechnen

2 Punkte

a) **Ergebnis:** $256.8 \cdot 10^6\,\mathrm{g}$

- $1\,\mathrm{kg} = 1000\,\mathrm{g}$, also $256'800\,\mathrm{kg} = 256'800'000\,\mathrm{g}$.
- $10^6 = 1'000'000$. Also $256'800'000 : 1'000'000 = 256.8$.
- Ergebnis: $256.8 \cdot 10^6\,\mathrm{g}$

b) **Ergebnis:** $0.850\,\mathrm{l}$

- Gleiche Einheiten: $0.17\,\mathrm{m} = 17\,\mathrm{cm}$.
- $17\,\mathrm{cm} \cdot 50\,\mathrm{cm}^2 = 850\,\mathrm{cm}^3$
- $1\,\mathrm{l} = 1\,\mathrm{dm}^3 = 1000\,\mathrm{cm}^3$, also $850\,\mathrm{cm}^3 = 0.850\,\mathrm{l}$

8 Schafherde und Quader

3 Punkte

a) **Ergebnis: 440 Tiere**

Rechne rückwärts:

- Diese Woche gehen $\frac{4}{5}$ des Restes weg, also bleibt $\frac{1}{5}$ des Restes: 22 Tiere.
- Der ganze Rest war also $5 \cdot 22 = 110$ Tiere.
- Letzte Woche gingen $75\,\%$ weg, der Rest ist $25\,\%$ der Herde: 110 Tiere.
- Ganze Herde: $4 \cdot 110 = 440$ Tiere.

b) **Ergebnis: 4 m**

- Grundfläche = Volumen : Höhe = $96\,\mathrm{m}^3 : 6\,\mathrm{m} = 16\,\mathrm{m}^2$.
- Die Grundfläche ist ein Quadrat: $\sqrt{16\,\mathrm{m}^2} = 4\,\mathrm{m}$.
- Der Quader ist $4\,\mathrm{m}$ breit.

---

9 Blechfigur aus Trapezen

3 Punkte

Ergebnis: $460\,\mathrm{cm}^3$

- B ist ein Trapez mit den parallelen Seiten $6\,\mathrm{cm}$ und $10\,\mathrm{cm}$ und der Höhe $7\,\mathrm{cm}$: $B = 7 \cdot \frac{6+10}{2} = 56\,\mathrm{cm}^2$.
- A ist gleich gross, ein Trapez mit den Seiten $8\,\mathrm{cm}$ und $6\,\mathrm{cm}$. Seine Höhe: $h_A = 56 : \frac{6+8}{2} = 56 : 7 = 8\,\mathrm{cm}$.
- Das ganze Blech ist ein Trapez mit den Seiten $8\,\mathrm{cm}$ und $10\,\mathrm{cm}$ und der Höhe $8 + 7 = 15\,\mathrm{cm}$: $15 \cdot \frac{10+8}{2} = 135\,\mathrm{cm}^2$.
- Figur F: $135\,\mathrm{cm}^2 - 2 \cdot 56\,\mathrm{cm}^2 = 23\,\mathrm{cm}^2$.
- Dicke $2\,\mathrm{mm} = 0.2\,\mathrm{cm}$, 100 Stück: $100 \cdot 23\,\mathrm{cm}^2 \cdot 0.2\,\mathrm{cm} = 460\,\mathrm{cm}^3$.

---

10 Wasserspiegel zweier Seen

4 Punkte

a) **Ergebnis: Nach 6 h**

- Lies für einige Zeitpunkte beide Werte ab und zähle sie zusammen.
- Bei $6\,\mathrm{h}$: Bodensee $3\,\mathrm{mm}$, Hallwilersee $2\,\mathrm{mm}$. Zusammen $5\,\mathrm{mm}$.

b) **Ergebnis: Der Graph des Hallwilersees liegt über dem Graphen des Bodensees, ab ca. 9.75 h (zwischen 9.25 h und 10 h).**

- Bei $14\,\mathrm{h}$ liegt die gestrichelte Linie (Hallwilersee) höher als die ausgezogene (Bodensee). Der Hallwilersee hat also den grösseren Anstieg.
- Die beiden Graphen schneiden sich bei etwa $9.75\,\mathrm{h}$. Ab dort liegt der Graph des Hallwilersees oben.

c) **Ergebnis:** $3'100'120'000\,\mathrm{m}^3$

- Aus dem Graphen: Nach $14\,\mathrm{h}$ ist der Hallwilersee um $12\,\mathrm{mm} = 0.012\,\mathrm{m}$ gestiegen.
- Wasserstand nach $14\,\mathrm{h}$: $310\,\mathrm{m} + 0.012\,\mathrm{m} = 310.012\,\mathrm{m}$.

- Fläche: $10\,\mathrm{km}^2 = 10'000'000\,\mathrm{m}^2$ (denn $1\,\mathrm{km}^2 = 1000\,\mathrm{m} \cdot 1000\,\mathrm{m}$).
- Volumen: $310.012\,\mathrm{m} \cdot 10'000'000\,\mathrm{m}^2 = 3'100'120'000\,\mathrm{m}^3$.

d) **Ergebnis:** $13.25\,\mathrm{mm}$

- Aus dem Graphen: Der Bodensee steigt alle $2\,\mathrm{h}$ um $1\,\mathrm{mm}$, also $0.5\,\mathrm{mm}$ pro Stunde.
- Nach $26.5\,\mathrm{h}$: $26.5 \cdot 0.5\,\mathrm{mm} = 13.25\,\mathrm{mm}$.