Mathematik I

60 Minuten · 9 Aufgaben · 30 Punkte

Name: _____

- 60 Minuten
- Kein Taschenrechner
- Erlaubt: Geodreieck, Zirkel, Lineal, Farbstifte
- Lösungsweg muss nachvollziehbar sein
- Nicht mit Bleistift schreiben

---

1 Zahlen und Grössen vergleichen

4 Punkte

Setze jeweils ein $<$, $>$ oder ein $=$ zwischen die Zahlen.

a) $\frac{5}{7} \square \frac{3}{4}$

Zeichen (< / > / =): _____

b) $\frac{6}{15} \square 0.6$

Zeichen (< / > / =): _____

c) $35'000\,\text{cm}^3 \square 0.3\,\text{m}^3$

Zeichen (< / > / =): _____

d) $\sqrt{230} \square 15$

Zeichen (< / > / =): _____

---

2 Bruchterme berechnen

4 Punkte

Berechne und gib das Resultat als vollständig gekürzten Bruch an.

a)

$$\left(\frac{14}{21} - \frac{5}{20}\right) \cdot \left(\frac{100}{300} - \frac{80}{320}\right)$$

Resultat: _____

b)

$$\left(\frac{55}{11} + \frac{1}{4}\right) : \frac{7}{2}$$

Resultat: _____

---

3 Vier kurze Rechenaufgaben

4 Punkte

Diese Aufgabe besteht aus 4 unabhängigen Teilaufgaben:

a) Schreibe die Zahl 2.05 als vollständig gekürzten gewöhnlichen Bruch.

Bruch: _____

b) Schreibe die Zahl 3'600 als Produkt von Primzahlen.

c) Ist $x = 2$ eine Lösung der Gleichung $3x^2 - 2 = 5x$? Überprüfe mit einer Rechnung!

Lösung? (Ja / Nein): _____

d) Berechne: $(10 - 2) \cdot 3^2 - 5(4 + 2)$

Resultat: _____

---

4 Gewogene Personen im Raum

2 Punkte

In einem Raum wurden 75% der Personen gewogen. Von den gewogenen Personen sind $\frac{2}{3}$ leichter als 50kg und 9 Personen sind mindestens 50kg schwer. Wie viele Personen befinden sich im Raum?

Personen im Raum: _____

5 Höhe eines Fahnenmasts schätzen

2 Punkte

In der Hauptstadt von Tadschikistan steht ein riesiger Fahnenmast, dessen Fahne eine Fläche von 1'800 m² aufweist. Die Fahne ist etwa doppelt so lang wie breit. Schätze mit diesen Angaben und mit Hilfe des Bildes die Höhe des Mastes!



6 Rechtecke um ein Quadrat

3 Punkte

Die folgende Zeichnung ist nicht massstabsgetreu. Sie besteht aus vier hellgrauen Rechtecken, die ein dunkelgraues kleines Quadrat umschliessen. Die hellgrauen Rechtecke sind alle gleich lang und gleich breit. Das dunkelgraue Quadrat hat eine Fläche von $9\,\mathrm{m}^2$. Alle fünf grauen Flächen zusammen haben einen Inhalt von $121\,\mathrm{m}^2$.

a) Wie gross ist der Umfang eines hellgrauen Rechtecks?

Umfang: _____ m

b) Wie lang und breit ist ein hellgraues Rechteck?

Länge: _____ m

Breite: _____ m

7 Dreieck im Koordinatensystem

4 Punkte

Im Koordinatensystem sind die drei Punkte A, B und C abgebildet.

a) Welche Koordinaten hat der Punkt B?

x-Koordinate: _____

y-Koordinate: _____

b) Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks ABC. Der Lösungsweg muss ersichtlich sein.

Fläche: _____ Flächeneinheiten

c) Mit dem Punkt $D(0|2)$ ergibt sich ein spezielles Viereck $ABCD$. Wie nennt man dieses?

Viereck: _____

8 Dünger für Würfeltöpfe

4 Punkte

Du willst mehrere Pflanzen düngen, die alle jeweils in einem würfelförmigen Topf eingepflanzt sind. Auf der Packung des Düngers steht, dass pro Quadratmeter Bodenfläche 80g Dünger verwendet werden sollen.

a) Wie viel Dünger musst du im Topf A ausstreuen, der eine Seitenlänge von 60cm hat? Gib das Resultat aufs Gramm genau an.

Dünger: _____ g

b) Du weisst, dass du in Topf B 20g Dünger ausstreuen musst. Topf C hat eine doppelt so grosse Seitenlänge wie Topf B. Wie viel Dünger muss in Topf C gestreut werden?

Dünger: _____ g

c) Du weisst, dass du in Topf B 20g Dünger ausstreuen musst. Topf D hat eine 1.5-mal so grosse Seitenlänge wie Topf B. Wie viel Dünger muss in Topf D gestreut werden?

Dünger: _____ g

9 Drehen, Spiegeln, Verkleinern

3 Punkte

a) Das Dreieck ABC wurde durch eine Rotation um 270° im Uhrzeigersinn auf das Dreieck A'B'C' abgebildet. Zeichne denjenigen Punkt P in das Koordinatensystem ein, um welchen hierbei rotiert wurde.

b) Spiegle das Dreieck ABC an der Geraden g mit dem Geodreieck und beschrifte die Ecken (A"B"C"). Verkleinere danach das Dreieck A"B"C" so, dass es nur noch einen Viertel des Flächeninhaltes aufweist und die Ecke A" am selben Ort bleibt.

Lösungen

Aufnahmeprüfung Gymnasium Bern 2024 Mathematik I 8. Schuljahr. Lösungswege von Fokus Nachhilfe nach der offiziellen Lösung des Kantons.

1 Zahlen und Grössen vergleichen

4 Punkte

a) **Ergebnis:** $\frac{5}{7} < \frac{3}{4}$

- Gleichnamig machen mit Nenner 28: $\frac{5}{7} = \frac{20}{28}$ und $\frac{3}{4} = \frac{21}{28}$.
- $20 < 21$, also $\frac{5}{7} < \frac{3}{4}$.

b) **Ergebnis:** $\frac{6}{15} < 0.6$

- Kürzen: $\frac{6}{15} = \frac{2}{5} = 0.4$.
- $0.4 < 0.6$, also $\frac{6}{15} < 0.6$.

c) **Ergebnis:** $35'000\,\mathrm{cm}^3 < 0.3\,\mathrm{m}^3$

- $1\,\mathrm{m}^3 = 1'000'000\,\mathrm{cm}^3$.
- $35'000\,\mathrm{cm}^3 = 0.035\,\mathrm{m}^3$.
- $0.035 < 0.3$, also $35'000\,\mathrm{cm}^3 < 0.3\,\mathrm{m}^3$.

d) **Ergebnis:** $\sqrt{230} > 15$

- Vergleiche die Quadrate: $15^2 = 225$.
- $230 > 225$, also ist $\sqrt{230} > 15$.

2 Bruchterme berechnen

4 Punkte

a) **Ergebnis:** $\frac{5}{144}$

- Zuerst alle Brüche kürzen: $\frac{14}{21} = \frac{2}{3}$, $\frac{5}{20} = \frac{1}{4}$, $\frac{100}{300} = \frac{1}{3}$, $\frac{80}{320} = \frac{1}{4}$.
- Gleichnamig machen: $\left(\frac{8}{12} - \frac{3}{12}\right) \cdot \left(\frac{4}{12} - \frac{3}{12}\right)$
- $= \frac{5}{12} \cdot \frac{1}{12} = \frac{5}{144}$

b) **Ergebnis:** $\frac{3}{2}$

- $\frac{55}{11} = 5 = \frac{20}{4}$, also ist die Klammer $\frac{20}{4} + \frac{1}{4} = \frac{21}{4}$.
- Durch einen Bruch teilen heisst mit dem Kehrwert malnehmen: $\frac{21}{4} \cdot \frac{2}{7} = \frac{42}{28}$.
- Vollständig kürzen: $\frac{42}{28} = \frac{3}{2}$.

3 Vier kurze Rechenaufgaben

4 Punkte

a) **Ergebnis: $\frac{41}{20}$ (oder gemischt $2\frac{1}{20}$)**

- $2.05 = \frac{205}{100}$
- Mit 5 kürzen: $\frac{205}{100} = \frac{41}{20}$. Weiter kürzen geht nicht, denn 41 ist eine Primzahl.

b) **Ergebnis: $3'600 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2$**

- $3'600 = 36 \cdot 100$
- $36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$ und $100 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5$
- Zusammen: $3'600 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2$

c) **Ergebnis: Ja, denn $3 \cdot 2^2 - 2 = 10 = 5 \cdot 2$.**

- Setze $x = 2$ auf beiden Seiten ein.
- Links: $3 \cdot 2^2 - 2 = 3 \cdot 4 - 2 = 10$
- Rechts: $5 \cdot 2 = 10$
- Beide Seiten sind gleich, also ist $x = 2$ eine Lösung.

d) **Ergebnis: 42**

- Zuerst Klammern und Potenz: $8 \cdot 9 - 5 \cdot 6$
- Dann Punkt vor Strich: $72 - 30 = 42$

4 Gewogene Personen im Raum

2 Punkte

Ergebnis: 36 Personen

- $\frac{2}{3}$ der Gewogenen sind leichter, also sind $\frac{1}{3}$ der Gewogenen mindestens 50kg schwer. Das sind 9 Personen.
- Gewogen wurden also $3 \cdot 9 = 27$ Personen.
- 27 Personen sind $75\% = \frac{3}{4}$ aller Personen. $\frac{1}{4}$ sind $27 : 3 = 9$ Personen.
- Im Raum sind $4 \cdot 9 = 36$ Personen.

5 Höhe eines Fahnenmasts schätzen

2 Punkte

Ergebnis: etwa 180 m (Schätzungen zwischen 125 m und 245 m gelten als richtig)

- Die Fahne ist etwa doppelt so lang wie hoch: Breite b, Länge $2b$, also $2b \cdot b = 1'800\,\mathrm{m}^2$, $b^2 = 900\,\mathrm{m}^2$, $b = 30\,\mathrm{m}$.
- Die Fahne misst also etwa $30\,\mathrm{m}$ auf $60\,\mathrm{m}$.
- Im Bild ist der Mast etwa 6-mal so hoch wie die Fahne hoch ist.
- Höhe des Mastes: etwa $6 \cdot 30\,\mathrm{m} = 180\,\mathrm{m}$.

---

6 Rechtecke um ein Quadrat

3 Punkte

a) **Ergebnis:** $22\,\mathrm{m}$

- Das ganze Quadrat hat $121\,\mathrm{m}^2$, also die Seitenlänge $11\,\mathrm{m}$.
- Eine Seite des grossen Quadrats besteht genau aus der Länge l und der Breite b eines hellgrauen Rechtecks: $l + b = 11\,\mathrm{m}$.
- Umfang eines Rechtecks: $2 \cdot (l + b) = 2 \cdot 11\,\mathrm{m} = 22\,\mathrm{m}$.

b) **Ergebnis: Länge $7\,\mathrm{m}$, Breite $4\,\mathrm{m}$**

- Das kleine Quadrat hat $9\,\mathrm{m}^2$, also die Seite $3\,\mathrm{m}$. Diese Seite ist der Unterschied zwischen Länge und Breite: $l - b = 3\,\mathrm{m}$.
- Aus a) weisst du: $l + b = 11\,\mathrm{m}$.
- Addiere beides: $2l = 14\,\mathrm{m}$, also $l = 7\,\mathrm{m}$ und $b = 11 - 7 = 4\,\mathrm{m}$.

---

7 Dreieck im Koordinatensystem

4 Punkte

a) **Ergebnis:** $B(6|-1)$

- Von 0 aus 6 nach rechts und 1 nach unten: $B(6|-1)$.

b) **Ergebnis: 18 Flächeneinheiten**

- Punkte: $A(-2|-3), B(6|-1), C(4|3)$.
- Lege ein Rechteck um das Dreieck: von $x = -2$ bis 6 (Breite 8) und von $y = -3$ bis 3 (Höhe 6). Fläche $8 \cdot 6 = 48$.
- Ziehe die drei rechtwinkligen Dreiecke aussen ab: $\frac{6 \cdot 6}{2} = 18$ (zwischen A und C), $\frac{2 \cdot 4}{2} = 4$ (zwischen C und B), $\frac{2 \cdot 8}{2} = 8$ (zwischen A und B).
- $48 - 18 - 4 - 8 = 18$
- Man kann das Dreieck auch in Teildreiecke zerlegen: $\frac{4 \cdot 4}{2} + \frac{4 \cdot 2}{2} + \frac{6 \cdot 2}{2} = 8 + 4 + 6 = 18$.

c) **Ergebnis: Trapez**

- Von $A(-2|-3)$ nach $B(6|-1)$: 8 nach rechts, 2 nach oben.
- Von $D(0|2)$ nach $C(4|3)$: 4 nach rechts, 1 nach oben, also dieselbe Richtung.
- AB und DC sind parallel, die anderen zwei Seiten nicht: $ABCD$ ist ein Trapez.

---

8 Dünger für Würfeltöpfe

4 Punkte

a) **Ergebnis:** $29\,\text{g}$

- Die Bodenfläche ist ein Quadrat: $(0.60\,\text{m})^2 = 0.36\,\text{m}^2$.
- Dünger: $0.36 \cdot 80\,\text{g} = 28.8\,\text{g}$.
- Aufs Gramm genau: $29\,\text{g}$.

b) **Ergebnis:** $80\,\text{g}$

- Doppelte Seitenlänge heisst $2^2 = 4$-fache Bodenfläche.
- Dünger: $4 \cdot 20\,\text{g} = 80\,\text{g}$.

c) **Ergebnis:** $45\,\text{g}$

- 1.5-fache Seitenlänge heisst $1.5^2 = 2.25$-fache Bodenfläche.
- Dünger: $2.25 \cdot 20\,\text{g} = 45\,\text{g}$.

---

9 Drehen, Spiegeln, Verkleinern

3 Punkte

a) **Ergebnis: Drehzentrum P oben im Gitter, rechts von g (siehe Lösungsgrafik).**

- 270° im Uhrzeigersinn ist dasselbe wie 90° im Gegenuhrzeigersinn.

- Das Drehzentrum P ist gleich weit von A und A' entfernt (ebenso von B und B'). Es liegt also auf der Mittelsenkrechten von AA' und auf der Mittelsenkrechten von BB' .
- Zeichne die beiden Mittelsenkrechten. Ihr Schnittpunkt ist P.
- Kontrolle: Die Strecken PA und PA' stehen senkrecht aufeinander und sind gleich lang.

b) **Ergebnis: Spiegelbild $A''B''C''$ rechts von g; das verkleinerte Dreieck hat halb so lange Seiten und die Ecke A'' gemeinsam mit $A''B''C''$ (siehe Lösungsgrafik).**

- Spiegeln: Lege das Geodreieck mit der Mittellinie senkrecht auf g. Miss den Abstand jeder Ecke zu g und trage ihn auf der anderen Seite gleich weit ab. So erhältst du A'', B'' und C''.
- Verkleinern: Ein Viertel der Fläche heisst halb so lange Seiten, denn $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$.
- Strecke mit Zentrum A'' und Faktor $\frac{1}{2}$: Die neuen Ecken sind die Mittelpunkte von $A''B''$ und $A''C''$. A'' bleibt, wo es ist.