Mathematik I

60 Minuten · 9 Aufgaben · 29 Punkte

Name: _____

- 60 Minuten
- Kein Taschenrechner
- Erlaubt: Geodreieck, Zirkel, Lineal, Farbstifte
- Alle Berechnungen und Begründungen angeben

---

1 Umrechnen und Rechnen

4 Punkte

Diese Aufgabe besteht aus unabhängigen Teilaufgaben.

a) Rechne um: $0.3\ \text{dl}$ in cm^3

0.3 dl: _____ cm³

b) Berechne und schreibe als vollständig gekürzten Bruch: $0.1 \cdot \frac{5}{2}$

Bruch: _____

c) Berechne: $6 + 2 \cdot 4 + (-4) \cdot (-3)^2$

Resultat: _____

d) Schreibe in einen gewöhnlichen Bruch um: $0.8\overline{3}$

Bruch: _____

---

2 Bruchterme berechnen

4 Punkte

Berechne und gib das Ergebnis als vollständig gekürzten Bruch an.

a) $\left(\frac{3}{2}+\frac{1}{3}\right)\cdot\left(\frac{3}{2}-\frac{1}{3}\right)$

Bruch: _____

b) $\left(\frac{66}{11}+\frac{1}{4}\right):\frac{5}{2}$

Bruch: _____

---

3 Trinkgeld in Tschechien

2 Punkte

In der Tschechischen Republik bezahlt man in Kronen. In Restaurants wird der Betrag auf der Rechnung zusätzlich in Euro ausgewiesen. Du erhältst eine Rechnung über 1200 Kronen bzw. 48 Euro. Nun bittest du, den Betrag derart zu erhöhen, dass der Kellner 2 Euro Trinkgeld enthält. Dieser verlangt jetzt 1500 Kronen. Um wie viel Euro hat der Kellner sein Trinkgeld selbständig erhöht?

Erhöhung: _____ Euro

4 Gesuchte Zahl per Gleichung

2 Punkte

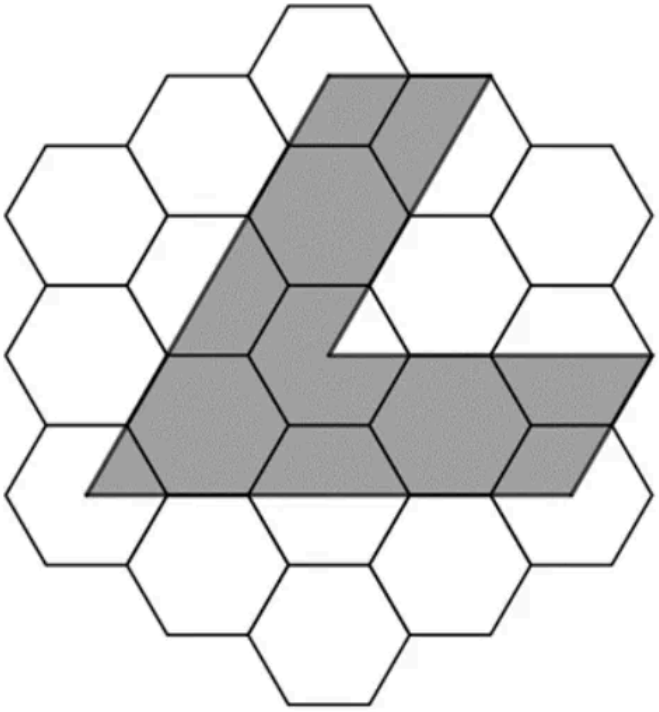
Wird zu einer Zahl 5 addiert und das Resultat dann mit 8 multipliziert, erhält man dasselbe Ergebnis, wie wenn man die Zahl mit 20 multipliziert und 20 subtrahiert. Um welche Zahl handelt es sich? Erstelle eine Gleichung und löse diese.

Zahl: _____

5 Sechseckmuster mit grauer Fläche

3 Punkte

Gegeben ist das abgebildete Muster aus lauter identischen regulären Sechsecken (alle Seiten sind gleich lang). Jedes Sechseck hat einen Flächeninhalt von 6.



a) Welchen Flächeninhalt hat die graue Fläche?

Graue Fläche: _____

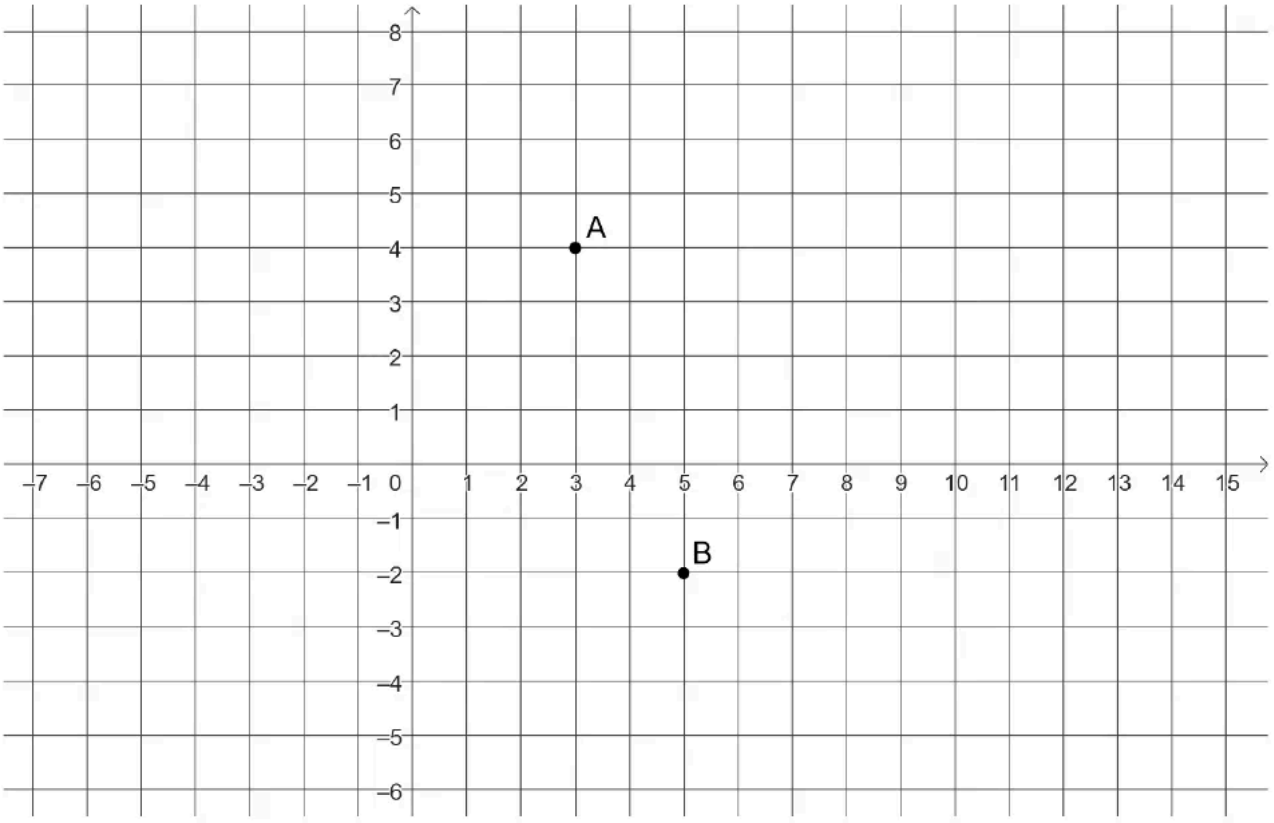
b) Schätze den Anteil der grauen Fläche im Vergleich zur Gesamtfläche aller Sechsecke. Gib das Resultat in Prozenten an.

---

6 Punkte im Koordinatensystem

6 Punkte

Gegeben sind die Punkte A und B, welche im Koordinatensystem bereits eingezeichnet sind.



a) Ergänze zwei Punkte C und D so, dass diese mit den Punkten A und B zusammen ein Quadrat bilden. Welche Koordinaten haben C und D? Finde alle Lösungen und zeichne sie ein.

b) Der Punkt $E(-1|4)$ bildet mit A und B ein Dreieck. Zeichne E ins Koordinatensystem ein und berechne den Flächeninhalt des Dreiecks ABE.

Flächeninhalt: _____

c) Gib die Koordinaten von zwei Punkten an, welche jeweils gleich weit von A wie von B entfernt liegen.

---

7 Gleichwertige Terme erkennen

2 Punkte

a) Welche der Terme A, B, C sind gleich $15 \cdot \frac{6}{5}$? Umkreise diese!

$A = \frac{6}{15} \cdot 45$

$B = (45 \cdot 3) : 5$ $C = \frac{45}{5} \cdot 3$

A (gleich / nicht gleich): _____

B (gleich / nicht gleich): _____

C (gleich / nicht gleich): _____

b) Welche der Terme A, B, C sind gleich $\frac{5}{8} : 0.25$? Umkreise diese!

$A = \frac{8}{5} \cdot 4$

$B = \frac{5}{2}$ $C = (4 \cdot 5) : 8$

A (gleich / nicht gleich): _____

B (gleich / nicht gleich): _____

C (gleich / nicht gleich): _____

---

8 Volumen eines Körpers

3 Punkte

Berechne das Volumen des abgebildeten Körpers:

Volumen: _____ cm³

---

9 Term vereinfachen, Gleichung lösen

3 Punkte

Diese Aufgabe besteht aus zwei unabhängigen Teilaufgaben:

a) Vereinfache folgenden Ausdruck soweit wie möglich: $x^2 + 4x^3 + 5x \cdot x - x \cdot x \cdot x$

Vereinfachter Term: _____

b) Bestimme die Lösung der Gleichung $5x - 12 = 27$ als Dezimalbruch.

x: _____

Lösungen

Aufnahmeprüfung Gymnasium Bern 2025 Mathematik I 8. Schuljahr. Lösungswege von Fokus Nachhilfe nach der offiziellen Lösung des Kantons.

---

1 Umrechnen und Rechnen

4 Punkte

a) **Ergebnis:** $0.3\ \text{dl} = 30\ \text{cm}^3$

- $1\ \text{dl} = 100\ \text{ml}$ und $1\ \text{ml} = 1\ \text{cm}^3$.
- Also $1\ \text{dl} = 100\ \text{cm}^3$.
- $0.3\ \text{dl} = 0.3 \cdot 100\ \text{cm}^3 = 30\ \text{cm}^3$.

b) **Ergebnis:** $\frac{1}{4}$

- Schreibe 0.1 als Bruch: $0.1 = \frac{1}{10}$.
- $\frac{1}{10} \cdot \frac{5}{2} = \frac{5}{20}$.
- Kürzen mit 5: $\frac{5}{20} = \frac{1}{4}$.

c) **Ergebnis:** -22

Reihenfolge: zuerst Potenz, dann Punkt-, dann Strichrechnung.

- $(-3)^2 = 9$ (minus mal minus gibt plus).
- $2 \cdot 4 = 8$ und $(-4) \cdot 9 = -36$.
- $6 + 8 - 36 = -22$.

d) **Ergebnis:** $\frac{5}{6}$

- $0.8\overline{3} = 0.8 + 0.0\overline{3}$.
- $0.0\overline{3}$ ist ein Zehntel von $0.\overline{3} = \frac{1}{3}$, also $\frac{1}{30}$.
- $0.8 = \frac{24}{30}$, somit $\frac{24}{30} + \frac{1}{30} = \frac{25}{30} = \frac{5}{6}$.

---

2 Bruchterme berechnen

4 Punkte

a) **Ergebnis:** $\frac{77}{36}$ **(auch** $2\frac{5}{36}$**)**

- Gleichnamig machen (Nenner 6): $\frac{3}{2} = \frac{9}{6}$, $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$.
- Erste Klammer: $\frac{9}{6} + \frac{2}{6} = \frac{11}{6}$.
- Zweite Klammer: $\frac{9}{6} - \frac{2}{6} = \frac{7}{6}$.
- Multiplizieren: $\frac{11}{6} \cdot \frac{7}{6} = \frac{77}{36}$. Kürzen geht nicht mehr.

Alternativ mit der dritten binomischen Formel: $\left(\frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{9}{4} - \frac{1}{9} = \frac{81}{36} - \frac{4}{36} = \frac{77}{36}$.

b) **Ergebnis: $\frac{5}{2}$ (auch $2\frac{1}{2}$)**

- Geschickt: $\frac{66}{11} = 6$.
- Klammer: $6 + \frac{1}{4} = \frac{24}{4} + \frac{1}{4} = \frac{25}{4}$.
- Durch einen Bruch teilen heisst mit dem Kehrwert malnehmen: $\frac{25}{4} \cdot \frac{2}{5} = \frac{50}{20} = \frac{5}{2}$.

---

3 Trinkgeld in Tschechien

2 Punkte

Ergebnis: Der Kellner hat sein Trinkgeld unrechtmässig um 10 Euro erhöht.

- Rechne die 1500 Kronen in Euro um. Kronen und Euro sind proportional: $\frac{48}{1200} = \frac{x}{1500}$.
- 1200 Kronen sind 48 Euro, also sind 100 Kronen 4 Euro und 1500 Kronen $15 \cdot 4 = 60$ Euro.
- Erlaubt wären $48 + 2 = 50$ Euro gewesen.
- Selbständige Erhöhung: $60 - 50 = 10$ Euro.

---

4 Gesuchte Zahl per Gleichung

2 Punkte

Ergebnis: $8(x + 5) = 20x - 20$, $x = 5$

- Die Zahl heisst x. Linke Seite: $(x + 5) \cdot 8$, rechte Seite: $20x - 20$.
- Gleichung: $8(x + 5) = 20x - 20$
- Ausmultiplizieren: $8x + 40 = 20x - 20$
- $8x$ abziehen und 20 addieren: $60 = 12x$
- $x = 5$
- Probe: $(5 + 5) \cdot 8 = 80$ und $5 \cdot 20 - 20 = 80$.

---

5 Sechseckmuster mit grauer Fläche

3 Punkte

a) **Ergebnis: $A_G = 40$**

- Ein reguläres Sechseck besteht aus 6 gleichseitigen Dreiecken. Jedes Dreieck hat also den Flächeninhalt $6 : 6 = 1$.
- Setze die grauen Teile (ganze Sechsecke, Sechseck-Stücke, Dreiecke) gedanklich zusammen: Sie ergeben 6 ganze Sechsecke und 4 Sechstel-Sechsecke (4 Dreiecke), also $6\frac{4}{6} = \frac{40}{6}$ Sechsecke.

- Flächeninhalt: $A_G = \frac{40}{6} \cdot 6 = 40$.

b) **Ergebnis: Etwa 35 % (Werte zwischen 32 % und 38 % gelten).**

- Das Muster hat 19 Sechsecke: Gesamtfläche $A = 19 \cdot 6 = 114$.
- Anteil: $\frac{40}{114} \approx 0.351 = 35.1\,\%$.
- Eine Schätzung reicht, zum Beispiel: $\frac{40}{114}$ ist etwas mehr als $\frac{1}{3} \approx 33\,\%$, also rund 35 %.

---

6 Punkte im Koordinatensystem

6 Punkte

a) **Ergebnis:** $C_1(-1|-4), D_1(-3|2)$ **und** $C_2(11|0), D_2(9|6)$

- Lies ab: $A(3|4), B(5|-2)$. Von A nach B geht es 2 nach rechts und 6 nach unten.
- Die Seite AB des Quadrats steht senkrecht auf der Nachbarseite: Drehe den Schritt um 90°, das ergibt 6 nach links und 2 nach unten (oder 6 nach rechts und 2 nach oben).
- 6 nach links, 2 nach unten: $C_1 = B + (-6|-2) = (-1|-4), D_1 = A + (-6|-2) = (-3|2)$.
- 6 nach rechts, 2 nach oben: $C_2 = B + (6|2) = (11|0), D_2 = A + (6|2) = (9|6)$.
- Die offizielle Lösung zählt diese zwei Quadrate mit AB als Seite.

Hinweis: Nimmt man AB als Diagonale, gibt es noch ein drittes, kleineres Quadrat mit den Ecken $(1|0)$ und $(7|2)$.

b) **Ergebnis: Flächeninhalt des Dreiecks ABE: 12**

- E und A liegen beide auf der Höhe $y = 4$. Nimm EA als Grundseite: $g = 3 - (-1) = 4$.
- Die Höhe ist der senkrechte Abstand von B zu dieser Linie: $h = 4 - (-2) = 6$.
- $A = \frac{g \cdot h}{2} = \frac{4 \cdot 6}{2} = 12$.

c) **Ergebnis: Zum Beispiel $(1|0)$ und $(7|2)$; weitere: $(-5|-2)$, $(-2|-1)$, $(4|1)$, $(10|3)$, $(13|4)$.**

- Alle Punkte, die gleich weit von A und B entfernt sind, liegen auf der Mittelsenkrechten von AB.
- Mittelpunkt von AB: $\left(\frac{3+5}{2}\middle|\frac{4+(-2)}{2}\right) = (4|1)$.
- AB geht 2 nach rechts und 6 nach unten. Senkrecht dazu geht es 3 nach rechts und 1 nach oben.
- Von $(4|1)$ aus: $(7|2)$, $(10|3)$, $(13|4)$, … und in die andere Richtung $(1|0)$, $(-2|-1)$, $(-5|-2)$, …
- Zwei davon genügen, zum Beispiel $(1|0)$ und $(7|2)$.

7 Gleichwertige Terme erkennen

2 Punkte

a) Ergebnis: Nur A

- Zielwert: $15 \cdot \frac{6}{5} = 3 \cdot 6 = 18$.
- $A = \frac{6}{15} \cdot 45 = 6 \cdot 3 = 18$ ✓
- $B = 135 : 5 = 27$ ×
- $C = 9 \cdot 3 = 27$ ×

b) Ergebnis: B und C

- $0.25 = \frac{1}{4}$. Durch $\frac{1}{4}$ teilen heisst mal 4: $\frac{5}{8} : 0.25 = \frac{5}{8} \cdot 4 = \frac{20}{8} = \frac{5}{2}$.
- $A = \frac{8}{5} \cdot 4 = \frac{32}{5}$ × (Kehrwert falsch herum)
- $B = \frac{5}{2}$ ✓
- $C = 20 : 8 = \frac{5}{2}$ ✓

8 Volumen eines Körpers

3 Punkte

Ergebnis: $V = 126\ \text{cm}^3$

Zerlege den Körper in drei Quader:

- Linker Turm: $3 \cdot 6 \cdot 5 = 90\ \text{cm}^3$
- Rechter, langer Balken: $2 \cdot 1 \cdot 9 = 18\ \text{cm}^3$
- Platte dazwischen (Breite $8 - 3 - 2 = 3$ cm, Tiefe 6 cm, Höhe 1 cm): $3 \cdot 6 \cdot 1 = 18\ \text{cm}^3$
- Zusammen: $V = 90 + 18 + 18 = 126\ \text{cm}^3$

---

9 Term vereinfachen, Gleichung lösen

3 Punkte

a) **Ergebnis:** $6x^2 + 3x^3$

- $5x \cdot x = 5x^2$ und $x \cdot x \cdot x = x^3$.
- Ausdruck: $x^2 + 4x^3 + 5x^2 - x^3$
- Gleiche Potenzen zusammenfassen: $x^2 + 5x^2 = 6x^2$ und $4x^3 - x^3 = 3x^3$.
- Ergebnis: $6x^2 + 3x^3$

b) **Ergebnis:** $x = 7.8$

- $+12$ auf beiden Seiten: $5x = 39$
- $: 5$: $x = 7.8$