Mathematik II

60 Minuten · 9 Aufgaben · 29 Punkte

Name: _____

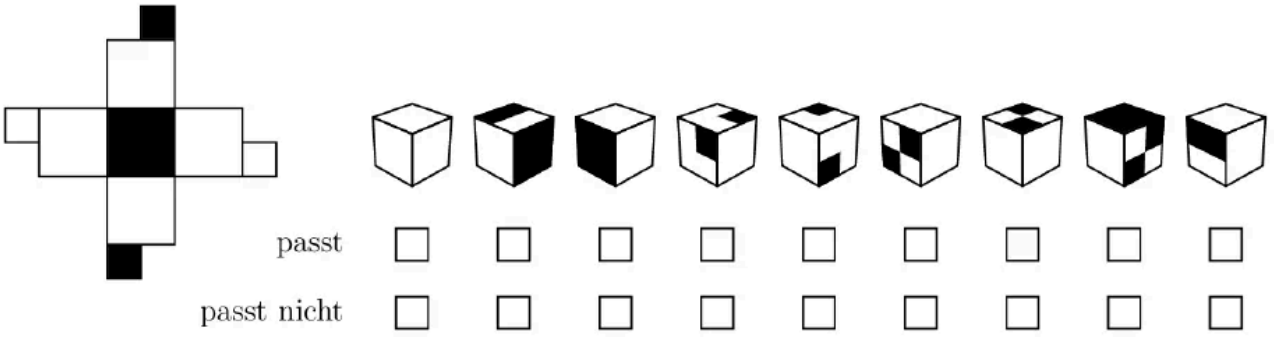
- 60 Minuten
- Taschenrechner erlaubt (nicht programmierbar, ohne Gleichungslöser)
- Geodreieck, Zirkel und Lineal erlaubt
- Alle Berechnungen und Begründungen angeben

---

1 Würfel zum Würfelnetz

3 Punkte

Kreuze zu jedem Würfel an, ob er zum abgebildeten Würfelnetz passt oder nicht.



Passt der Würfel zum Würfelnetz? Die Würfel sind von links nach rechts nummeriert (Würfel 1 bis Würfel 9).

Würfel 1 (passt / passt nicht): _____

Würfel 2 (passt / passt nicht): _____

Würfel 3 (passt / passt nicht): _____

Würfel 4 (passt / passt nicht): _____

Würfel 5 (passt / passt nicht): _____

Würfel 6 (passt / passt nicht): _____

Würfel 7 (passt / passt nicht): _____

Würfel 8 (passt / passt nicht): _____

Würfel 9 (passt / passt nicht): _____

2 Radrennen im Weg-Zeit-Diagramm

6 Punkte

Bei einem Radrennen legt Lars insgesamt 80 km zurück. Das abgebildete Diagramm zeigt den Weg s in Abhängigkeit der Zeit t.



a) Wie lange braucht Lars für die 80 km?

Zeit: _____ h

b) Wann fährt er am schnellsten? Wie schnell fährt er dann?

Geschwindigkeit: _____ km/h

c) Nik startet beim selben Rennen gleichzeitig wie Lars. Bis 10 Uhr fahren sie gemeinsam. Dann hat Nik eine Panne. Die Reparatur dauert 30 Minuten. Danach fährt er mit konstanter Geschwindigkeit weiter und überholt Lars um 11:15 Uhr. Nik fährt vor Lars im Ziel ein.

Zeichne im selben Diagramm den Verlauf für die Fahrt von Nik.

3 Grösstes Produkt finden

1 Punkt

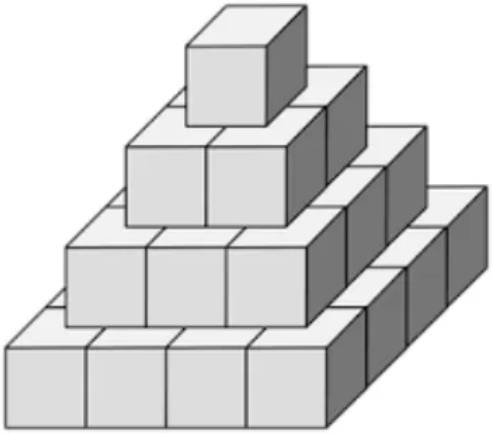
Zwei der Zahlen -10, -7, -5, 0, 3, 6, 8 werden miteinander multipliziert. Was ist das grösstmögliche Resultat, das dabei entstehen kann?

Grösstes Resultat: _____

4 Würfelturm aus Schichten

5 Punkte

Du bildest einen Würfelturm aus vier Schichten von Würfeln, wobei jeweils für die nächste Schicht darunter pro Seite ein Würfel dazu kommt.



1. Schicht

2. Schicht

3. Schicht

4. Schicht

a) Wie viele Würfel würde somit die 7. Schicht enthalten (siehe Bild).

Anzahl Würfel: _____

b) Jeder Würfel hat eine Kantenlänge von 2 cm. Wie gross wäre somit das Volumen des Würfelturms mit 7 Schichten?

Volumen: _____ cm^3

c) Der Würfelturm mit 4 Schichten wird so umgeschichtet, dass alle Schichten nicht mehr in der Mitte aufeinandergestapelt sind, sondern alle in der linken hinteren Ecke beginnen. Jeder Würfel hat eine Kantenlänge von 2 cm. Wie gross ist die Oberfläche des entstehenden Körpers (inklusive der Fläche, auf der der Körper steht)?

Oberfläche: _____ cm^2

---

5 Quaderoberfläche halb gefärbt

5 Punkte

Anna taucht Quader auf verschiedene Arten so in Farbe, dass die halbe Oberfläche gefärbt wird.

a) Schraffiere in den Raumbildern unten drei verschiedene Möglichkeiten, die die Quaderoberfläche unterschiedlich in zwei Hälften teilen.

b i) Vervollständige in den Quadernetzen die gefärbten Flächenteile der halb eingetauchten Quader.

i.

b ii) Vervollständige in den Quadernetzen die gefärbten Flächenteile der halb eingetauchten Quader.

ii.

6 Palindrome legen

2 Punkte

Palindrome sind Buchstabenkombinationen, die von links nach rechts gelesen, dasselbe ergeben wie von rechts nach links (z.B. «SUGUS»).

Wie viele verschiedene Palindrome lassen sich legen mit allen nachfolgenden Buchstaben?

A, A, B, B, B, C, C, C, C

Anzahl Palindrome: _____

7 Termwert berechnen

2 Punkte

Berechne folgenden Term für $x = 4.5$ und $y = -1.9$. Runde das Resultat auf vier Kommastellen genau.

$$\frac{-x^2 - y}{x \cdot y}$$

Resultat: _____

8 Gefässe mit doppelter Grundkante

2 Punkte

Zwei quaderförmige Gefässe haben beide eine quadratische Grundfläche. Beide Gefässe sind gleich hoch, aber sämtliche Seiten der Grundfläche sind beim zweiten doppelt so lang als beim ersten.

a) Ins erste Gefäss könnte man höchstens 5 l Wasser einfüllen. Wie viel Wasser könnte man maximal ins zweite Gefäss einfüllen?

Wassermenge: _____ l

b) Im ersten Gefäss befindet sich Wasser bis zu einer Höhe von 36 cm, während das zweite leer ist. Nun wird dieses Wasser vom ersten ins (zunächst leere) zweite Gefäss umgegossen. Wie hoch liegt dann dort der Wasserspiegel?

Höhe: _____ cm

9 Maschinen stanzen Metallteile

3 Punkte

Für das Ausstanzen von 1050 Metallteilen bräuchten 3 normale Maschinen 7 Minuten.

In welcher Zeit könnten die 1050 Metallteile ausgestanzt werden, wenn eine der drei normalen Maschinen durch eine moderne Maschine ersetzt würde, welche alle Metallteile allein in 14 Minuten ausstanzen könnte?

Zeit: _____ min

Lösungen

Aufnahmeprüfung Gymnasium Bern 2025 Mathematik II 8. Schuljahr. Lösungswege von Fokus Nachhilfe nach der offiziellen Lösung des Kantons.

1 Würfel zum Würfelnetz

3 Punkte

Ergebnis: Es passen Würfel 3, 6 und 7. Würfel 1, 2, 4, 5, 8 und 9 passen nicht.

- Die vier grossen weissen Quadrate rund um das schwarze Quadrat werden die vier Seitenflächen. Sie sind ganz weiss.
- Die vier kleinen Quadrate an den Enden klappen alle auf die Fläche gegenüber der schwarzen Fläche. Zusammen füllen sie diese Fläche aus: zwei schwarze Viertel liegen sich diagonal gegenüber. Diese Fläche ist also ein **Schachbrettmuster** aus 2 schwarzen und 2 weissen Vierteln.
- Der Würfel hat damit: eine ganz schwarze Fläche, gegenüber eine Schachbrett-Fläche, alle anderen Flächen weiss.
- Auf einem Würfelbild siehst du immer drei Flächen, die an einer Ecke zusammenstossen. Darunter ist immer genau eine der beiden besonderen Flächen (schwarz oder Schachbrett), denn die beiden liegen sich gegenüber.
- **Würfel 3** (eine Fläche ganz schwarz, zwei weiss), **Würfel 6** und **Würfel 7** (je eine Schachbrett-Fläche, zwei weiss) passen.
- Würfel 1 zeigt drei weisse Flächen: unmöglich. Würfel 2, 4, 5, 8 und 9 zeigen Muster auf zwei Flächen oder Muster, die weder ganz schwarz noch ein Schachbrett sind: passen nicht.

2 Radrennen im Weg-Zeit-Diagramm

6 Punkte

a) Ergebnis: 4.5 Stunden

- Lars startet um 9 Uhr (s = 0 km).
- Er erreicht 80 km um 13:30 Uhr (ein Häuschen in der Breite = 15 Minuten).

- Fahrzeit: 13:30 – 9:00 = 4 h 30 min = 4.5 h.

b) **Ergebnis: Zwischen 12:30 und 13:30 Uhr, mit 25 km/h.**

- Am schnellsten ist Lars dort, wo der Graph am steilsten ist.
- Abschnitte: 9:00–11:00 von 0 auf 40 km, also $40 : 2 = 20$ km/h.
- 11:00–12:30 von 40 auf 55 km, also $15 : 1.5 = 10$ km/h.
- 12:30–13:30 von 55 auf 80 km, also $25 : 1 = 25$ km/h.
- Am schnellsten fährt er also zwischen **12:30 und 13:30 Uhr**, mit **25 km/h**.

c) **Ergebnis: Graph von Nik: (9:00 | 0 km) → (10:00 | 20 km), waagrecht bis (10:30 | 20 km), dann gerade durch (11:15 | 42.5 km) bis (12:30 | 80 km).**

- Bis 10 Uhr fährt Nik mit Lars: gleiche Linie von (9:00 | 0 km) bis (10:00 | 20 km).
- Panne 10:00–10:30: Nik bewegt sich nicht, die Linie geht **waagrecht** bei 20 km bis 10:30.
- Um 11:15 überholt er Lars. Lars ist dann bei $40 + 10 \cdot 0.25 = 42.5$ km. Dort schneiden sich die Graphen.
- Von (10:30 | 20 km) zieht Nik eine gerade Linie durch (11:15 | 42.5 km): 22.5 km in 0.75 h, also 30 km/h.
- Mit 30 km/h schafft er die restlichen 60 km in 2 Stunden: Ziel um **12:30 Uhr**, also vor Lars (13:30).

---

3 Grösstes Produkt finden

1 Punkt

Ergebnis: 70

- Ein Produkt ist positiv, wenn beide Zahlen positiv oder beide negativ sind.
- Die zwei grössten positiven Zahlen: $6 \cdot 8 = 48$.

- Die zwei negativen Zahlen mit dem grössten Betrag: $(-10) \cdot (-7) = 70$.
- Grösstes Resultat: **70**.

---

4 Würfelturm aus Schichten

5 Punkte

a) **Ergebnis: 49 Würfel**

- Die Schichten sind Quadrate: 1. Schicht $1 \cdot 1$, 2. Schicht $2 \cdot 2$, 3. Schicht $3 \cdot 3$, …
- 7. Schicht: $7 \cdot 7 = 49$ Würfel.

b) **Ergebnis: 1120 cm³**

- Anzahl Würfel: $1 + 4 + 9 + 16 + 25 + 36 + 49 = 140$.
- Volumen eines Würfels: $2^3 = 8\ \text{cm}^3$.
- Volumen des Turms: $140 \cdot 8 = 1120\ \text{cm}^3$.

c) **Ergebnis: 288 cm²**

- Zähle die sichtbaren Würfelflächen von allen sechs Seiten. Der Körper ist eine Treppe, darum ist keine Fläche versteckt.
- Von oben und von unten siehst du je die 4×4-Schicht: $16 + 16 = 32$ Flächen.
- Von vorne, hinten, links und rechts siehst du je eine Treppe aus $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ Flächen: $4 \cdot 10 = 40$ Flächen.
- Total: $32 + 40 = 72$ Würfelflächen.
- Eine Würfelfläche: $2^2 = 4\ \text{cm}^2$, also Oberfläche $72 \cdot 4 = 288\ \text{cm}^2$.

---

5 Quaderoberfläche halb gefärbt

5 Punkte

a) **Ergebnis: Zum Beispiel: Quader aufrecht bis zur halben Höhe eintauchen; Quader liegend über eine Seitenfläche halb eintauchen; Quader schräg entlang einer Diagonalebene eintauchen (weitere Lösungen siehe Bild).**

- Taucht Anna den Quader so ein, dass die Flüssigkeitsoberfläche durch die **Mitte des Quaders** geht, wird genau die halbe Oberfläche gefärbt. Grund: Der Quader ist punktsymmetrisch zu seinem Mittelpunkt, jedes gefärbte Stück hat ein gleich grosses ungefärbtes Gegenstück.

- Möglichkeiten: aufrecht bis zur halben Höhe eintauchen (Boden + untere Hälfte der vier Seitenflächen), über eine der grossen oder eine der schmalen Seitenflächen halb eintauchen, oder schräg eintauchen, sodass die Grenze diagonal über Flächen läuft (z. B. durch zwei gegenüberliegende Kanten).
- Die drei Lösungen müssen sich wirklich unterscheiden, nicht nur gespiegelt sein. Beispiele zeigt das Lösungsbild.

b i) **Ergebnis: Gefärbt: die grosse Mittelfläche ganz sowie je die Hälfte der vier angrenzenden Flächen (jeweils die Hälfte, die an die Mittelfläche grenzt).**

- Die zwei vorgegebenen Streifen sind je die Hälfte einer schmalen Fläche, und zwar die Hälfte, die an die grosse Mittelfläche grenzt.

- Der Quader wurde also mit der grossen Mittelfläche nach unten bis zur halben Dicke eingetaucht.
- Gefärbt sind darum: die **ganze Mittelfläche** und von **allen vier angrenzenden Flächen** die Hälfte, die an die Mittelfläche grenzt (also auch oben und links).
- Kontrolle: Mit Kanten 2, 1 und 3 ist die Oberfläche $2 \cdot (6 + 2 + 3) = 22$. Gefärbt: $6 + 1 + 1 + 1.5 + 1.5 = 11$, genau die Hälfte.

b ii) **Ergebnis: Zusätzlich gefärbt: auf den beiden schmalen Seitenflächen links und rechts der Mittelfläche je ein rechtwinkliges Dreieck, das oben die ganze Breite hat und unten an der Mittelfläche spitz ausläuft.**

- Gegeben sind die grosse Mittelfläche und die kleine Fläche darüber, beide ganz gefärbt.
- Mit Kanten 2, 1 und 3 ist die Oberfläche 22, die Hälfte also 11. Gefärbt sind schon $6 + 2 = 8$, es fehlen 3.
- Der Quader wurde schräg eingetaucht: Die Flüssigkeitsgrenze geht von der unteren Kante der Mittelfläche diagonal zur oberen hinteren Kante.
- Auf den beiden schmalen Seitenflächen (links und rechts der Mittelfläche) entsteht so je ein **rechtwinkliges Dreieck**: oben die ganze Breite, unten an der Mittelfläche spitz. Fläche je $\frac{1 \cdot 3}{2} = 1.5$, zusammen 3. Passt.

6 Palindrome legen

2 Punkte

Ergebnis: 12

- Es sind 9 Buchstaben, also gibt es einen Mittelbuchstaben. Links und rechts davon stehen je 4 Buchstaben, gespiegelt.
- Jeder Buchstabe ausser dem in der Mitte kommt paarweise vor. Nur B gibt es ungerade oft (3-mal), darum steht **B in der Mitte**.
- Links der Mitte stehen dann A, B, C, C (rechts dasselbe gespiegelt).
- Anordnungen von A, B, C, C: $\frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2} = 12$ (geteilt durch 2, weil die beiden C gleich sind).
- Die rechte Hälfte ist dadurch festgelegt: **12** Palindrome.

---

7 Termwert berechnen

2 Punkte

Ergebnis: 2.1462

- Achtung: $-x^2$ heisst $-(x^2)$, das Quadrat zuerst.
- Zähler: $-4.5^2 - (-1.9) = -20.25 + 1.9 = -18.35$.
- Nenner: $4.5 \cdot (-1.9) = -8.55$.
- $\frac{-18.35}{-8.55} = 2.14619\ldots \approx 2.1462$.

---

8 Gefässe mit doppelter Grundkante

2 Punkte

a) **Ergebnis: 20 l**

- Doppelte Seitenlänge heisst: Die quadratische Grundfläche wird $2 \cdot 2 = 2^2 = 4$-mal so gross.
- Die Höhe bleibt gleich, also ist auch das Volumen 4-mal so gross.
- $5\ l \cdot 4 = 20\ l$.

b) **Ergebnis: 9 cm**

- Die Wassermenge bleibt gleich, die Grundfläche ist im zweiten Gefäss 4-mal so gross.
- Darum steht das Wasser nur $\frac{1}{4}$ so hoch: $\frac{36\ \text{cm}}{2^2} = 9\ \text{cm}$.

---

9 Maschinen stanzen Metallteile

3 Punkte

Ergebnis: 6 Minuten

- Rechne mit Teilen pro Minute.

- Eine normale Maschine allein bräuchte $3 \cdot 7 = 21$ Minuten, sie stanzt also $\frac{1050}{21} = 50$ Teile pro Minute.
- Zwei normale Maschinen: 100 Teile pro Minute.
- Die moderne Maschine: $\frac{1050}{14} = 75$ Teile pro Minute.
- Zusammen: $100 + 75 = 175$ Teile pro Minute.
- Zeit: $\frac{1050}{175} = 6$ Minuten.