Mathematik II

60 Minuten · 9 Aufgaben · 32 Punkte

Name: _____

- 60 Minuten
- Taschenrechner erlaubt (nicht programmierbar, ohne Gleichungslöser)
- Geodreieck, Zirkel und Lineal erlaubt
- Alle Berechnungen und Begründungen nachvollziehbar aufschreiben

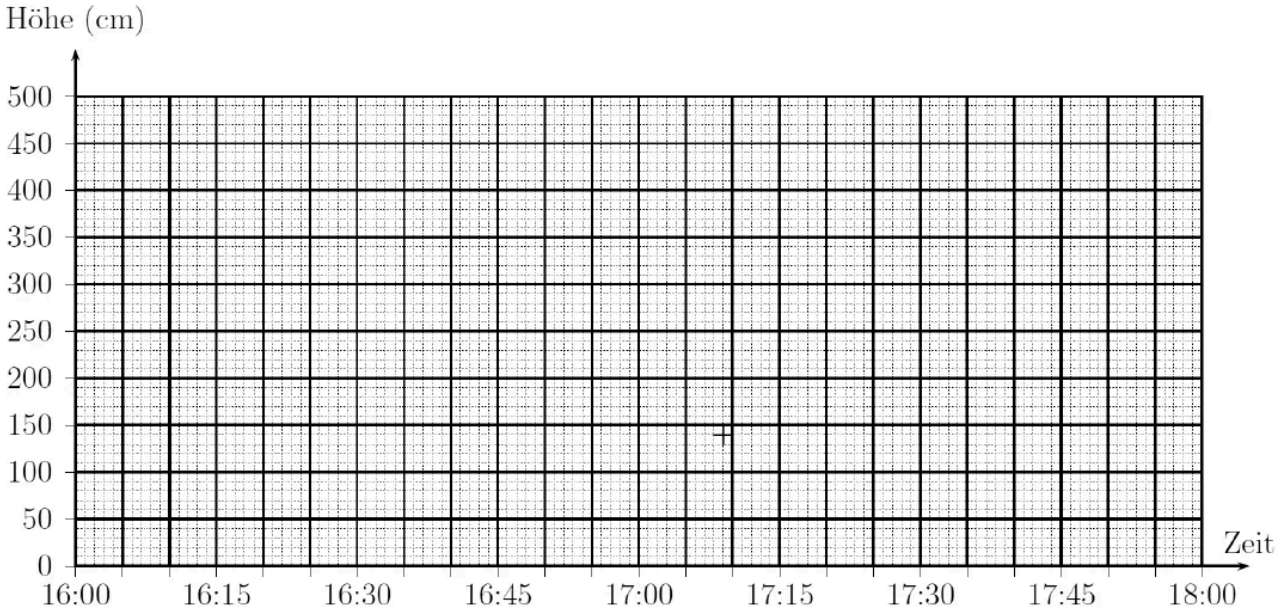
---

1 Sinkender Wasserspiegel

4 Punkte

Ein Wasserbecken ist mit Wasser gefüllt. Um 16:00 Uhr wird der Abfluss des Beckens geöffnet, so dass Wasser hinausfliesst. Der Wasserspiegel sinkt dann mit gleichbleibender Geschwindigkeit. Die Höhe des Wasserspiegels (gemessen vom Boden des Wasserbeckens bis zur Wasseroberfläche) um 16:24 Uhr (= 16h 24min) ist in der Tabelle nebenan angegeben.

Uhr	Höhe (cm)
16:00	_____
16:24	290
17:09	_____
_____	0



a) Zeichne die Höhe des Wasserspiegels um 16:24 Uhr im untenstehenden Diagramm mit einem Kreuz (+) ein, so dass die Mitte dieses Kreuzes genau den richtigen Punkt trifft.

b) Im Diagramm ist die Höhe des Wasserspiegels um 17:09 Uhr mit einem Kreuz eingezeichnet. Trage die Höhe des Wasserspiegels um 17:09 Uhr an der passenden Stelle in die obige Tabelle ein.

Höhe um 17:09 Uhr: _____ cm

c) Zeichne den Verlauf des Wasserspiegels im untenstehenden Diagramm mit einer Linie ein und beantworte damit die folgenden beiden Fragen: Wie hoch war der Wasserspiegel um 16:00 Uhr? Wann ist das Wasserbecken leer? Trage die beiden Antworten an den passenden Stellen in die obige Tabelle ein.

Höhe um 16:00 Uhr: _____ cm

Becken leer um: _____ Uhr

---

2 Gewicht der Raumsonde Rosetta

5 Punkte

Die Raumsonde Rosetta hatte ein Startgewicht von 3,003 t. 50 % davon ist Treibstoff. 1/30 des Gewichts macht die Landeeinheit aus. Die Nutzlast in Form von wissenschaftlichen Instrumenten beträgt 265 kg.

a) Wie schwer ist der Rest der Sonde?

Rest der Sonde: _____ kg

b) Das Berner Instrument ROSINA machte vom Gesamtgewicht der Sonde 1,165 % aus. Wie schwer ist also ROSINA? Runde auf ganze kg.

ROSINA: _____ kg

c) Am Ende der Mission sind noch 5 % des Treibstoffs übrig. Die Landeeinheit wurde schon früher abgeworfen. Wie schwer ist Rosetta am Ende der Mission?

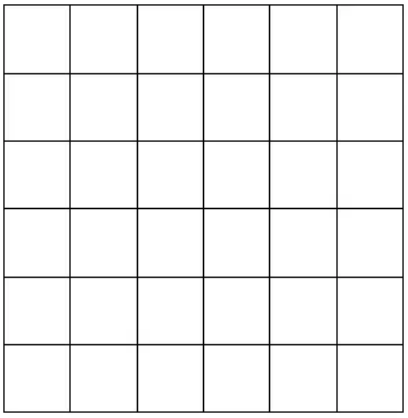
Gewicht am Ende: _____ kg

---

3 Rechtecke und Gitterpunkte

6 Punkte

Es ist folgendes Gitternetz gegeben:

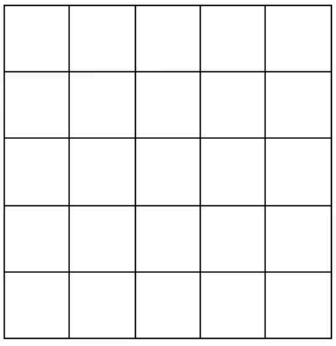
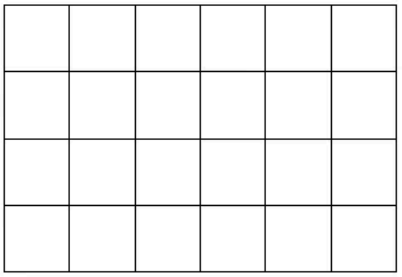


a) Wie viele Rechtecke unterschiedlicher Grösse lassen sich in dieses Gitternetz einzeichnen, wobei die Seiten auf den Gitternetzlinien liegen müssen? Hinweis: zwei Rechtecke gelten auch als gleich, wenn Länge und Breite vertauscht sind.

Anzahl Rechtecke: _____

b) Wie viele Gitterpunkte (inkl. der Eckpunkte) liegen jeweils auf einer Diagonalen der folgenden Rechtecke im Gitternetz:

Rechteck	Anzahl Gitterpunkte auf der Diagonalen inkl. der zwei Eckpunkte
4 × 1 Häuschen	_____
5 × 5 Häuschen	_____
6 × 4 Häuschen	_____

Rechteck	Anzahl Gitterpunkte auf der Diagonalen inkl. der zwei Eckpunkte
	
	
	

c) Wie kann man die Anzahl der Gitterpunkte auf der Diagonale (zusammen mit den beiden Eckpunkten) bestimmen, wenn die Seitenlängen des Rechtecks a und b sind? Gib eine Berechnungsvorschrift oder Formel an. (2)

Rechteck 4 × 1: _____

Rechteck 5 × 5: _____

Rechteck 6 × 4: _____

c) Wie kann man die Anzahl der Gitterpunkte auf der Diagonale (zusammen mit den beiden Eckpunkten) bestimmen, wenn die Seitenlängen des Rechtecks a und b sind? Gib eine Berechnungsvorschrift oder Formel an.

---

4 Dreieck ohne Winkelmessen konstruieren

2 Punkte

Konstruiere ein Dreieck mit den Winkeln $\alpha = 30^\circ$ und $\beta = 60^\circ$ und der vorgegebenen Seite a, **die gegenüber dem Winkel** α liegt. Die Winkel sollen NICHT mit dem Geodreieck abgemessen werden. Zeichne alle Seiten des Dreiecks.

In der Zeichnung muss erkennbar sein, wie du bei der Konstruktion vorgegangen bist.

---

5 Buchstaben aneinanderreihen

3 Punkte

Aus dem Buchstabenvorrat A, B, C, D, E, F, G werden zwei verschiedene Buchstaben entnommen und nebeneinandergelegt.

a) Wie viele verschiedene Aneinanderreihungen ergeben sich? (Die Aneinanderreihungen «BA», «AB» und «FD» beispielsweise sind verschiedene Aneinanderreihungen.)

Anzahl: _____

b) Man fügt zu den sieben Buchstaben noch den Buchstaben H hinzu und entnimmt nun drei verschiedene Buchstaben.

Wie viele verschiedene Aneinanderreihungen ergeben sich in diesem Fall? (Bsp. «DCH»)

Anzahl: _____

c) Wie viele verschiedene Aneinanderreihungen mit drei der acht Buchstaben ergäbe es, wenn die Buchstaben beliebig oft eingesetzt werden dürfen? (Bsp. «AEA»)

Anzahl: _____

6 Würfel kippen

4 Punkte

Die Seiten eines Würfels haben 1 bis 6 Punkte (⚀ bis ⚅). Wenn man die Anzahl Punkte gegenüberliegender Flächen addiert, ergibt sich immer die Summe 7 (z.B. liegt ⚁ gegenüber von ⚄). Der Würfel liegt am Anfang so auf dem Tisch, dass die Seite mit den 3 Punkten oben liegt. Das ist im folgenden Bild von oben zu sehen (⚂). Dort sind auch die vier Himmelsrichtungen angegeben und in grau ist Folgendes eingezeichnet: Wenn man den Würfel nach Osten kippt (im Bild: E), liegt diejenige Seite mit 1 Punkt oben (während sich die Seite mit den 3 Punkten jetzt auf der Ostseite des Würfels befindet). Wenn man den Würfel (bei dem die 3 Punkte oben liegen) nach Süden (S) kippt, liegt die Seite mit den 2 Punkten oben.

Wenn zuerst die Seite mit den 3 Punkten oben liegt und wir dann den Würfel zweimal nach Osten und dann nach Süden kippen, schreiben wir diese Kipp-Folge so auf: ⚂EES. Schreibe jeweils auf, wie viele Punkte nach den folgenden Kipp-Folgen auf der oberen Seite liegen:

a) ⚀W

Punkte oben: _____

b) ⚀WW

Punkte oben: _____

c) ⚀EES

Punkte oben: _____

d) ⚀WNW

Punkte oben: _____

Bauplan einer Wohnung

3 Punkte

Unten ist der Bauplan einer Wohnung abgebildet. Die Einheit des eingezeichneten Koordinatensystems ist 1 m, so wie es oben links angegeben ist. Die Aussenwände haben eine Dicke von 20 cm, die Innenwände sind 10 cm dick. Zu einem Raum gehört nur der begehbare Bereich zwischen den Wänden.

a) Wie lauten die Koordinaten des Punktes P, der sich in einer Ecke des *Zimmers 2* befindet (knapp innerhalb des Zimmers)?

x: _____

y: _____

b) Wie lauten die Koordinaten des Punktes Q im *Zimmer 3*, der die kleinstmögliche y-Koordinate hat und die grösstmögliche x-Koordinate?

x: _____

y: _____

c) In welchem Massstab ist der Plan gezeichnet (wenn die Einheit, die im Plan als 1 m angegeben ist, auf dem Plan 1.25 cm misst)? Gib das Resultat in der Form 1:x an, wobei die Zahl x gesucht ist.

x: _____

---

8 Seiten um 30 % verlängern

2 Punkte

a) Ein Rechteck hat die Seitenlängen a und b. Alle Seiten werden um 30 % verlängert. Um wie viele Prozent ändert sich der Umfang?

Zunahme: _____ %

b) Ein Quader hat die Seitenlängen a, b und c. Alle Seiten werden um 30 % verlängert. Um wie viele Prozent ändert sich das Volumen?

Zunahme: _____ %

9 Taxi, Wechselkurs und Fahrzeit

3 Punkte

a) Ein Taxiunternehmen verlangt eine Grundgebühr von 6 Franken und 90 Rappen, sowie 5 Franken und 10 Rappen pro gefahrenen km. Wieviel zahlt man als Fahrgast für 32 km?

Preis: _____ Fr.

b) Für Fr. 1.- erhält man 0.94 Britische Pfund. Wie viel Fr. muss man für 141 britische Pfund zahlen?

Betrag: _____ Fr.

c) Wie lange braucht es für eine 35.5 km lange Strecke, wenn man mit 23 km/h fährt? Gib das Resultat in Stunden, Minuten und Sekunden an. Runde erst am Schluss, und dann auf ganze Sekunden.

Stunden: _____ h

Minuten: _____ min

Sekunden: _____ s

Lösungen

Aufnahmeprüfung Gymnasium Bern 2026 Mathematik II 8. Schuljahr. Lösungswege von Fokus Nachhilfe nach der offiziellen Lösung des Kantons.

---

1 Sinkender Wasserspiegel

4 Punkte

a) Ergebnis: Kreuz beim Punkt (16:24 | 290 cm)

- Auf der Zeitachse entspricht ein dickes Häuschen 5 Minuten. 16:24 liegt also knapp vor dem 5. dicken Strich nach 16:00 (bei 16:25), genauer 4 Minuten nach 16:20.
- Auf der Höhenachse liegt 290 knapp unter 300 (ein feines Häuschen = 10 cm).
- Dort setzt du das Kreuz.

b) **Ergebnis: 140 cm**

- Lies beim eingezeichneten Kreuz auf der Höhenachse ab: Es liegt ein feines Häuschen (10 cm) unter der Linie 150.
- Höhe um 17:09 Uhr: 140 cm.

c) **Ergebnis: 16:00 Uhr: 370 cm; leer um 17:51 Uhr**

- Verbinde die beiden Kreuze mit einer Geraden und verlängere sie nach links bis 16:00 und nach rechts bis zur Zeitachse.
- Kontrolle mit Rechnen: Von 16:24 bis 17:09 sind es 45 min, der Spiegel sinkt von 290 cm auf 140 cm, also um 150 cm. Pro Minute: $150 : 45 = \frac{10}{3}$ cm.
- 16:00 Uhr liegt 24 min vor 16:24: $290 + 24 \cdot \frac{10}{3} = 290 + 80 = 370$ cm.
- Ab 17:09 fehlen noch 140 cm: $140 : \frac{10}{3} = 42$ min. $17{:}09 + 42$ min $= 17{:}51$ Uhr.

2 Gewicht der Raumsonde Rosetta

5 Punkte

a) Ergebnis: 1136.4 kg

- Startgewicht: 3,003 t = 3003 kg.
- Treibstoff: $3003 \cdot \frac{50}{100} = 1501.5$ kg.
- Landeeinheit: $3003 \cdot \frac{1}{30} = 100.1$ kg.
- Rest: $3003 - 1501.5 - 100.1 - 265 = 1136.4$ kg.

b) Ergebnis: 35 kg

- $3003 \cdot \frac{1.165}{100} = 34.98495$ kg
- Auf ganze kg gerundet: 35 kg.

c) Ergebnis: 1476.475 kg, gerundet 1476.5 kg (offizielle Lösung: 1476.4 kg)

- Vom Treibstoff (50 % des Startgewichts) sind noch 5 % übrig: $5\,\%\ \text{von}\ 50\,\% = 2.5\,\%$ des Startgewichts. Es fallen also $50\,\% - 2.5\,\% = 47.5\,\%$ weg, übrig bleiben $100\,\% - 47.5\,\% = 52.5\,\%$.
- Davon geht noch die Landeeinheit ($\frac{1}{30}$) weg:

$$3003 \cdot \left(\frac{52.5}{100} - \frac{1}{30}\right) = 1576.575 - 100.1 = 1476.475\ \text{kg}$$

- Rosetta wiegt am Ende 1476.475 kg, auf eine Dezimale gerundet 1476.5 kg. Die offizielle Lösung gibt 1476.4 kg an (abgeschnitten statt gerundet); beides gilt als richtig.

3 Rechtecke und Gitterpunkte

6 Punkte

a) Ergebnis: 21 Rechtecke

Das Gitternetz ist 6 × 6 Häuschen gross. Zähle systematisch, die kürzere Seite zuerst (Quadrate zählen auch als Rechtecke):

- kürzere Seite 1: 1×1, 1×2, 1×3, 1×4, 1×5, 1×6 → 6
- kürzere Seite 2: 2×2, 2×3, 2×4, 2×5, 2×6 → 5
- kürzere Seite 3: 3×3, 3×4, 3×5, 3×6 → 4

- kürzere Seite 4: 4×4, 4×5, 4×6 → 3
- kürzere Seite 5: 5×5, 5×6 → 2
- kürzere Seite 6: 6×6 → 1

Total: $6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 21$ Rechtecke unterschiedlicher Grösse.

b) **Ergebnis: 4 × 1: 2; 5 × 5: 6; 6 × 4: 3**

Zeichne die Diagonale ein und zähle die Gitterpunkte, durch die sie genau hindurchgeht:

- 4 × 1: Die Diagonale trifft nur die beiden Eckpunkte → 2.
- 5 × 5 (Quadrat): Die Diagonale geht durch jede Häuschen-Ecke → 6.
- 6 × 4: Die Diagonale geht durch die beiden Eckpunkte und genau durch die Mitte (Punkt 3 nach rechts, 2 nach oben) → 3.

c) **Ergebnis: Anzahl Gitterpunkte** $= \mathrm{ggT}(a, b) + 1$

- Die Diagonale zerfällt in gleich lange Stücke, die von Gitterpunkt zu Gitterpunkt gehen. Jedes Stück geht gleich viele Häuschen nach rechts und gleich viele nach oben.
- Die Anzahl dieser Stücke ist der grösste gemeinsame Teiler von a und b. Beispiel 6 × 4: $\mathrm{ggT}(6, 4) = 2$ Stücke (je 3 nach rechts, 2 nach oben).
- Bei n Stücken gibt es $n + 1$ Punkte (der Anfangspunkt kommt dazu).
- Formel: Anzahl Gitterpunkte $= \mathrm{ggT}(a, b) + 1$. Kontrolle: $\mathrm{ggT}(4, 1) + 1 = 2$, $\mathrm{ggT}(5, 5) + 1 = 6$, $\mathrm{ggT}(6, 4) + 1 = 3$.

---

4 Dreieck ohne Winkelmessen konstruieren

2 Punkte

Ergebnis: Dreieck mit $\alpha = 30^\circ, \beta = 60^\circ, \gamma = 90^\circ$ über der Seite a (Konstruktion über ein gleichseitiges Dreieck mit Seitenlänge 2a)

Idee: Wegen $\alpha + \beta = 90^\circ$ ist $\gamma = 90^\circ$. Ein solches Dreieck ist genau ein halbes gleichseitiges Dreieck. Die Seite a ist dabei die halbe Seite des gleichseitigen Dreiecks.

1. Die Strecke a hat die Endpunkte B (links) und C (rechts). Verlängere sie über C hinaus um nochmals die Länge a (mit dem Zirkel abtragen). Du erhältst den Punkt D mit $BD = 2a$.
2. Zeichne mit dem Zirkel um B und um D je einen Kreisbogen mit Radius $2a$. Ihr Schnittpunkt ist A. Das Dreieck ABD ist gleichseitig, also ist der Winkel bei B 60°.
3. Verbinde A mit B und A mit C. Weil C die Mitte von BD ist, steht AC senkrecht auf BD und halbiert den 60°-Winkel bei A.
4. Das Dreieck ABC hat $\beta = 60^\circ$ bei B, $\gamma = 90^\circ$ bei C und $\alpha = 30^\circ$ bei A. Die Seite a = BC liegt gegenüber von α.

5 Buchstaben aneinanderreihen

3 Punkte

a) **Ergebnis: 42**

- Für den ersten Buchstaben gibt es 7 Möglichkeiten, für den zweiten (muss verschieden sein) noch 6.
- $7 \cdot 6 = 42$

b) **Ergebnis: 336**

- Jetzt sind es 8 Buchstaben. Erster Buchstabe: 8 Möglichkeiten, zweiter: 7, dritter: 6.
- $8 \cdot 7 \cdot 6 = 336$

c) **Ergebnis: 512**

- Jeder der drei Plätze kann mit jedem der 8 Buchstaben belegt werden.
- $8 \cdot 8 \cdot 8 = 512$

6 Würfel kippen

4 Punkte

a) **Ergebnis: 6**

Zuerst bestimmst du alle Seiten in der Startlage:

- oben 3, also unten 4.
- Kippen nach Osten bringt die Westseite nach oben: Westseite = 1, also Ostseite = 6.
- Kippen nach Süden bringt die Nordseite nach oben: Nordseite = 2, also Südseite = 5.

Kippen nach Westen bringt die Ostseite nach oben: **6**.

b) **Ergebnis: 4**

Zweimal in dieselbe Richtung kippen bringt die untere Seite nach oben. Unten liegt am Anfang die 4 (gegenüber der 3). Oben: **4**.

c) **Ergebnis: 2**

- Nach EE liegt die frühere Unterseite oben (4). Nord- und Südseite haben sich beim Kippen nach Osten nicht verändert: Nord = 2, Süd = 5.
- Kippen nach Süden bringt die Nordseite nach oben: **2**.

d) **Ergebnis: 4**

Start: oben 3, unten 4, Ost 6, West 1, Nord 2, Süd 5.

- W: Ost kommt nach oben. Jetzt: oben 6, West 3, unten 1, Ost 4; Nord 2, Süd 5 bleiben.
- N: Süd kommt nach oben. Jetzt: oben 5, Nord 6, unten 2, Süd 1; Ost 4, West 3 bleiben.
- W: Ost kommt nach oben: **4**.

---

7 Bauplan einer Wohnung

3 Punkte

a) **Ergebnis:** $P = (1.8 \mid 2.1)$

- Ein feines Häuschen ist 0.1 m = 10 cm.
- P liegt in der unteren linken Ecke von Zimmer 2. Die linke Innenwand (10 cm) geht von $x = 1.7$ bis $x = 1.8$, also ist $x = 1.8$.
- Die untere Innenwand geht von $y = 2$ bis $y = 2.1$, also ist $y = 2.1$.
- $P = (1.8 \mid 2.1)$

b) **Ergebnis:** $Q = (-2 \mid -2.6)$

- Gesucht ist die untere rechte Ecke von Zimmer 3.
- Rechts grenzt Zimmer 3 an die Innenwand zum Bad, die bei $x = -2$ beginnt: grösstes $x = -2$.

- Unten liegt die 20 cm dicke Aussenwand von $y = -2.8$ bis $y = -2.6$: kleinstes $y = -2.6$.
- $Q = (-2 \mid -2.6)$

c) **Ergebnis: 1:80**

- 1.25 cm auf dem Plan entsprechen 1 m = 100 cm in Wirklichkeit.
- $x = 100 : 1.25 = 80$
- Massstab 1:80

---

8 Seiten um 30 % verlängern

2 Punkte

a) **Ergebnis: Er nimmt auch um 30 % zu.**

- Neuer Umfang: $2 \cdot 1.3a + 2 \cdot 1.3b = 1.3 \cdot (2a + 2b)$
- Der Umfang wird mit 1.3 multipliziert, nimmt also auch um 30 % zu.

b) **Ergebnis: Das Volumen nimmt um 119.7 % zu.**

- Neues Volumen: $1.3a \cdot 1.3b \cdot 1.3c = 1.3 \cdot 1.3 \cdot 1.3 \cdot abc = 2.197 \cdot abc$
- Das neue Volumen ist 219.7 % des alten, es nimmt also um $219.7\,\% - 100\,\% = 119.7\,\%$ zu.

---

9 Taxi, Wechselkurs und Fahrzeit

3 Punkte

a) **Ergebnis: 170 Franken und 10 Rappen (Fr. 170.10)**

- Fahrpreis: $32 \cdot 5.10 = 163.20$ Fr.
- Mit Grundgebühr: $6.90 + 163.20 = 170.10$ Fr.

b) **Ergebnis: 150 Franken**

- 0.94 Pfund kosten 1 Fr.
- $141 : 0.94 = 150$, also kosten 141 Pfund 150 Fr.

c) **Ergebnis: 1 h 32 min 37 s**

- Zeit $= \frac{\text{Strecke}}{\text{Geschwindigkeit}} = 35.5 : 23 = 1.543478\ldots$ h
- Das ist 1 h und $0.543478\ldots \cdot 60 = 32.6087\ldots$ min.
- Also 32 min und $0.6087\ldots \cdot 60 = 36.52\ldots$ s, gerundet 37 s.

- Resultat: 1 h 32 min 37 s