Mathematik I

60 Minuten · 10 Aufgaben · 30 Punkte

Name: _____

- 60 Minuten
- Erlaubt: Geodreieck, Zirkel, Lineal, Farbstifte
- Kein Taschenrechner
- Nicht mit Bleistift schreiben
- Lösungsweg nachvollziehbar aufschreiben

---

1 Bruchterme berechnen

4 Punkte

Berechne und gib das Ergebnis als vollständig gekürzten Bruch an:

a) $\frac{2}{5} \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4}\right)$

Ergebnis: _____

b) $\left(\frac{22}{11} + \frac{1}{3}\right) : 3$

Ergebnis: _____

---

2 Zahlen vergleichen

Kreuze jeweils das Zeichen an, das in das Quadrat gehört: (Beide Kreuze richtig: 2 Pkt., ein Kreuz richtig, ein Feld leer: 1 Pkt., ein Kreuz richtig, eines falsch: 0.5 Pkt)

a) $1234 \cdot 4321 \square 2345 \cdot 3210$

- $<$

- $=$
- $>$

Zeichen (< / = / >): _____

b) $160 \cdot 10^{13} \square 1.6 \cdot 10^{14}$

- $<$
- $=$
- $>$

Zeichen (< / = / >): _____

---

3 Gleichungen mit Klammern

4 Punkte

Berechne x:

a) $x^2 - (x-1)^2 = 3x + 1$

x: _____

b) $(x+1) \cdot (x-2) = (x-1) \cdot (x+2) + 10$

x: _____

4 Bruchteile einer Schülerzahl

3 Punkte

Von 3600 Schülerinnen/Schüler einer Schule sind zwei Drittel weiblich. Von diesen spricht ein Viertel zwei Sprachen fliessend. Drei Fünftel dieser zweisprachigen Schülerinnen gehen gern zum Sportunterricht. Wie viele zweisprachige Schülerinnen gehen gern zum Sport?

Anzahl: _____ Schülerinnen

5 Preis vor der Reduktion

2 Punkte

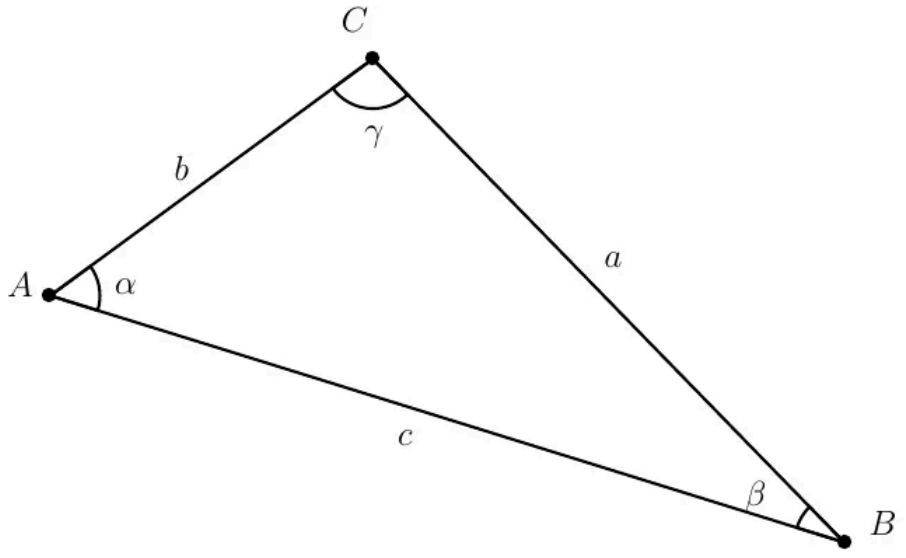
Eine Hose wird im Preis um 20% reduziert und kostet jetzt nur noch 120 CHF. Wie viel kostete sie vor der Reduktion?

Preis vorher: _____ CHF

6 Winkel und Linien im Dreieck

3 Punkte

Gegeben ist das Dreieck unten mit den üblichen Bezeichnungen.



a) Welche der Winkel α, β und γ sind stumpfe Winkel?

Stumpfe Winkel: _____

b) Zeichne die folgenden Geraden mit dem Geodreieck und den folgenden Kreis von Hand oder mit dem Zirkel möglichst genau in die Vorlage ein und beschrifte sie (keine Konstruktionen erforderlich):

- m_a: Mittelsenkrechte der Seite a
- l_c: Senkrechte auf die Seite c durch den Punkt C
- w_β: Winkelhalbierende des Winkels β
- U: Umkreis des Dreiecks

---

7 Tabelle mit Prozentanteilen

2 Punkte

Vervollständige die Tabelle.

Menge:	50 kg	_____	3 kg
Anteil:	100%	45%	_____

Menge bei 45%: _____ kg

Anteil von 3 kg: _____ %

8 Masseinheiten umrechnen

3 Punkte

Rechne in die vorgegebene Einheit um:

a) $7'100'000$

mg in kg

Masse: _____ kg

b) 1.6

m^3 in dm^3

Volumen: _____ dm^3

9 Lineare Funktion zeichnen

3 Punkte

Gegeben ist die lineare Funktionsgleichung $y = 2x - 3$.

a) Für welchen x-Wert dieser Funktion ist $y = 21$?

x: _____

b) Zeichne den Funktionsgraphen dieser Funktion im Koordinatensystem ein:

10 Abkühlung eines Getränks

4 Punkte

Ein Getränk, das zu Beginn 25 °C warm ist, wird in den Kühlschrank gestellt, damit es sich abkühlt. Der Verlauf der Temperatur des Getränks kann mit dem folgenden Funktionsgraphen dargestellt werden:

a) Wie viele Minuten musst du warten, bis das Getränk noch 10 °C warm ist?

b) Woran kannst du beim Funktionsgraphen erkennen, dass das Getränk zu Beginn am schnellsten abkühlt?

c) Um wie viele Prozent nimmt die Temperatur des Getränks in 2 Minuten ab?

Abnahme: _____ %

Lösungen

Aufnahmeprüfung Gymnasium Bern 2022 Mathematik I 9. Schuljahr. Lösungswege von Fokus Nachhilfe nach der offiziellen Lösung des Kantons.

1 Bruchterme berechnen

4 Punkte

a) **Ergebnis:** $\frac{1}{6}$

- Klammer zuerst, auf den Nenner 12 bringen: $\frac{2}{3} - \frac{1}{4} = \frac{8}{12} - \frac{3}{12} = \frac{5}{12}$
- Multiplizieren: $\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{12} = \frac{10}{60}$
- Kürzen mit 10: $\frac{10}{60} = \frac{1}{6}$

b) **Ergebnis:** $\frac{7}{9}$

- Klammer auf den Nenner 33 bringen: $\frac{22}{11} + \frac{1}{3} = \frac{66}{33} + \frac{11}{33} = \frac{77}{33}$
- Durch 3 teilen heisst mit $\frac{1}{3}$ multiplizieren: $\frac{77}{33} \cdot \frac{1}{3} = \frac{77}{99}$
- Kürzen mit 11: $\frac{77}{99} = \frac{7}{9}$

Schneller: $\frac{22}{11} = 2$, also $2 + \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$ und $\frac{7}{3} : 3 = \frac{7}{9}$.

2 Zahlen vergleichen

a) **Ergebnis:** $1234 \cdot 4321 < 2345 \cdot 3210$

- Ausrechnen: $1234 \cdot 4321 = 5\,332\,114$ und $2345 \cdot 3210 = 7\,527\,450$.
- Also $5\,332\,114 < 7\,527\,450$.

Ohne genaues Rechnen: Überschlage $1200 \cdot 4300 \approx 5.2$ Mio. und $2300 \cdot 3200 \approx 7.4$ Mio.

b) **Ergebnis:** $160 \cdot 10^{13} > 1.6 \cdot 10^{14}$

- Schreibe beide Zahlen gleich: $160 = 1.6 \cdot 10^2$, also $160 \cdot 10^{13} = 1.6 \cdot 10^{15}$.
- $1.6 \cdot 10^{15} > 1.6 \cdot 10^{14}$ (zehnmal grösser).

3 Gleichungen mit Klammern

4 Punkte

a) **Ergebnis:** $x = -2$

- Binomische Formel: $(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$. Wegen des Minus davor alle Vorzeichen umdrehen: $x^2 - x^2 + 2x - 1 = 3x + 1$

- Vereinfachen: $2x - 1 = 3x + 1$
- $-x = 2$, also $x = -2$
- Probe: links $4 - 9 = -5$, rechts $-6 + 1 = -5$ ✓

b) **Ergebnis:** $x = -5$

- Beide Seiten ausmultiplizieren: $x^2 - x - 2 = x^2 + x - 2 + 10$
- x^2 fällt auf beiden Seiten weg: $-x - 2 = x + 8$
- $-2x = 10$, also $x = -5$
- Probe: links $(-4) \cdot (-7) = 28$, rechts $(-6) \cdot (-3) + 10 = 28$ ✓

---

4 Bruchteile einer Schülerzahl

3 Punkte

Ergebnis: 360 Schülerinnen

Nimm Schritt für Schritt den Bruchteil vom vorherigen Ergebnis:

- Weiblich: $\frac{2}{3} \cdot 3600 = 2400$
- Davon zweisprachig: $\frac{1}{4} \cdot 2400 = 600$
- Davon gern im Sport: $\frac{3}{5} \cdot 600 = 360$

---

5 Preis vor der Reduktion

2 Punkte

Ergebnis: 150 CHF

- Nach 20% Rabatt bleiben 80% übrig: 120 CHF sind 80% des ursprünglichen Preises.
- 10% sind $120 : 8 = 15$ CHF, also 100% sind $15 \cdot 10 = 150$ CHF.

Achtung: Nicht 20% von 120 CHF dazurechnen (das gäbe falsch 144 CHF).

---

6 Winkel und Linien im Dreieck

3 Punkte

a) **Ergebnis: nur** γ

- Ein stumpfer Winkel ist grösser als 90°.
- Bei C ist das Dreieck deutlich weiter offen als ein rechter Winkel, also ist γ stumpf.
- α und β sind spitz. Ein Dreieck kann ohnehin höchstens einen stumpfen Winkel haben.

b) **Ergebnis: Siehe Lösungsgrafik:** m_a, l_c, w_β **und** U **eingezeichnet und beschriftet.**

- m_a: Mittelpunkt der Seite a (zwischen B und C) markieren, dort mit dem Geodreieck die Senkrechte zu a zeichnen.
- l_c: Geodreieck an die Seite c legen und die Senkrechte so verschieben, dass sie durch C geht.
- w_β: Winkel β messen, halbieren und die Halbierende von B aus durch das Dreieck zeichnen.
- U: Der Mittelpunkt des Umkreises ist der Schnittpunkt der Mittelsenkrechten. Weil γ stumpf ist, liegt er ausserhalb des Dreiecks (unterhalb von c). Zeichne den Kreis um diesen Punkt durch A, B und C.
- Alle vier Elemente beschriften.

---

7 Tabelle mit Prozentanteilen

2 Punkte

Ergebnis: 22.5 kg und 6%

- 1% von 50 kg sind 0.5 kg.
- 45% sind $45 \cdot 0.5 = 22.5$ kg.
- 3 kg sind $3 : 0.5 = 6$ Mal 1%, also 6%.

---

8 Masseinheiten umrechnen

3 Punkte

a) **Ergebnis: 7.1 kg**

- $1\ \text{g} = 1000\ \text{mg}$ und $1\ \text{kg} = 1000\ \text{g}$, also $1\ \text{kg} = 1'000'000\ \text{mg}$.
- $7'100'000 : 1'000'000 = 7.1$, also 7.1 kg.

b) **Ergebnis: 1600 dm^3**

- $1\ \mathrm{m} = 10\ \mathrm{dm}$, also $1\ \mathrm{m}^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000\ \mathrm{dm}^3$.
- $1.6 \cdot 1000 = 1600$, also 1600 dm^3.

---

9 Lineare Funktion zeichnen

3 Punkte

a) **Ergebnis:** $x = 12$

- $y = 21$ einsetzen: $21 = 2x - 3$
- $24 = 2x$, also $x = 12$

b) **Ergebnis: Gerade durch $(0 \mid -3)$ mit Steigung 2, z. B. durch $(2 \mid 1)$ und $(4 \mid 5)$.**

- y-Achsenabschnitt: -3, also beginnt die Gerade im Punkt $(0 \mid -3)$.
- Steigung 2: pro 1 nach rechts 2 nach oben. So kommst du zu $(1 \mid -1)$, $(2 \mid 1)$, $(3 \mid 3)$, $(4 \mid 5)$.
- Zur Kontrolle nach links: $(-2 \mid -7)$.
- Die Punkte mit dem Lineal zu einer Geraden über das ganze Koordinatensystem verbinden.

---

10 Abkühlung eines Getränks

4 Punkte

a) **Ergebnis: etwa 8.2 Minuten (offiziell 8.21 min; als richtig gilt jedes Resultat zwischen 8.0 und 8.4 Minuten)**

- Suche auf der Temperatur-Achse 10 °C und gehe waagrecht bis zur Kurve.

- Von dort senkrecht nach unten auf die Zeit-Achse: knapp rechts von 8 Minuten, etwa 8.2 Minuten.

b) **Ergebnis: Der Graph fällt am Anfang am steilsten.**

- Am Anfang ist die Kurve am steilsten (grösste Steigung), danach wird sie immer flacher.
- Das heisst: Pro Minute nimmt die Temperatur am Anfang am stärksten ab, z. B. in der ersten Minute um etwa 2.6 °C, zwischen Minute 13 und 14 nur noch um etwa 0.6 °C.

c) **Ergebnis: um 20%**

- Ablesen: Bei 0 Minuten sind es 25 °C, nach 2 Minuten 20 °C.
- Abnahme: $25 - 20 = 5$ °C.
- In Prozent vom Anfangswert: $\frac{5}{25} = \frac{20}{100} = 20\%$.

Dasselbe gilt für jede 2-Minuten-Spanne, z. B. von 20 °C auf 16 °C.