Mathematik II

60 Minuten · 9 Aufgaben · 30 Punkte

Name: _____

- 60 Minuten
- Taschenrechner erlaubt
- Geodreieck, Zirkel, Lineal und Farbstifte erlaubt
- Nicht mit Bleistift schreiben
- Alle Berechnungen und Begründungen angeben

---

1 Aussagen und Terme zuordnen

2 Punkte

Ordne jeder Aussage (A bis D) den entsprechenden mathematischen Ausdruck (1 bis 6) zu. Zwei dieser Ausdrücke haben keine entsprechende Aussage:

- A: Eine Zahl x wird um 3 vergrössert und dann mit 2 multipliziert
- B: Eine Zahl x wird mit 2 multipliziert und dann um 3 vergrössert
- C: Eine Zahl x wird um 3 verkleinert und dann durch 2 geteilt
- D: Eine Zahl x wird durch 3 geteilt und dann um 2 verkleinert
- 1: $\frac{x-3}{2}$
- 2: $(x \cdot 2) + 3$
- 3: $x + 3 \cdot 2$
- 4: $(x + 2) \cdot 3$
- 5: $(x + 3) \cdot 2$
- 6: $\frac{x}{3} - 2$

A (1 / 2 / 3 / 4 / 5 / 6): _____

B (1 / 2 / 3 / 4 / 5 / 6): _____

C (1 / 2 / 3 / 4 / 5 / 6): _____

D (1 / 2 / 3 / 4 / 5 / 6): _____

2 Rechteck wird zum Quadrat

2 Punkte

Es ist ein Rechteck gegeben. Die zwei gegenüberliegenden kürzeren Seiten werden je um 3 m verlängert, so dass ein Quadrat entsteht. Die Fläche des so entstanden Quadrats ist um 42 m² grösser als die des Rechtecks.

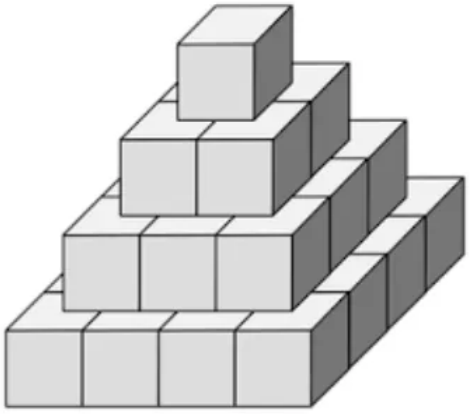
Wie gross war die längere Seite des Rechtecks?

längere Seite: _____ m

3 Würfelturm aus Schichten

4 Punkte

Du bildest einen Würfelturm aus vier Schichten von Würfeln (Kantenlänge 1 cm), wobei jeweils für die nächste Schicht darunter pro Seite ein Würfel dazu kommt. Die erste Schicht besteht aus einem Würfel, die zweite dann aus 4 Würfeln etc. und es gibt keine Lücken:



a) Der Turm steht auf dem Boden. Wie gross ist die Fläche, die Kontakt zur Luft hat, wenn du 4 Schichten bildest?

Fläche: _____ cm²

b) Der abgebildete Würfelturm hat 4 Schichten. Wie viele Würfel brauchst du, um diesen Turm zu bauen?

Anzahl Würfel: _____ Würfel

c) Wie viele zusätzliche Würfel brauchst du, wenn du den Turm nach unten erweiterst, so dass er am Ende 7 Schichten hat?

zusätzliche Würfel: _____ Würfel

---

4 Brotpreis und Umsatz

4 Punkte

Bei einer Bäckerei soll der Umsatz gesteigert werden. Dazu wird die Rezeptur des Hausbrotes verbessert. Pro Tag werden 350 Brote verkauft, davon sind 35 von der Sorte “Hausbrot”, wobei der Preis für ein Brot im Durchschnitt bei Fr. 3.50 liegt. Der Preis des Hausbrots wird neu um 10 Rappen erhöht.

a) Wie hoch ist nun der Durchschnittspreis für ein Brot, wenn von jeder Sorte immer noch gleich viele Brote verkauft werden?

Durchschnittspreis: _____ Fr.

b) Um welchen prozentualen Anteil wurde der Umsatz gegenüber dem ursprünglichen Umsatz gesteigert? Runde das Resultat auf 0.1% genau.

(Ohne Resultat aus (a) rechnest du mit einem neuen Durchschnittspreis von 3.59 CHF.)

Steigerung: _____ %

5 Würfel vergrössern

3 Punkte

a) Bei einem Würfel werden alle Kantenlängen um 20% verlängert. Um wie viel Prozent nimmt das Volumen zu? Runde das Resultat auf 0.1% genau.

Zunahme Volumen: _____ %

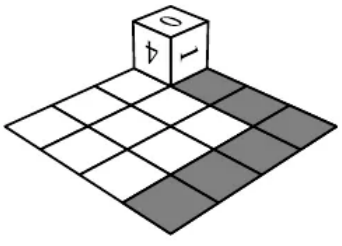
b) Gegeben sind die zwei Würfel A und B. Die Oberfläche von Würfel B ist doppelt so gross wie die Oberfläche von Würfel A. Wie viel Prozent grösser ist die Kantenlänge von Würfel B verglichen mit Würfel A? Runde das Resultat auf 0.1% genau.

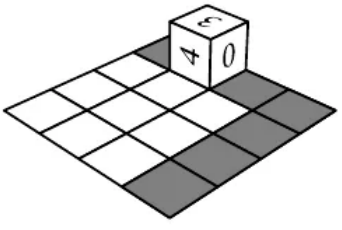
Kantenlänge grösser um: _____ %

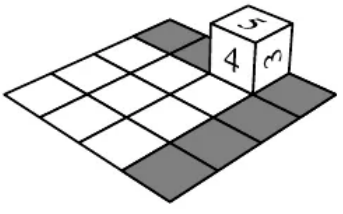
6 Würfel über Felder kippen

3 Punkte

Ein Würfel steht auf einer schachbrettartigen Fläche und wird nach und nach umgekippt, wie es in den folgenden Bildern zu sehen ist. Dann wird er entlang den grauen Feldern weiter umgekippt, bis er schliesslich ganz vorne liegt.







Beschrifte dort (d.h. im letzten Bild) die sichtbaren Würfel-Flächen mit den richtigen Zahlen, wobei auch die **Orientierung** (Ausrichtung) der Zahlen stimmen soll.

Fläche oben: _____

Fläche vorne links: _____

Fläche vorne rechts: _____

---

7 Fläche und Massstab im Bauplan

4 Punkte

Im folgenden Bild ist der Ausschnitt aus dem Bauplan einer Wohnung zu sehen:

a) Wie gross ist die Fläche des Schlafzimmers? Die Wohnfläche bezieht sich auf das leere Zimmer, d.h. ohne die eingezeichneten Möbel. Die Wände und Fensterbretter gehören hingegen nicht zur Wohnfläche.

b) In welchem Massstab ist der Plan dargestellt? Welche der folgenden Antworten kommt deinen Berechnungen am nächsten?

- 1 : 6400
- 1 : 100
- 1 : 80
- 1 : 60

Massstab (1 : 6400 / 1 : 100 / 1 : 80 / 1 : 60): _____

---

8 Wörter aus Buchstabenkarten

4 Punkte

Gegeben sind fünf Karten mit den ersten fünf Buchstaben des Alphabets:

a) Wie viele verschiedene “Wörter” (auch sinnlose wie z. B. BACDE oder EDBAC) kann man mit allen fünf Karten bilden?

Anzahl Wörter: _____ Wörter

b) Drei von diesen fünf Karten werden gezogen. Wie viele verschiedene Auswahlmöglichkeiten gibt es?

(ABE, AEB, EAB etc. sind zum Beispiel **eine** Auswahlmöglichkeit)

Anzahl Auswahlen: _____

9 Lastwagenfahrten beim Aushub

4 Punkte

Mit einem grossen Lastwagen könnte man bei einer Grossbaustelle das gesamte Material aus dem Aushub in 85 Fahrten abführen; mit einem kleineren bräuchte man dafür 110 Fahrten.

a) Bei Baubeginn steht nur der grosse Lastwagen im Einsatz. Nach 33 Fahrten hat er aber eine Panne und kann nicht mehr eingesetzt werden. Wie viele Fahrten bräuchte der kleinere Lastwagen noch, um das restliche Material aus dem Aushub abzuführen?

Fahrten: _____ Fahrten

b) Wie viele Fahrten bräuchte es, wenn von Beginn an beide eingesetzt werden können und jeweils gleich oft fahren?

Fahrten je Lastwagen: _____ Fahrten

Lösungen

Aufnahmeprüfung Gymnasium Bern 2022 Mathematik II 9. Schuljahr. Lösungswege von Fokus Nachhilfe nach der offiziellen Lösung des Kantons.

---

1 Aussagen und Terme zuordnen

2 Punkte

Ergebnis: A5, B2, C1, D6

Achte auf die Reihenfolge: Was zuerst passiert, muss zuerst gerechnet werden (Klammer oder Bruchstrich).

- A: zuerst $x + 3$, dann $\cdot 2 \rightarrow (x + 3) \cdot 2$ = **5**
- B: zuerst $x \cdot 2$, dann $+3 \rightarrow (x \cdot 2) + 3$ = **2**
- C: zuerst $x - 3$, dann $: 2 \rightarrow \frac{x-3}{2}$ = **1**
- D: zuerst $x : 3$, dann $-2 \rightarrow \frac{x}{3} - 2$ = **6**

Achtung bei 3: $x + 3 \cdot 2$ heisst wegen Punkt vor Strich $x + 6$, nicht $(x + 3) \cdot 2$.

---

2 Rechteck wird zum Quadrat

2 Punkte

Ergebnis: $l = 14$ **m**

- Die längere Seite l bleibt gleich, die kürzere wird um 3 m länger. Das Quadrat hat also die Seite l.
- Das Quadrat ist um einen Streifen von l mal 3 m grösser als das Rechteck.
- Dieser Streifen hat 42 m²: $l \cdot 3\ \text{m} = 42\ \text{m}^2$
- $l = 42 : 3 = 14$ m

(Die kürzere Seite war $14 - 3 = 11$ m.)

---

3 Würfelturm aus Schichten

4 Punkte

a) **Ergebnis: 56 cm²**

- Von oben siehst du die ganze unterste Schicht als Fläche: $4 \cdot 4 = 16$ Würfelseiten.
- Von jeder der vier Seiten siehst du eine Treppe: $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ Würfelseiten, also $4 \cdot 10 = 40$.
- Die Unterseite steht auf dem Boden und zählt nicht.
- Total: $16 + 40 = 56$ Würfelseiten, je 1 cm², also **56 cm²**.

b) **Ergebnis: 30 Würfel**

Die Schichten sind Quadrate: $1 \cdot 1, 2 \cdot 2, 3 \cdot 3, 4 \cdot 4$.

$$1 + 4 + 9 + 16 = 30$$

Würfel

c) **Ergebnis: 110 Würfel**

Neu kommen die Schichten 5, 6 und 7 dazu: $5 \cdot 5, 6 \cdot 6, 7 \cdot 7$.

$$25 + 36 + 49 = 110$$

Würfel

---

4 Brotpreis und Umsatz

4 Punkte

a) **Ergebnis: Fr. 3.51**

- Bisheriger Umsatz pro Tag: $350 \cdot 3.50 = 1225$ Fr.
- Die 35 Hausbrote kosten je 0.10 Fr. mehr: $35 \cdot 0.10 = 3.50$ Fr. mehr Umsatz.
- Neuer Durchschnitt:

$$\frac{350 \cdot 3.50 + 35 \cdot 0.1}{350} = \frac{1228.50}{350} = 3.51 \text{ Fr.}$$

b) **Ergebnis: um 0.3% (mit dem Ersatzwert 3.59 CHF: um 2.6%)**

Die Anzahl Brote bleibt gleich, also wächst der Umsatz im gleichen Verhältnis wie der Durchschnittspreis.

- $\frac{3.51}{3.50} \approx 1.003 \rightarrow$ Steigerung um 0.3%
- Mit dem Ersatzwert: $\frac{3.59}{3.50} \approx 1.026 \rightarrow$ um 2.6%

---

5 Würfel vergrössern

3 Punkte

a) **Ergebnis: 72.8%**

- Nimm die Kante 1, dann ist $V_0 = 1$.
- Neue Kante 1.2, also $V_a = 1.2^3 = 1.728$.
- 1.728 heisst: 72.8% Zuwachs.

Das Volumen wächst mit der dritten Potenz der Kante, darum viel mehr als 20%.

b) **Ergebnis: 41.4%**

- Ist die Kante k-mal so lang, ist die Oberfläche k^2-mal so gross.
- $2 \cdot S_A = k^2 \cdot S_A \Rightarrow k^2 = 2 \Rightarrow k = \sqrt{2} \approx 1.414$
- Die Kantenlänge von B ist also um 41.4% grösser.

---

6 Würfel über Felder kippen

3 Punkte

Ergebnis: oben 4, vorne links 3, vorne rechts 5 (Ausrichtung siehe Lösungsbild)

- Verfolge den Würfel Feld für Feld entlang der grauen Felder und kippe ihn in Gedanken jedes Mal um eine Kante.
- Merke dir bei jedem Kippen, welche Fläche nach oben kommt und welche nach vorne, und wie die Zahl dabei mitdreht.
- Am Ende ganz vorne siehst du: oben die **4**, vorne links die **3**, vorne rechts die **5**.
- Die Ausrichtung der Zahlen siehst du im Lösungsbild.

---

7 Fläche und Massstab im Bauplan

4 Punkte

a) **Ergebnis: etwa 15.3 bis $15.4\ \mathrm{m}^2$ (Werte zwischen 14.5 und 16.1 m² gelten als richtig)**

Idee: Im Plan stehen schon zwei Flächen (Zimmer 10.19 m², Bad 7.59 m²). Daraus findest du, wie viel m² ein cm² auf dem Plan bedeutet.

Gemessen auf dem gedruckten Blatt:

- Zimmer: $(3.5 \cdot 3.9)\ \mathrm{cm}^2 + (2.7 \cdot 0.8)\ \mathrm{cm}^2 = 15.81\ \mathrm{cm}^2 \mathrel{\widehat{=}} 10.19\ \mathrm{m}^2$
- Also $1\ \mathrm{cm}^2 \approx 10.19 : 15.81 \approx 0.64\ \mathrm{m}^2$
- (Oder mit dem Bad ohne Wände: $(3.2 \cdot 3.5) + (2.3 \cdot 0.5) - (0.9 \cdot 0.2) - (0.7 \cdot 0.2) = 12.03\ \mathrm{cm}^2 \mathrel{\widehat{=}} 7.59\ \mathrm{m}^2$, also $1\ \mathrm{cm}^2 \approx 0.63\ \mathrm{m}^2$)
- Schlafen: $(3.6 \cdot 6.2)\ \mathrm{cm}^2 + (0.8 \cdot 2.1)\ \mathrm{cm}^2 = 24\ \mathrm{cm}^2$
- $24 \cdot 0.64 = 15.36 \approx 15.4\ \mathrm{m}^2$. Die offizielle Lösung gibt $\approx 15.3\ \mathrm{m}^2$ an; jedes Resultat zwischen 14.5 und $16.1\ \mathrm{m}^2$ gilt als richtig.

Auf dem Bildschirm ist der Plan anders gross, das Verhältnis bleibt aber gleich: Schlafen ist etwa $\frac{24}{15.81}$-mal so gross wie das Zimmer.

b) **Ergebnis: 1 : 80**

- Aus (a): $1\ \text{cm}^2$ auf dem Plan entspricht etwa $0.64\ \text{m}^2$.
- Eine Fläche wächst mit dem Quadrat: $0.64\ \text{m}^2 = 0.8\ \text{m} \cdot 0.8\ \text{m}$.
- Also entspricht 1 cm auf dem Plan 0.8 m = 80 cm in Wirklichkeit → **1 : 80**.
- Achtung: 1 : 6400 wäre der Massstab für Flächen (80^2), nicht für Längen.

---

8 Wörter aus Buchstabenkarten

4 Punkte

a) **Ergebnis: 120 Wörter**

- Für den ersten Buchstaben hast du 5 Möglichkeiten.
- Für den zweiten noch 4, dann 3, dann 2, dann 1.
- $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$ Wörter

b) **Ergebnis: 10 verschiedene Auswahlen**

- Mit Reihenfolge kannst du die Karten auf $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$ Arten ziehen.
- Die Reihenfolge zählt aber nicht: ABC, ACB, BAC, BCA, CAB und CBA sind dieselben drei Karten. Jede Auswahl kommt also $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$-mal vor.
- $60 : 6 = 10$ verschiedene Auswahlen

---

9 Lastwagenfahrten beim Aushub

4 Punkte

a) **Ergebnis: ≈ 67.3, also 68 Fahrten**

- Eine Fahrt des grossen Lastwagens schafft $\frac{1}{85}$ des Materials.
- Nach 33 Fahrten fehlen noch $\frac{85-33}{85} = \frac{52}{85}$ des Materials.
- Der kleine braucht für alles 110 Fahrten, für den Rest also $\frac{52}{85} \cdot 110 \approx 67.3$ Fahrten.
- Aufgerundet: **68 Fahrten**.

b) **Ergebnis: $x \approx 47.9$, also je 48 Fahrten**

- Jeder Lastwagen fährt x-mal. Der grosse schafft dabei $\frac{x}{85}$, der kleine $\frac{x}{110}$ des Materials.
- Zusammen das ganze Material:

$$\frac{x}{85}+\frac{x}{110}=1$$

- $x=\frac{85\cdot 110}{85+110}=\frac{9350}{195}\approx 47.9$
- Also je **48 Fahrten**.