Mathematik I

60 Minuten · 10 Aufgaben · 30 Punkte

Name: _____

- 60 Minuten
- Erlaubt: Geodreieck, Zirkel, Lineal, Farbstifte
- Kein Taschenrechner
- Nicht mit Bleistift schreiben
- Rechenwege müssen nachvollziehbar sein

---

1 Brüche berechnen und kürzen

4 Punkte

Berechne und gib das Ergebnis als vollständig gekürzten Bruch an:

a)

$$\left(\frac{22}{11}+\frac{1}{3}\right) \div \frac{5}{3}$$

Ergebnis: _____

b)

$$\left(\frac{30}{15}-\frac{7}{49}\right) \cdot \left(\frac{30}{15}+\frac{7}{49}\right)$$

Ergebnis: _____

2 Ausdrücke der Grösse nach ordnen

2 Punkte

Ordne der Grösse nach. Schreibe jeweils den Ausdruck an die richtige Stelle in der Tabelle:

| $\frac{3}{8}$ von 104 | $\frac{111}{3}$ | $2.5 \cdot \frac{380}{25}$ | $34 + \frac{26}{5}$ |

Trage die vier Ausdrücke vom kleinsten zum grössten ein.

1. (kleinster) (3/8 von 104 / 111/3 / 2.5 · 380/25 / 34 + 26/5): _____

2. (3/8 von 104 / 111/3 / 2.5 · 380/25 / 34 + 26/5): _____

3. (3/8 von 104 / 111/3 / 2.5 · 380/25 / 34 + 26/5): _____

4. (grösster) (3/8 von 104 / 111/3 / 2.5 · 380/25 / 34 + 26/5): _____

3 Gleichungen mit Klammern lösen

4 Punkte

Berechne die Unbekannte:

a) $(x-3)^2 = x^2 + 2 - 5x$

x: _____

b) $2 \cdot (x+3) \cdot (x-1) = (x+2) \cdot (x-3) + x^2$

x: _____

4 Brunnen auffüllen

3 Punkte

Eine Wasserröhre liefert 20 Liter Wasser pro Minute. Ein Brunnen fasst gesamthaft 900 Liter Wasser und ist bereits zu zwei Fünfteln gefüllt. Wie lange dauert es noch, bis der Brunnen zu zwei Dritteln gefüllt ist?

Dauer: _____ min

5 Getreideproduktion vor der Erhöhung

2 Punkte

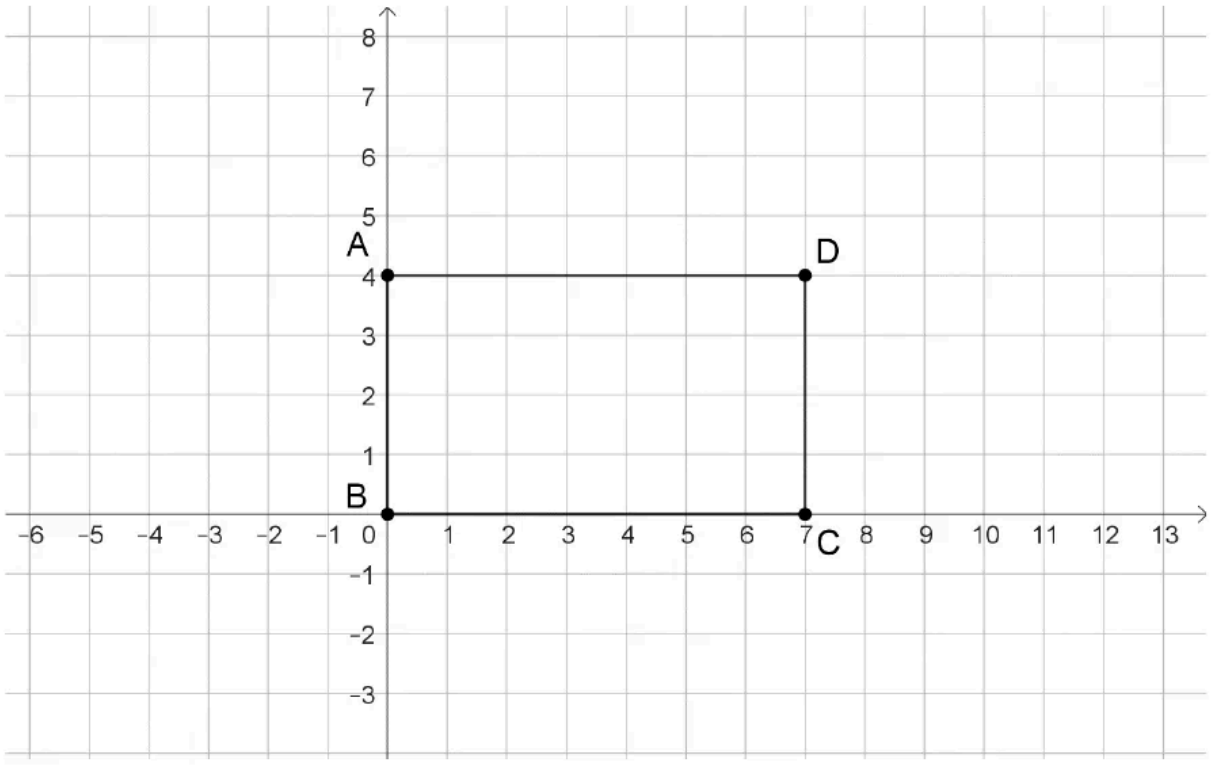
Getreidebauer Joe erhöhte seine Produktion vom Jahr 2021 auf das Jahr 2022 um 25 Prozent. Im Jahr 2022 produzierte er 50 Tonnen Getreide. Wie viel Getreide produzierte er im Jahr 2021?

Produktion 2021: _____ t

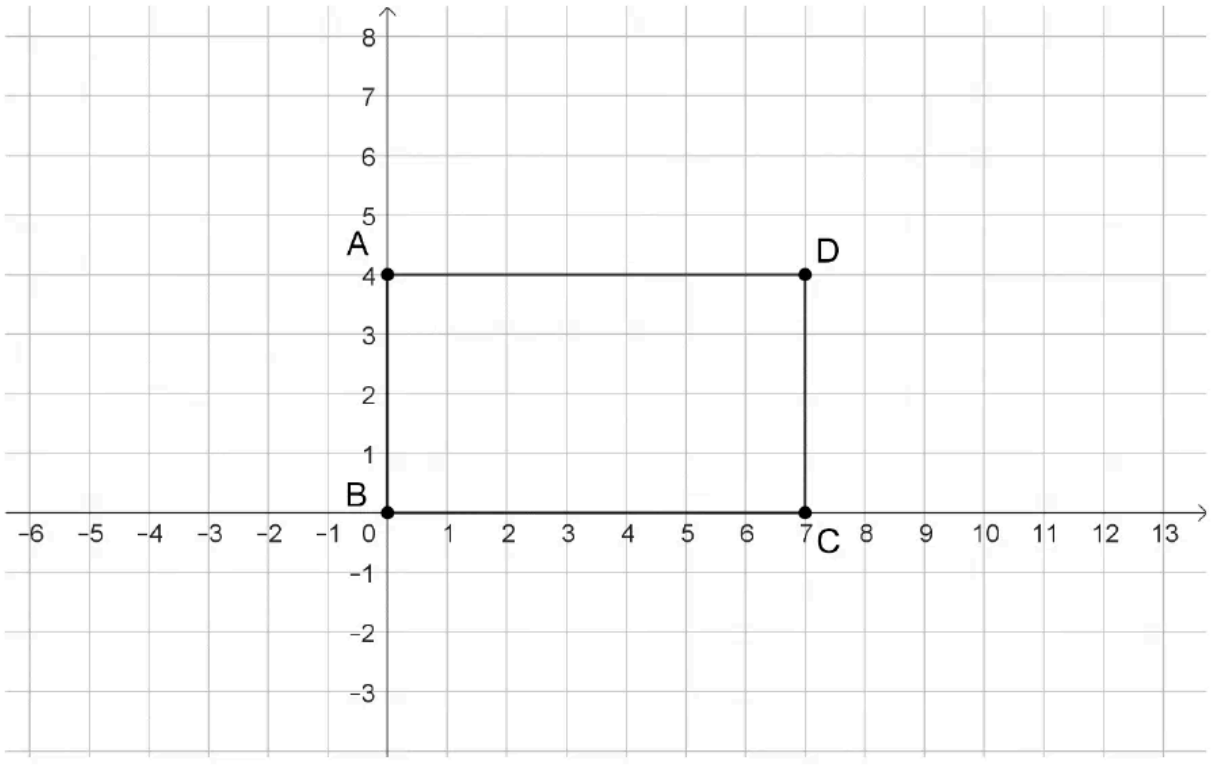
6 Rechteck spiegeln und drehen

3 Punkte

a) Spiegle das Rechteck $ABCD$ entlang der Diagonalen $\overline{AC}$ (egal ob mit dem Geodreieck oder mit Zirkel und Lineal). Beschrifte die Bildpunkte korrekt.



b) Rotiere das Rechteck $ABCD$ um 270° im Gegenuhrzeigersinn um den Punkt $P(3|2)$. Zeichne den Punkt P auch ein und beschrifte wiederum alle Bildpunkte korrekt.



7 Masseinheiten umrechnen

2 Punkte

Fülle die Lücken aus:

a) $6'415 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} =$

$_____\ \mathbf{dm}$

Lücke: _____ dm

b) $0.17\ \mathrm{m} \cdot 50\ \mathrm{cm}^2 =$

$_____\ \mathbf{l}$

Lücke: _____ l

8 Schafherde und Quader

3 Punkte

(zwei voneinander unabhängige Teilaufgaben)

a) Eine Schafherde besteht aus Tieren, die unterschiedlichen Besitzern gehören. Ende Winter holen die Besitzer ihre Tiere wieder zu sich. Letzte Woche wurden 75% aller Schafe abgeholt. Diese Woche werden vier Fünftel des Restes geholt. Es bleiben noch 22 Tiere übrig. Wie viele Tiere waren es am Anfang?

Tiere am Anfang: _____

b) Ein Quader mit quadratischer Grundfläche hat ein Volumen von 96 m^3 und eine Höhe von 6 m. Wie breit ist der Quader?

Breite: _____ m

---

9 Gerade aus dem Graphen

3 Punkte

Gegeben ist der abgebildete Funktionsgraph der Geraden f.

a) Bestimme die dazugehörige Funktionsgleichung.

Funktionsgleichung: _____

b) Welchen Wert hat die Funktion an der Stelle $x = 10$?

y: _____

c) Der Punkt A(x|4) liegt auf der Geraden f. Zeichne eine zweite Gerade g, welche die Gerade f im Punkt A schneidet und eine Steigung von -1 hat.

---

10 Wasserspiegel zweier Seen

4 Punkte

Die beiden Funktionsgraphen zeigen den gemessenen Wasserspiegelanstieg in mm des Hallwilersees (gestrichelte Linie) und des Bodensees (ausgezogene Linie) während eines Zeitabschnitts von 15 Stunden.

a) Gib an, nach wie vielen Stunden die Wasserspiegel der beiden Seen zusammen um 5 mm angestiegen sind.

Zeit: _____ h

b) Woran erkennst Du, welcher der beiden Seen den grösseren Wasserspiegelanstieg nach 14 Stunden hat und ab welchem Zeitpunkt hat dieser See den grösseren Wasserspiegelanstieg?

c) Der Hallwilersee hat eine Fläche von 10 km^2. Die Messstelle am Hallwilersee verzeichnet zu Beginn der Aufzeichnung 310 m. Welches Wasservolumen (in m^3) befindet sich nach 14 Stunden im Hallwilersee?

Wasservolumen: _____ m^3

d) Der Wasserspiegel des Bodensees ist auch in den folgenden 20 Stunden gleichmässig wie in den ersten 15 Stunden angestiegen.

Welcher Wasserspiegelanstieg wird nach 26.5 Stunden seit Beginn der Messung erreicht?

Anstieg: _____ mm

Lösungen

Aufnahmeprüfung Gymnasium Bern 2023 Mathematik I 9. Schuljahr. Lösungswege von Fokus Nachhilfe nach der offiziellen Lösung des Kantons.

---

1 Brüche berechnen und kürzen

4 Punkte

a) **Ergebnis: $\frac{7}{5}$ (auch $1\frac{2}{5}$)**

- Zuerst kürzen: $\frac{22}{11} = 2 = \frac{6}{3}$.
- Klammer: $\frac{6}{3} + \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$.
- Durch einen Bruch teilst du, indem du mit dem Kehrwert malnimmst: $\frac{7}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{7}{5}$.

b) **Ergebnis: $\frac{195}{49}$ (auch $3\frac{48}{49}$)**

- Kürze zuerst: $\frac{30}{15} = 2$ und $\frac{7}{49} = \frac{1}{7}$.
- $\left(2 - \frac{1}{7}\right) \cdot \left(2 + \frac{1}{7}\right) = \frac{13}{7} \cdot \frac{15}{7} = \frac{195}{49}$.
- Geschickt mit der 3. binomischen Formel: $2^2 - \left(\frac{1}{7}\right)^2 = 4 - \frac{1}{49} = \frac{195}{49}$.

---

2 Ausdrücke der Grösse nach ordnen

2 Punkte

Ergebnis: $\frac{111}{3} < 2.5 \cdot \frac{380}{25} < \frac{3}{8}$ von 104 $< 34 + \frac{26}{5}$

Berechne jeden Ausdruck:

- $\frac{111}{3} = 37$
- $2.5 \cdot \frac{380}{25} = 2.5 \cdot 15.2 = 38$
- $\frac{3}{8}$ von 104: $104 : 8 = 13, 13 \cdot 3 = 39$
- $34 + \frac{26}{5} = 34 + 5.2 = 39.2$

Also: $37 < 38 < 39 < 39.2$.

---

3 Gleichungen mit Klammern lösen

4 Punkte

a) **Ergebnis: $x = 7$**

- Links ausmultiplizieren (1. binomische Formel): $x^2 - 6x + 9 = x^2 + 2 - 5x$
- x^2 fällt auf beiden Seiten weg: $-6x + 9 = 2 - 5x$
- $9 - 2 = -5x + 6x$, also $x = 7$.

b) **Ergebnis: $x = 0$**

- Links: $(x+3)(x-1) = x^2 + 2x - 3$, mal 2: $2x^2 + 4x - 6$
- Rechts: $(x+2)(x-3) = x^2 - x - 6$, plus x^2: $2x^2 - x - 6$
- $2x^2 + 4x - 6 = 2x^2 - x - 6 \to 4x = -x \to 5x = 0 \to x = 0$.

---

4 Brunnen auffüllen

3 Punkte

Ergebnis: 12 min

- Jetzt im Brunnen: $900\ \text{l} \cdot \frac{2}{5} = 360\ \text{l}$
- Bei zwei Dritteln: $900\ \text{l} \cdot \frac{2}{3} = 600\ \text{l}$
- Noch zu füllen: $600\ \text{l} - 360\ \text{l} = 240\ \text{l}$
- Dauer: $240\ \text{l} : 20\ \text{l/min} = 12\ \text{min}$

---

5 Getreideproduktion vor der Erhöhung

2 Punkte

Ergebnis: 40 t

- 50 t sind 125 % der Produktion von 2021 (100 % + 25 %).
- $x \cdot 1.25 = 50\ \text{t}$
- $x = 50 : 1.25 = 40\ \text{t}$

Achtung: Nicht 25 % von 50 t abziehen, die 25 % beziehen sich auf das Jahr 2021.

---

6 Rechteck spiegeln und drehen

3 Punkte

a) **Ergebnis: Bildrechteck $AB'CD'$ mit B' oben (etwa bei $(3.4|6)$) und D' unten (etwa bei $(3.6|-2)$).**

- $A(0|4)$ und $C(7|0)$ liegen auf der Spiegelachse, sie bleiben fest: $A = A'$, $C = C'$.
- Für B: Fälle mit dem Geodreieck das Lot von B auf die Gerade AC und trage den gleichen Abstand auf der anderen Seite ab. So erhältst du B' oberhalb der Diagonalen (etwa bei $(3.4|6)$).
- Genauso für D: D' liegt unterhalb der x-Achse (etwa bei $(3.6|-2)$).
- Verbinde A, B', C, D' zum Bildrechteck und beschrifte B' und D'.

b) **Ergebnis:** $A''(5|5), B''(1|5), C''(1|-2), D''(5|-2)$

- 270° im Gegenuhrzeigersinn ist dasselbe wie 90° im Uhrzeigersinn.
- Bei 90° im Uhrzeigersinn wird aus dem Weg von P zum Punkt $(\Delta x|\Delta y)$ der Weg $(\Delta y|-\Delta x)$.
- $A(0|4)$: Weg von P ist $(-3|2) \rightarrow (2|3) \rightarrow A''(5|5)$
- $B(0|0)$: $(-3|-2) \rightarrow (-2|3) \rightarrow B''(1|5)$
- $C(7|0)$: $(4|-2) \rightarrow (-2|-4) \rightarrow C''(1|-2)$
- $D(7|4)$: $(4|2) \rightarrow (2|-4) \rightarrow D''(5|-2)$
- Zeichne $P(3|2)$ ein, verbinde die Bildpunkte und beschrifte sie.

7 Masseinheiten umrechnen

2 Punkte

a) **Ergebnis: 64.15 dm**

- $6'415 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} = 6.415\ \mathrm{m}$ (Komma um 3 Stellen nach links)
- $1\ \mathrm{m} = 10\ \mathrm{dm}$, also $6.415\ \mathrm{m} = 64.15\ \mathrm{dm}$.

b) **Ergebnis: 0.850 l**

- Gleiche Einheit wählen: $0.17\ \mathrm{m} = 17\ \mathrm{cm}$
- $17\ \mathrm{cm} \cdot 50\ \mathrm{cm}^2 = 850\ \mathrm{cm}^3$
- $1\ \mathrm{l} = 1\ \mathrm{dm}^3 = 1000\ \mathrm{cm}^3$, also $850\ \mathrm{cm}^3 = 0.850\ \mathrm{l}$.

8 Schafherde und Quader

3 Punkte

a) **Ergebnis: 440 Tiere**

Rechne rückwärts:

- Diese Woche gehen $\frac{4}{5}$ des Restes, es bleibt $\frac{1}{5}$ des Restes. 22 Tiere sind $\frac{1}{5} \rightarrow$ Rest $= 22 \cdot 5 = 110$ Tiere.
- Der Rest nach letzter Woche sind 25 % aller Schafe (75 % wurden abgeholt). 110 Tiere sind 25 % $\rightarrow$ alle $= 110 \cdot 4 = 440$ Tiere.

b) **Ergebnis: 4 m**

- Grundfläche $= V : h = 96\ \mathrm{m}^3 : 6\ \mathrm{m} = 16\ \mathrm{m}^2$
- Die Grundfläche ist ein Quadrat: Breite $= \sqrt{16\ \mathrm{m}^2} = 4\ \mathrm{m}$.

---

9 Gerade aus dem Graphen

3 Punkte

a) **Ergebnis:** $y = \frac{1}{2}x + 3$

- y-Achsenabschnitt ablesen: Die Gerade schneidet die y-Achse bei 3.
- Steigung: Gehst du 2 nach rechts, steigt die Gerade um 1 (z. B. von $(0|3)$ nach $(2|4)$). Steigung $= \frac{1}{2}$.
- Also $y = \frac{1}{2}x + 3$.

b) **Ergebnis:** $y = 8$

Setze $x = 10$ ein: $y = \frac{1}{2} \cdot 10 + 3 = 5 + 3 = 8$.

c) **Ergebnis: $A(2|4)$; g geht durch $A(2|4)$ und schneidet die y-Achse bei 6 ($y = -x + 6$).**

- Punkt A ablesen: f hat den y-Wert 4 bei $x = 2$, also $A(2|4)$ (Kontrolle: $\frac{1}{2} \cdot 2 + 3 = 4$).
- Steigung -1: Von A aus 1 nach rechts und 1 nach unten, oder 1 nach links und 1 nach oben.
- So kommst du von $(2|4)$ zu $(1|5)$ und $(0|6)$: g schneidet die y-Achse bei 6.
- Zeichne die Gerade durch $(0|6)$, $(2|4)$ und $(6|0)$.

10 Wasserspiegel zweier Seen

4 Punkte

a) **Ergebnis: Nach 6 h**

- Gesucht ist der Zeitpunkt, an dem die beiden Anstiege zusammen 5 mm ergeben.
- Nach 6 h: Bodensee 3 mm, Hallwilersee 2 mm $\rightarrow 3 + 2 = 5$ mm.

b) **Ergebnis: Der Graph des Hallwilersees liegt über dem Graphen des Bodensees, ab ca. 9.75 h (zwischen 9.25 h und 10 h gilt als richtig).**

- Der grössere Anstieg gehört zum Graphen, der weiter oben liegt. Nach 14 h liegt die gestrichelte Linie (Hallwilersee) über der ausgezogenen (Bodensee).
- Ab dem Schnittpunkt der beiden Graphen liegt der Hallwilersee oben. Der Schnittpunkt liegt bei etwa 9.75 h.

c) **Ergebnis:** $3'100'120'000\ \mathrm{m}^3$

- Ablesen: Nach 14 h ist der Hallwilersee um 12 mm gestiegen. $12\ \mathrm{mm} = 0.012\ \mathrm{m}$.
- Wasserstand nach 14 h: $310\ \mathrm{m} + 0.012\ \mathrm{m} = 310.012\ \mathrm{m}$
- Fläche: $10\ \mathrm{km}^2 = 10'000'000\ \mathrm{m}^2$ (1 km² = 1'000'000 m²)

- Volumen: $310.012\ \mathrm{m} \cdot 10'000'000\ \mathrm{m}^2 = 3'100'120'000\ \mathrm{m}^3$

d) **Ergebnis: 13.25 mm**

- Am Graphen ablesen: Der Bodensee steigt alle 2 Stunden um 1 mm, also 0.5 mm pro Stunde (z. B. 5 mm nach 10 h).
- Nach 26.5 h: $26.5 \cdot 0.5\ \mathrm{mm} = 13.25\ \mathrm{mm}$.