Mathematik I

60 Minuten · 9 Aufgaben · 30 Punkte

Name: _____

- 60 Minuten
- Kein Taschenrechner
- Erlaubt: Geodreieck, Zirkel, Lineal, Stifte in unterschiedlichen Farben
- Alle Berechnungen und Begründungen angeben
- Nicht mit Bleistift schreiben

---

1 Zahlen vergleichen

4 Punkte

Setze jeweils ein $<$, $>$ oder ein $=$ zwischen die Zahlen.

a) $\frac{5}{7} \square \frac{3}{4}$

Zeichen (< / > / =): _____

b) $\frac{6}{15} \square 0.6$

Zeichen (< / > / =): _____

c) $35'000\,\mathrm{cm}^3 \square 0.3\,\mathrm{m}^3$

Zeichen (< / > / =): _____

d) $\sqrt{230} \square 15$

Zeichen (< / > / =): _____

---

2 Bruchterme berechnen

4 Punkte

Berechne und gib das Resultat als vollständig gekürzten Bruch an.

a) $\left(\frac{14}{21} - \frac{5}{20}\right) \cdot \left(\frac{100}{300} - \frac{80}{320}\right)$

Bruch: _____

b) $\left(\frac{55}{11} + \frac{1}{4}\right) : \frac{7}{2}$

Bruch: _____

---

3 Terme vereinfachen

4 Punkte

Vereinfache soweit wie möglich.

a) $(3x + 1)^2 - 9(x + 1)(x - 1)$

Term: _____

b) $2x(xy+1)+3y\left(x^2+\frac{1}{y}\right)-5x^2y$

Term: _____

---

4 Meringue-Massen mischen

2 Punkte

Für Meringues wird geschlagenes Eiweiss und Zucker gemischt, bevor diese Masse gebacken wird.

In Gretas Rezept ist das Mengenverhältnis von Eiweiss zu Zucker = 2:3. Hans verwendet dieselben Zutaten im Verhältnis Eiweiss zu Zucker = 7:8. Beide produzieren gleich viel Meringue-Masse (je auf ihre Art) und mischen schliesslich ihre beiden Massen zusammen, um einen Kompromiss zu erreichen.

Berechne für diese Kompromiss-Masse das Mengenverhältnis von Eiweiss zu Zucker. Gib das Resultat in gekürzter Form an, d.h. als Verhältnis zweier möglichst kleiner ganzer Zahlen.

Eiweiss : Zucker: _____

---

5 Höhe des Fahnenmastes schätzen

2 Punkte

In der Hauptstadt von Tadschikistan steht ein riesiger Fahnenmast, dessen Fahne eine Fläche von $1'800\,\mathrm{m}^2$ aufweist. Die Fahne ist etwa doppelt so lang wie breit. Schätze mit diesen Angaben und mit Hilfe des Bildes die Höhe des Mastes!



6 Rechtecke um ein Quadrat

3 Punkte

Die folgende Zeichnung ist nicht massstabsgetreu. Sie besteht aus vier hellgrauen Rechtecken, die ein dunkelgraues kleines Quadrat umschliessen. Die hellgrauen Rechtecke sind alle gleich lang und gleich breit. Das dunkelgraue Quadrat hat eine Fläche von $9\,\mathrm{m}^2$. Alle fünf grauen Flächen zusammen haben einen Inhalt von $121\,\mathrm{m}^2$.

a) Wie gross ist der Umfang eines hellgrauen Rechtecks?

Umfang: _____ m

b) Wie lang und breit ist ein hellgraues Rechteck?

Länge: _____ m

Breite: _____ m

---

7 Dreieck im Koordinatensystem

4 Punkte

Im Koordinatensystem sind die drei Punkte A, B und C abgebildet.

a) Welche Koordinaten hat der Punkt B?

x: _____

y: _____

b) Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks ABC. Der Lösungsweg muss ersichtlich sein.

Fläche: _____ Flächeneinheiten

c) Mit dem Punkt $D(0|2)$ ergibt sich ein spezielles Viereck $ABCD$. Wie nennt man dieses?

Viereck: _____

8 Dünger für runde Töpfe

4 Punkte

Du willst mehrere Pflanzen düngen, die alle jeweils in einem zylinderförmigen Topf eingepflanzt sind. Auf der Packung des Düngers steht, dass pro Quadratmeter Bodenfläche 80g Dünger verwendet werden sollen.

Da du bei dieser Prüfung keinen Taschenrechner verwenden darfst, kannst du π ersetzen durch die Zahl 3!

a) Wie viel Dünger musst du im Topf A ausstreuen, der einen Durchmesser von 80cm hat? Gib das Resultat aufs Gramm genau an.

Dünger: _____ g

b) Du weisst, dass du in Topf B 20g Dünger ausstreuen musst. Topf C hat einen doppelt so grossen Durchmesser wie Topf B. Wie viel Dünger muss in Topf C gestreut werden?

Dünger: _____ g

c) Du weisst, dass du in Topf B 20g Dünger ausstreuen musst. Topf D hat einen 1.5-mal so grossen Durchmesser wie Topf B. Wie viel Dünger muss in Topf D gestreut werden?

Dünger: _____ g

9 Drehen, Spiegeln, Verkleinern

3 Punkte

a) Das Dreieck ABC wurde durch eine Rotation um 270° im Uhrzeigersinn auf das Dreieck A'B'C' abgebildet. Zeichne denjenigen Punkt P in das Koordinatensystem ein, um welchen hierbei rotiert wurde!

b) Spiegle das Dreieck ABC an der Geraden g mit dem Geodreieck und beschrifte die Ecken (A''B''C''). Verkleinere danach das Dreieck A''B''C'' so, dass es nur noch einen Viertel des Flächeninhaltes aufweist und die Ecke A'' am selben Ort bleibt.

Lösungen

Aufnahmeprüfung Gymnasium Bern 2024 Mathematik I 9. Schuljahr. Lösungswege von Fokus Nachhilfe nach der offiziellen Lösung des Kantons.

1 Zahlen vergleichen

4 Punkte

a) **Ergebnis:** $\frac{5}{7} < \frac{3}{4}$

- Gleichnamig machen mit Nenner 28: $\frac{5}{7} = \frac{20}{28}$ und $\frac{3}{4} = \frac{21}{28}$.
- $20 < 21$, also $\frac{5}{7} < \frac{3}{4}$.

b) **Ergebnis:** $\frac{6}{15} < 0.6$

- Kürzen: $\frac{6}{15} = \frac{2}{5} = 0.4$.
- $0.4 < 0.6$.

c) **Ergebnis:** $35'000\,\mathrm{cm}^3 < 0.3\,\mathrm{m}^3$

- $1\,\mathrm{m}^3 = 1'000'000\,\mathrm{cm}^3$.
- $35'000\,\mathrm{cm}^3 = 0.035\,\mathrm{m}^3$, und $0.035 < 0.3$.

d) **Ergebnis:** $\sqrt{230} > 15$

- Vergleiche die Quadrate: $15^2 = 225$.
- $230 > 225$, also $\sqrt{230} > 15$.

2 Bruchterme berechnen

4 Punkte

a) **Ergebnis:** $\frac{5}{144}$

Zuerst jeden Bruch kürzen, dann wird es einfach:

- $\frac{14}{21} = \frac{2}{3}$, $\frac{5}{20} = \frac{1}{4}$, $\frac{100}{300} = \frac{1}{3}$, $\frac{80}{320} = \frac{1}{4}$
- $\frac{2}{3} - \frac{1}{4} = \frac{8}{12} - \frac{3}{12} = \frac{5}{12}$
- $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{4}{12} - \frac{3}{12} = \frac{1}{12}$
- $\frac{5}{12} \cdot \frac{1}{12} = \frac{5}{144}$

b) **Ergebnis:** $\frac{3}{2}$

- $\frac{55}{11} = 5 = \frac{20}{4}$, also $\frac{20}{4} + \frac{1}{4} = \frac{21}{4}$
- Durch einen Bruch teilen heisst mit dem Kehrwert multiplizieren: $\frac{21}{4} \cdot \frac{2}{7} = \frac{42}{28}$

- Kürzen: $\frac{42}{28} = \frac{21}{14} = \frac{3}{2}$

---

3 Terme vereinfachen

4 Punkte

a) **Ergebnis:** $6x + 10$

- 1. binomische Formel: $(3x + 1)^2 = 9x^2 + 6x + 1$
- 3. binomische Formel: $(x + 1)(x - 1) = x^2 - 1$, also $9(x^2 - 1) = 9x^2 - 9$
- $9x^2 + 6x + 1 - (9x^2 - 9) = 9x^2 + 6x + 1 - 9x^2 + 9 = 6x + 10$

b) **Ergebnis:** $2x + 3$

- Ausmultiplizieren: $2x(xy + 1) = 2x^2y + 2x$
- $3y\left(x^2 + \frac{1}{y}\right) = 3x^2y + 3$, denn $3y \cdot \frac{1}{y} = 3$
- Zusammenfassen: $2x^2y + 2x + 3x^2y + 3 - 5x^2y = 2x + 3$ (die x^2y-Terme heben sich auf)

---

4 Meringue-Massen mischen

2 Punkte

Ergebnis: Eiweiss : Zucker = 13 : 17

Nimm die Menge einer Masse als Einheit (je 1 Masse von Greta und von Hans):

- Greta: Eiweiss-Anteil $\frac{2}{2+3} = \frac{2}{5}$; Hans: Eiweiss-Anteil $\frac{7}{7+8} = \frac{7}{15}$
- Eiweiss zusammen: $\frac{2}{5} + \frac{7}{15} = \frac{6}{15} + \frac{7}{15} = \frac{13}{15}$
- Gesamtmenge: 2, also Eiweiss-Anteil $\frac{13}{15} : 2 = \frac{13}{30}$ (der Mittelwert der beiden Anteile)
- Zucker-Anteil: $\frac{17}{30}$, also Eiweiss : Zucker $= 13 : 17$

---

5 Höhe des Fahnenmastes schätzen

2 Punkte

Ergebnis: etwa 180 m (volle Punktzahl für Schätzungen zwischen 125 m und 245 m)

- Die Fahne ist doppelt so lang wie hoch: $b \cdot 2b = 1'800$, also $b^2 = 900$ und $b = 30\,\mathrm{m}$, Länge $60\,\mathrm{m}$.
- Miss im Bild: Der Mast ist etwa 6-mal so hoch wie die Fahne hoch ist.
- Höhe des Mastes: $6 \cdot 30\,\mathrm{m} \approx 180\,\mathrm{m}$.

---

6 Rechtecke um ein Quadrat

3 Punkte

a) **Ergebnis:** $22\,\mathrm{m}$

- Die ganze Figur ist ein Quadrat mit Fläche $121\,\mathrm{m}^2$, also Seitenlänge $11\,\mathrm{m}$.
- Jede Aussenseite besteht aus einer Länge l und einer Breite b eines Rechtecks: $l + b = 11\,\mathrm{m}$.
- Umfang eines Rechtecks: $2 \cdot (l + b) = 2 \cdot 11\,\mathrm{m} = 22\,\mathrm{m}$.

b) **Ergebnis: Länge $l = 7\,\mathrm{m}$, Breite $b = 4\,\mathrm{m}$**

- Das kleine Quadrat hat Seitenlänge $3\,\mathrm{m}$ ($3^2 = 9$). Seine Seite ist der Unterschied zwischen Länge und Breite: $l - b = 3\,\mathrm{m}$.
- Aus a) gilt $l + b = 11\,\mathrm{m}$.
- Addieren: $2l = 14\,\mathrm{m}$, also $l = 7\,\mathrm{m}$ und $b = 4\,\mathrm{m}$.
- Probe: $4 \cdot 7 \cdot 4 + 9 = 112 + 9 = 121$.

---

7 Dreieck im Koordinatensystem

4 Punkte

a) **Ergebnis:** $B(6|-1)$

- Von B senkrecht zur x-Achse: $x = 6$.
- Von B waagrecht zur y-Achse: $y = -1$.

b) **Ergebnis: 18 Flächeneinheiten**

Ablesen: $A(-2|-3), B(6|-1), C(4|3)$.

Geschickt: Lege ein Rechteck um das Dreieck und ziehe die drei rechtwinkligen Dreiecke ab.

- Rechteck von $x = -2$ bis $x = 6$ und von $y = -3$ bis $y = 3$: $8 \cdot 6 = 48$
- Abziehen: $\frac{6 \cdot 6}{2} = 18$ (bei AC), $\frac{2 \cdot 4}{2} = 4$ (bei CB), $\frac{2 \cdot 8}{2} = 8$ (bei AB)
- $48 - 18 - 4 - 8 = 18$

Ebenso möglich: das Dreieck in Teildreiecke zerlegen, $\frac{4 \cdot 4}{2} + \frac{4 \cdot 2}{2} + \frac{6 \cdot 2}{2} = 18$.

c) **Ergebnis: Trapez**

- Von A nach B: 8 nach rechts, 2 nach oben.
- Von D nach C: 4 nach rechts, 1 nach oben, also dieselbe Richtung.
- AB und DC sind parallel, die anderen Seiten nicht: $ABCD$ ist ein **Trapez**.

---

8 Dünger für runde Töpfe

4 Punkte

a) **Ergebnis:** $38\,\mathrm{g}$

- Radius: $40\,\mathrm{cm} = 0.4\,\mathrm{m}$
- Bodenfläche: $\pi \cdot (0.4\,\mathrm{m})^2 \approx 3 \cdot 0.16\,\mathrm{m}^2 = 0.48\,\mathrm{m}^2$
- Dünger: $0.48 \cdot 80\,\mathrm{g} = 38.4\,\mathrm{g} \approx 38\,\mathrm{g}$

b) **Ergebnis:** $80\,\mathrm{g}$

- Doppelter Durchmesser heisst vierfache Fläche ($2^2 = 4$).
- $4 \cdot 20\,\mathrm{g} = 80\,\mathrm{g}$

c) **Ergebnis:** $45\,\mathrm{g}$

- 1.5-facher Durchmesser heisst $1.5^2 = 2.25$-fache Fläche.
- $2.25 \cdot 20\,\mathrm{g} = 45\,\mathrm{g}$

---

9 Drehen, Spiegeln, Verkleinern

3 Punkte

a) **Ergebnis: Drehzentrum P siehe Lösungsgrafik**

- 270° im Uhrzeigersinn ist dasselbe wie 90° gegen den Uhrzeigersinn.

- Das Drehzentrum ist gleich weit von A und A' (und von B und B') entfernt: Es liegt auf der Mittelsenkrechten von AA' und auf der Mittelsenkrechten von BB'. Ihr Schnittpunkt ist P.
- Kontrolle mit den Häuschen: Die Strecke von P zu A, um 90° gegen den Uhrzeigersinn gedreht, muss genau auf A' zeigen (ebenso für B und C).

b) **Ergebnis: Spiegelbild $A''B''C''$ und verkleinertes Dreieck siehe Lösungsgrafik**

- Spiegeln: Von jeder Ecke das Lot auf g fällen und auf der anderen Seite gleich weit abtragen. So entstehen A'', B'', C''.
- Ein Viertel der Fläche heisst halbe Seitenlängen, denn $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$.
- Zentrische Streckung mit Zentrum A'' und Faktor $\frac{1}{2}$: Die neuen Ecken liegen in der Mitte der Strecken $A''B''$ und $A''C''$.