Mathematik I

60 Minuten · 9 Aufgaben · 30 Punkte

Name: _____

- 60 Minuten
- Kein Taschenrechner
- Erlaubt: Geodreieck, Zirkel, Lineal, Stifte in unterschiedlichen Farben
- Alle Berechnungen und Begründungen angeben

---

1 Umrechnen und Grundrechnen

4 Punkte

Diese Aufgabe besteht aus unabhängigen Teilaufgaben.

a) Rechne um: $0.3\ \text{dl}$ in cm^3

0.3 dl: _____ cm³

b) Berechne und schreibe als vollständig gekürzten Bruch: $0.1 \cdot \frac{5}{2}$

Bruch: _____

c) Berechne: $6 + 2 \cdot 4 + (-4) \cdot (-3)^2$

Resultat: _____

d) Schreibe in einen gewöhnlichen Bruch um: $0.8\overline{3}$

Bruch: _____

---

2 Brüche berechnen

4 Punkte

Berechne und gib das Ergebnis als vollständig gekürzten Bruch an.

a) $\left(\frac{3}{2}+\frac{1}{3}\right)\cdot\left(\frac{3}{2}-\frac{1}{3}\right)$

Bruch: _____

b) $\left(\frac{66}{11}+\frac{1}{4}\right):\frac{5}{2}$

Bruch: _____

---

3 Trinkgeld in Kronen und Euro

2 Punkte

In der Tschechischen Republik bezahlt man in Kronen. In Restaurants wird der Betrag auf der Rechnung zusätzlich in Euro ausgewiesen. Du erhältst eine Rechnung über 1200 Kronen bzw. 48 Euro. Nun bittest du, den Betrag derart zu erhöhen, dass der Kellner 2 Euro Trinkgeld enthält. Dieser verlangt jetzt 1500 Kronen. Um wie viel Euro hat der Kellner sein Trinkgeld selbständig erhöht?

Erhöhung: _____ Euro

4 Zahlenrätsel mit Gleichung

2 Punkte

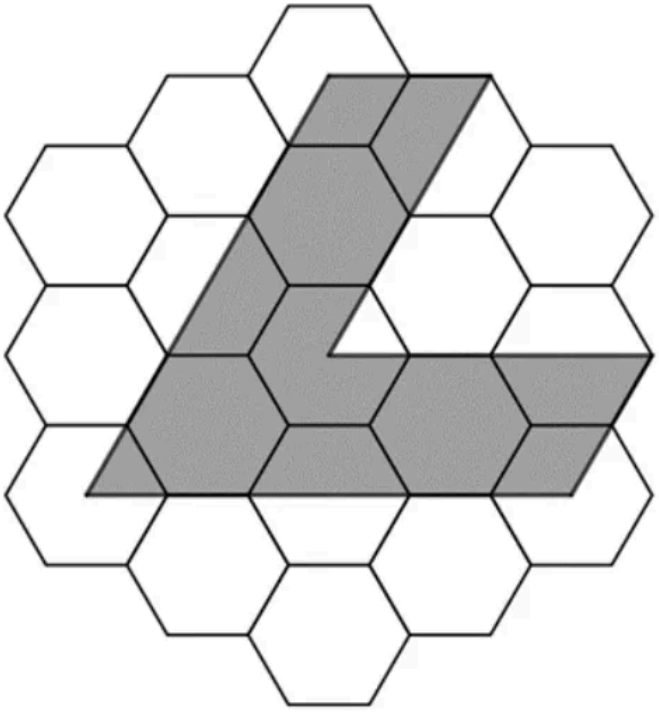
Wird zu einer Zahl 5 addiert und das Resultat dann mit 8 multipliziert, erhält man dasselbe Ergebnis, wie wenn man die Zahl mit 20 multipliziert und 20 subtrahiert. Um welche Zahl handelt es sich? Erstelle eine Gleichung und löse diese.

Zahl: _____

5 Graue Fläche im Sechseckmuster

3 Punkte

Gegeben ist das abgebildete Muster aus lauter identischen regulären Sechsecken (alle Seiten sind gleich lang). Jedes Sechseck hat einen Flächeninhalt von 6.



a) Welchen Flächeninhalt hat die graue Fläche?

Graue Fläche: _____

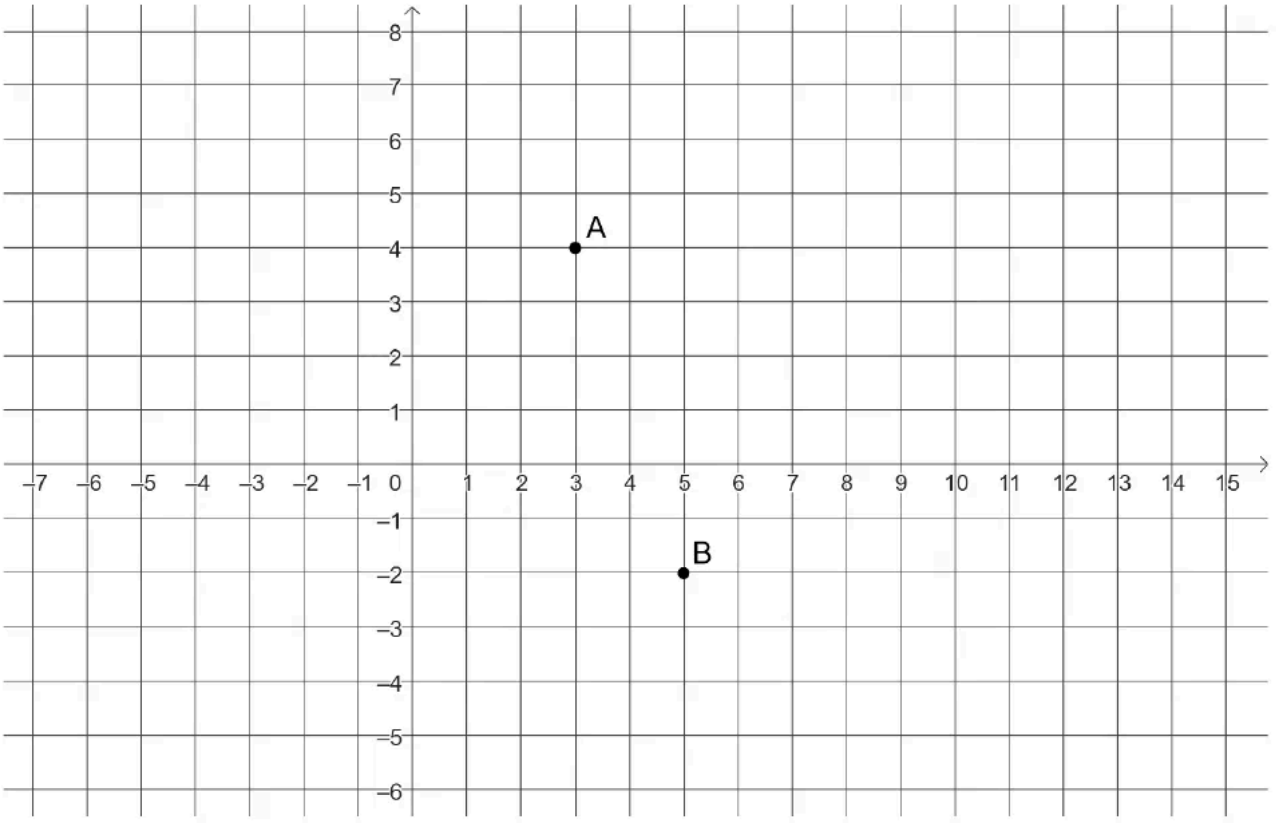
b) Schätze den Anteil der grauen Fläche im Vergleich zur Gesamtfläche aller Sechsecke. Gib das Resultat in Prozenten an.

---

6 Quadrat und Dreieck im Koordinatensystem

6 Punkte

Gegeben sind die Punkte A und B, welche im Koordinatensystem bereits eingezeichnet sind.



a) Ergänze zwei Punkte C und D so, dass diese mit den Punkten A und B zusammen ein Quadrat bilden. Welche Koordinaten haben C und D? Finde alle Lösungen und zeichne sie ein.

b) Der Punkt $E(-1|4)$ bildet mit A und B ein Dreieck. Zeichne E ins Koordinatensystem ein und berechne den Flächeninhalt des Dreiecks ABE.

Fläche Dreieck ABE: _____

c) Gib die Koordinaten von zwei Punkten an, welche jeweils gleich weit von A wie von B entfernt liegen.

---

7 Gleichwertige Terme erkennen

3 Punkte

a) Welche der Terme A, B, C sind gleich $15 \cdot \frac{6}{5}$? Umkreise diese!

A $= \frac{6}{15} \cdot 45$ B $= (45 \cdot 3) : 5$ C $= \frac{45}{5} \cdot 3$

A = 6/15 · 45 (gleich / nicht gleich): _____

B = (45 · 3) : 5 (gleich / nicht gleich): _____

C = 45/5 · 3 (gleich / nicht gleich): _____

b) Welche der Terme A, B, C sind gleich $\frac{5}{8} : 0.25$? Umkreise diese!

A $= \frac{8}{5} \cdot 4$ B $= \frac{5}{2}$ C $= (4 \cdot 5) : 8$

A = 8/5 · 4 (gleich / nicht gleich): _____

B = 5/2 (gleich / nicht gleich): _____

C = (4 · 5) : 8 (gleich / nicht gleich): _____

c) Welche der Terme A, B, C sind gleich $1.5 \cdot 10^7$? Umkreise diese!

A $= 30 \cdot 5 \cdot 10^6$ B $= 0.3 \cdot 500 \cdot 10^6$ C $= 300 \cdot 0.5 \cdot 10^5$

A = 30 · 5 · 10^6 (gleich / nicht gleich): _____

B = 0.3 · 500 · 10^6 (gleich / nicht gleich): _____

C = 300 · 0.5 · 10^5 (gleich / nicht gleich): _____

---

8 Zinssatz und Aktienwert

3 Punkte

a) Nachdem beim Sparkonto der Jahreszins von Fr. 3.- dazugerechnet wurde, beträgt der Kontostand nun Fr. 153.- Berechne den Zinssatz (in %).

Zinssatz: _____ %

b) Eine Aktie gewinnt in einem Jahr 20 % an Wert, verliert dann aber im darauffolgenden Jahr wieder $\frac{2}{9}$ ihres Wertes und hat nun einen Wert von Fr. 42.-. Welchen Wert hatte die Aktie vor dem Wertanstieg?

Anfangswert: _____ Fr.

---

9 Ausmultiplizieren mit binomischer Formel

3 Punkte

Multipliziere aus und vereinfache so weit wie möglich:

$(2x + 1)^2 - (4 - x)$

Vereinfachter Term: _____

Lösungen

Aufnahmeprüfung Gymnasium Bern 2025 Mathematik I 9. Schuljahr. Lösungswege von Fokus Nachhilfe nach der offiziellen Lösung des Kantons.

---

1 Umrechnen und Grundrechnen

4 Punkte

a) **Ergebnis:** $0.3\ \text{dl} = 30\ \text{cm}^3$

- $1\ \text{dl} = 100\ \text{ml}$, also $0.3\ \text{dl} = 30\ \text{ml}$.
- $1\ \text{ml} = 1\ \text{cm}^3$, also $0.3\ \text{dl} = 30\ \text{cm}^3$.

b) **Ergebnis:** $0.1 \cdot \frac{5}{2} = \frac{1}{4}$

- $0.1 = \frac{1}{10}$
- $\frac{1}{10} \cdot \frac{5}{2} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$

c) **Ergebnis:** -22

Zuerst die Potenz, dann Punkt vor Strich:

- $(-3)^2 = 9$
- $2 \cdot 4 = 8$ und $(-4) \cdot 9 = -36$
- $6 + 8 - 36 = -22$

d) **Ergebnis:** $\frac{5}{6}$

- Nur die 3 wiederholt sich: $0.8\overline{3} = 0.8 + 0.0\overline{3}$.
- $0.0\overline{3} = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{30}$
- $\frac{8}{10} + \frac{1}{30} = \frac{24}{30} + \frac{1}{30} = \frac{25}{30} = \frac{5}{6}$

---

2 Brüche berechnen

4 Punkte

a) **Ergebnis:** $\frac{77}{36}$ **(auch** $2\frac{5}{36}$**)**

- Gleichnamig machen (Nenner 6): $\frac{3}{2} = \frac{9}{6}$, $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$
- $\left(\frac{9}{6} + \frac{2}{6}\right) \cdot \left(\frac{9}{6} - \frac{2}{6}\right) = \frac{11}{6} \cdot \frac{7}{6} = \frac{77}{36}$
- Alternative mit der 3. binomischen Formel: $\left(\frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{9}{4} - \frac{1}{9} = \frac{81}{36} - \frac{4}{36} = \frac{77}{36}$

b) **Ergebnis:** $\frac{5}{2}$ **(auch** $2\frac{1}{2}$**)**

- $\frac{66}{11} = 6$, also $6 + \frac{1}{4} = \frac{24}{4} + \frac{1}{4} = \frac{25}{4}$

- Durch einen Bruch teilen heisst mit dem Kehrwert multiplizieren: $\frac{25}{4} \cdot \frac{2}{5} = \frac{50}{20} = \frac{5}{2}$

---

3 Trinkgeld in Kronen und Euro

2 Punkte

Ergebnis: Der Kellner hat sein Trinkgeld um 10 Euro erhöht.

- 1200 Kronen entsprechen 48 Euro. Rechne 1500 Kronen in Euro um: $\frac{48}{1200} = \frac{x}{1500} \Rightarrow x = 60$ Euro.
- Gewollt hast du $48 + 2 = 50$ Euro.
- Selbst dazugenommen: $60 - 50 = 10$ Euro.

---

4 Zahlenrätsel mit Gleichung

2 Punkte

Ergebnis: $8(x + 5) = 20x - 20, x = 5$

- Gleichung: $8(x + 5) = 20x - 20$
- Ausmultiplizieren: $8x + 40 = 20x - 20$
- $60 = 12x \Rightarrow x = 5$
- Probe: $8 \cdot 10 = 80$ und $20 \cdot 5 - 20 = 80$.

---

5 Graue Fläche im Sechseckmuster

3 Punkte

a) **Ergebnis:** $A_G = 40$

- Zähle die grauen Teile in Sechsecken: Es sind 6 ganze Sechsecke und Teilstücke, die zusammen $\frac{4}{6}$ Sechseck ergeben.
- Insgesamt $6 + \frac{4}{6} = \frac{40}{6} = \frac{20}{3}$ Sechsecke.
- Fläche: $A_G = \frac{40}{6} \cdot 6 = 40$

b) **Ergebnis: Etwa 35 % (Werte zwischen 32 % und 38 % sind richtig)**

- Das Muster besteht aus 19 Sechsecken: $A = 19 \cdot 6 = 114$
- Anteil: $\frac{40}{114} \approx 35.1\,\%$
- Eine Schätzung reicht: etwas mehr als ein Drittel.

6 Quadrat und Dreieck im Koordinatensystem

6 Punkte

a) **Ergebnis:** $C_1(-1|-4), D_1(-3|2)$ **oder** $C_2(11|0), D_2(9|6)$

- Ablesen: $A(3|4), B(5|-2)$. Von A nach B geht es 2 nach rechts und 6 nach unten.
- Senkrecht dazu (gleich lang) geht es 6 nach rechts und 2 nach oben, oder 6 nach links und 2 nach unten.
- Nach rechts: $C_2 = B + (6|2) = (11|0), D_2 = A + (6|2) = (9|6)$.
- Nach links: $C_1 = B - (6|2) = (-1|-4), D_1 = A - (6|2) = (-3|2)$.

b) **Ergebnis: Flächeninhalt 12**

- E und A liegen beide auf der Höhe $y = 4$: Grundseite $\overline{EA} = 3 - (-1) = 4$.
- Höhe = Abstand von B zur Geraden $y = 4$: $4 - (-2) = 6$.
- $A = \frac{4 \cdot 6}{2} = 12$

c) **Ergebnis: Zum Beispiel** $(-5|-2), (-2|-1), (1|0), (4|1), (7|2), (10|3), (13|4)$

- Alle Punkte, die gleich weit von A und B entfernt sind, liegen auf der Mittelsenkrechten von $\overline{AB}$.
- Mittelpunkt von $\overline{AB}$: $M(4|1)$.
- Die Mittelsenkrechte steht senkrecht auf AB (2 rechts, 6 runter), geht also 3 nach rechts und 1 nach oben.
- Von $M(4|1)$ aus: $(7|2)$, $(10|3)$, … und $(1|0)$, $(-2|-1)$, …

7 Gleichwertige Terme erkennen

3 Punkte

a) Ergebnis: A

- $15 \cdot \frac{6}{5} = 3 \cdot 6 = 18$
- A: $\frac{6}{15} \cdot 45 = 6 \cdot 3 = 18$ ✓
- B: $135 : 5 = 27$
- C: $9 \cdot 3 = 27$

b) Ergebnis: B und C

- Durch $0.25 = \frac{1}{4}$ teilen heisst mal 4 rechnen: $\frac{5}{8} \cdot 4 = \frac{20}{8} = \frac{5}{2}$
- A: $\frac{32}{5}$, nicht gleich
- B: $\frac{5}{2}$ ✓
- C: $20 : 8 = \frac{5}{2}$ ✓

c) Ergebnis: C

- $1.5 \cdot 10^7 = 15\,000\,000$
- A: $150 \cdot 10^6 = 1.5 \cdot 10^8$, zu gross
- B: $150 \cdot 10^6 = 1.5 \cdot 10^8$, zu gross
- C: $150 \cdot 10^5 = 1.5 \cdot 10^7$ ✓

---

8 Zinssatz und Aktienwert

3 Punkte

a) **Ergebnis: 2 %**

- Vor dem Zins waren es $153 - 3 = 150$ Franken.
- $\frac{3}{150} = \frac{1}{50} = 0.02 = 2\,\%$

b) **Ergebnis: Fr. 45.-**

Rückwärts rechnen:

- Nach dem Verlust von $\frac{2}{9}$ bleiben $\frac{7}{9}$. Nach dem ersten Jahr war die Aktie also $42 \cdot \frac{9}{7} = 54$ Franken wert.
- 20 % Gewinn heisst $\cdot \frac{6}{5}$. Am Anfang: $54 \cdot \frac{5}{6} = 45$ Franken.
- Als Gleichung: $x \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{7}{9} = 42$

---

9 Ausmultiplizieren mit binomischer Formel

3 Punkte

Ergebnis: $4x^2 + 5x - 3$

- 1. binomische Formel: $(2x + 1)^2 = 4x^2 + 4x + 1$
- Minus vor der Klammer dreht beide Vorzeichen: $-(4 - x) = -4 + x$
- Zusammenfassen: $4x^2 + 4x + 1 - 4 + x = 4x^2 + 5x - 3$