Mathematik II

60 Minuten · 9 Aufgaben · 31 Punkte

Name: _____

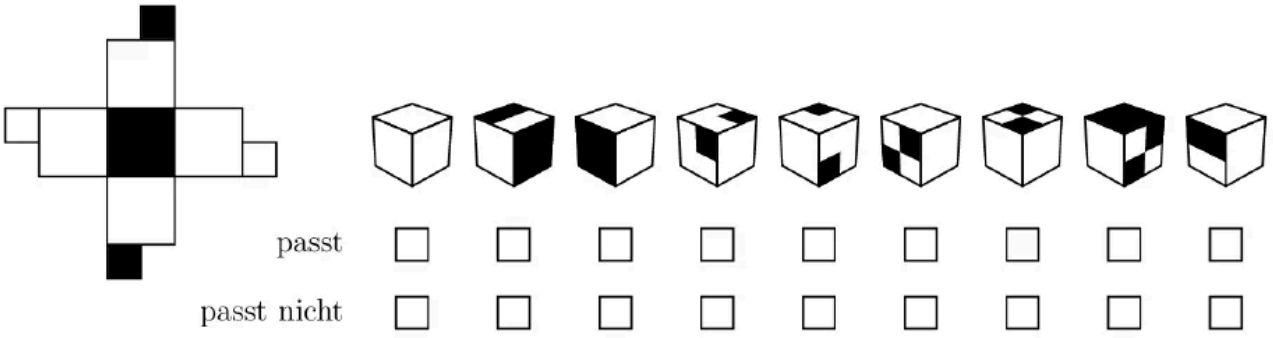
- 60 Minuten
- Taschenrechner erlaubt (nicht programmierbar, ohne Gleichungslöser)
- Geodreieck, Zirkel und Lineal erlaubt
- Alle Berechnungen und Begründungen angeben

---

1 Würfel zum Würfelnetz

3 Punkte

Kreuze zu jedem Würfel an, ob er zum abgebildeten Würfelnetz passt oder nicht.



Würfel 1 (passt / passt nicht): _____

Würfel 2 (passt / passt nicht): _____

Würfel 3 (passt / passt nicht): _____

Würfel 4 (passt / passt nicht): _____

Würfel 5 (passt / passt nicht): _____

Würfel 6 (passt / passt nicht): _____

Würfel 7 (passt / passt nicht): _____

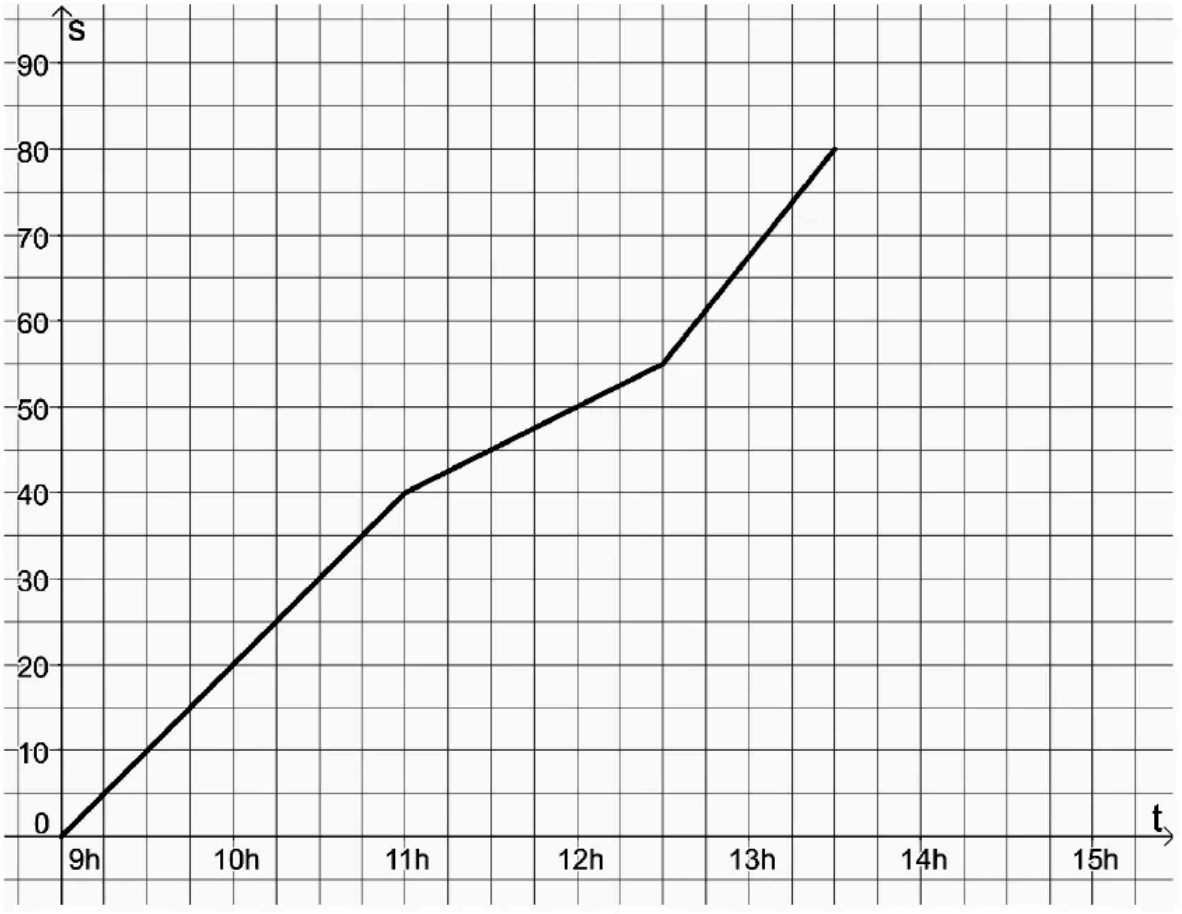
Würfel 8 (passt / passt nicht): _____

Würfel 9 (passt / passt nicht): _____

2 Weg-Zeit-Diagramm Radrennen

6 Punkte

Bei einem Radrennen legt Lars insgesamt 80 km zurück. Das abgebildete Diagramm zeigt den Weg s in Abhängigkeit der Zeit t.



a) Wie lange braucht Lars für die 80 km?

Dauer: _____ h

b) Wann fährt er am schnellsten? Wie schnell fährt er dann?

Geschwindigkeit: _____ km/h

c) Nik startet beim selben Rennen gleichzeitig wie Lars. Bis 10 Uhr fahren sie gemeinsam. Dann hat Nik eine Panne. Die Reparatur dauert 30 Minuten. Danach fährt er mit konstanter Geschwindigkeit weiter und überholt Lars um 11:15 Uhr. Nik fährt vor Lars im Ziel ein.

Zeichne im selben Diagramm den Verlauf für die Fahrt von Nik.

---

3 Grösstes Produkt zweier Zahlen

1 Punkt

Zwei der Zahlen -10, -7, -5, 0, 3, 6, 8 werden miteinander multipliziert. Was ist das grösstmögliche Resultat, das dabei entstehen kann?

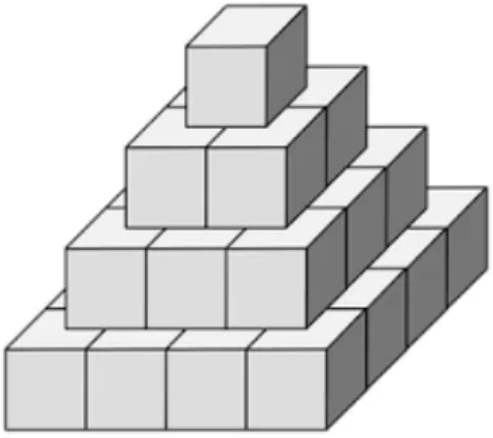
Grösstes Resultat: _____

---

4 Würfelturm aus Schichten

5 Punkte

Du bildest einen Würfelturm aus vier Schichten von Würfeln, wobei jeweils für die nächste Schicht darunter pro Seite ein Würfel dazu kommt.



1. Schicht

2. Schicht

3. Schicht

4. Schicht

a) Wie viele Würfel würde somit die 7. Schicht enthalten (siehe Bild).

Würfel in der 7. Schicht: _____

b) Jeder Würfel hat eine Kantenlänge von 2 cm. Wie gross wäre somit das Volumen des Würfelturms mit 7 Schichten?

Volumen: _____ cm^3

c) Der Würfelturm mit 4 Schichten wird so umgeschichtet, dass alle Schichten nicht mehr in der Mitte aufeinandergestapelt sind, sondern alle in der linken hinteren Ecke beginnen. Jeder Würfel hat eine Kantenlänge von 2 cm. Wie gross ist die Oberfläche des entstehenden Körpers (inklusive der Fläche, auf der der Körper steht)?

Oberfläche: _____ cm^2

---

5 Halb gefärbte Quader

5 Punkte

Anna taucht Quader auf verschiedene Arten so in Farbe, dass die halbe Oberfläche gefärbt wird.

a) Schraffiere in den Raumbildern unten drei verschiedene Möglichkeiten, die die Quaderoberfläche unterschiedlich in zwei Hälften teilen.

bi) Vervollständige in den Quadernetzen die gefärbten Flächenteile der halb eingetauchten Quader.

i.

bii) ii.

6 Palindrome legen

2 Punkte

Palindrome sind Buchstabenkombinationen, die von links nach rechts gelesen, dasselbe ergeben wie von rechts nach links (z.B. «SUGUS»).

Wie viele verschiedene Palindrome lassen sich legen mit allen nachfolgenden Buchstaben?

A, A, B, B, B, C, C, C, C

Anzahl Palindrome: _____

7 Kiosk-Verkäufe in Tabelle

4 Punkte

An einem Kiosk werden verschiedene Leckereien angeboten. Die Tabelle zeigt dir, wie viele jeder Sorte (Eis, Chips, Kaugummi) im Verlaufe eines Tages verkauft wurden.

Ein Eis kostet e Fr., ein Sack Chips kostet c Fr., ein Pack Kaugummi kostet k Fr.

	Anzahl verkaufte Eis:	Anzahl verkaufte Säcke Chips:	Anzahl verkaufte Pack Kaugummi:	Verkaufserlös in Fr.
08.30 – 12.00 Uhr	13	9	21	13e + 9c + 21k
12.00 – 15.30 Uhr	5	_____	33	_____
15.30 – 19.00 Uhr	17	12	_____	_____
Total	_____	49	67	_____

a) Fülle die Tabelle fertig aus.

Chips 12.00 – 15.30 Uhr: _____

Erlös 12.00 – 15.30 Uhr: _____

Kaugummi 15.30 – 19.00 Uhr: _____

Erlös 15.30 – 19.00 Uhr: _____

Total Eis: _____

Total Erlös: _____

b) Berechne das Total der Einnahmen, wenn ein Eis Fr. 2.50, ein Sack Chips Fr. 4.20 und ein Pack Kaugummi Fr. 1.20 kostet.

Total Einnahmen: _____ Fr.

8 Gefässe mit grösserer Grundfläche

2 Punkte

Zwei quaderförmige Gefässe haben beide eine quadratische Grundfläche. Beide Gefässe sind gleich hoch, aber sämtliche Seiten der Grundfläche sind beim zweiten um 20% länger als beim ersten.

a) Ins erste Gefäss könnte man höchstens 5 l Wasser einfüllen. Wie viel Wasser könnte man maximal ins zweite Gefäss einfüllen?

Wassermenge: _____ l

b) Im ersten Gefäss befindet sich Wasser bis zu einer Höhe von 36 cm, während das zweite leer ist. Nun wird dieses Wasser vom ersten ins (zunächst leere) zweite Gefäss umgegossen. Wie hoch liegt dann dort der Wasserspiegel?

Höhe: _____ cm

9 Hitzetage pro Jahrzehnt

3 Punkte

Im folgenden Diagramm ist zu sehen, wie viele Hitzetage es in Zollikofen in jedem Jahrzehnt seit 1960 gegeben hat.

a) Wann ist im dargestellten Zeitraum die Zahl der Hitzetage von einem Jahrzehnt zum nächsten am stärksten angestiegen?

b) Wie viele Hitzetage hat es im dargestellten Zeitraum durchschnittlich *pro Jahr* gegeben?

Hitzetage pro Jahr: _____ Hitzetage

Lösungen

Aufnahmeprüfung Gymnasium Bern 2025 Mathematik II 9. Schuljahr. Lösungswege von Fokus Nachhilfe nach der offiziellen Lösung des Kantons.

1 Würfel zum Würfelnetz

3 Punkte

Ergebnis: Passt: Würfel 3, 6 und 7. Passt nicht: Würfel 1, 2, 4, 5, 8 und 9 (gezählt von links).

- Falte das Netz in Gedanken: Die Mittelfläche ist ganz schwarz. Die vier kleinen Viertelquadrate an den Rändern bilden zusammen die **Gegenfläche** der schwarzen Fläche.
- Zwei dieser Viertel sind schwarz und liegen schräg gegenüber: Die Gegenfläche ist also ein Schachbrett aus 2 × 2 Feldern. Die vier übrigen Flächen sind ganz weiss.
- An jeder Würfelecke treffen drei Flächen zusammen. Schwarze Fläche und Schachbrett liegen einander gegenüber: Du siehst also immer **genau eine** der beiden, nie beide und nie keine.
- Würfel 1 (alles weiss) und Würfel 8 (schwarz neben Schachbrett) passen deshalb nicht.
- Würfel 2, 4, 5 und 9 zeigen Flächen mit Streifen oder einem einzelnen schwarzen Viertel. Solche Flächen gibt es am Würfel nicht.
- Würfel 3 (eine schwarze Fläche, zwei weisse), 6 und 7 (ein Schachbrett, zwei weisse) passen.

2 Weg-Zeit-Diagramm Radrennen

6 Punkte

a) **Ergebnis: 4.5 Stunden**

- Lars startet um 9 Uhr bei 0 km.
- Er erreicht 80 km um 13:30 Uhr.
- Dauer: 13:30 – 9:00 = 4 h 30 min = 4.5 h.

b) **Ergebnis: Zwischen 12:30 und 13:30 Uhr, mit 25 km/h.**

- Am schnellsten fährt er dort, wo die Linie am steilsten ist.
- 9:00–11:00: 40 km in 2 h, also 20 km/h.
- 11:00–12:30: 15 km in 1.5 h, also 10 km/h.
- 12:30–13:30: 25 km in 1 h, also **25 km/h**. Das ist der steilste Abschnitt.

c) **Ergebnis: Linie wie Lars bis (10:00 | 20 km), waagrecht bis (10:30 | 20 km), dann gerade durch (11:15 | 42.5 km) bis (12:30 | 80 km).**

- Bis 10 Uhr fällt Niks Linie mit der von Lars zusammen: um 10:00 ist er bei 20 km.
- Panne: 30 Minuten Stillstand, also eine waagrechte Strecke von (10:00 | 20 km) bis (10:30 | 20 km).
- Um 11:15 Uhr ist Lars bei 42.5 km (zwischen 11 und 12:30 Uhr fährt er 10 km/h: $40 + 0.25 \cdot 10 = 42.5$). Dort schneidet Niks Linie die von Lars.
- Zeichne eine Gerade von (10:30 | 20 km) durch (11:15 | 42.5 km) und verlängere sie bis 80 km. Nik fährt 22.5 km in 45 min, also 30 km/h, und ist um 12:30 Uhr im Ziel, vor Lars (13:30 Uhr).

---

3 Grösstes Produkt zweier Zahlen

1 Punkt

Ergebnis: 70

- Ein grosses positives Produkt entsteht aus zwei Zahlen mit gleichem Vorzeichen.
- Zwei positive: $6 \cdot 8 = 48$.
- Zwei negative: $(-10) \cdot (-7) = 70$.
- Das grösste Resultat ist **70**.

---

4 Würfelturm aus Schichten

5 Punkte

a) **Ergebnis: 49 Würfel**

- Die n-te Schicht ist ein Quadrat mit n Würfeln pro Seite: 1, 4, 9, 16, …
- 7. Schicht: $7 \cdot 7 = 49$.

b) **Ergebnis: 1120 cm³**

- Anzahl Würfel: $1 + 4 + 9 + 16 + 25 + 36 + 49 = 140$.
- Volumen eines Würfels: $2^3 = 8\ \text{cm}^3$.
- Volumen des Turms: $140 \cdot 8 = 1120\ \text{cm}^3$.

c) **Ergebnis: 288 cm²**

- Zähle die sichtbaren Würfelflächen von allen sechs Seiten.
- Von oben und von unten siehst du je die unterste Schicht: $2 \cdot 16 = 32$ Flächen.
- Von jeder der vier Seiten siehst du eine Treppe: $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ Flächen, zusammen $4 \cdot 10 = 40$.
- Total: $32 + 40 = 72$ Würfelflächen.
- Eine Würfelfläche misst $2^2 = 4\ \text{cm}^2$, also $72 \cdot 4 = 288\ \text{cm}^2$.

---

5 Halb gefärbte Quader

5 Punkte

a) **Ergebnis: Drei verschiedene, nicht zueinander symmetrische Färbungen, bei denen genau die halbe Oberfläche gefärbt ist (Beispiele im Lösungsbild).**

- Taucht Anna den Quader gerade bis zur halben Höhe ein, ist von jeder Seitenfläche genau die Hälfte gefärbt, dazu eine ganze Grundfläche: zusammen die halbe Oberfläche.
- Weitere Möglichkeiten: Den Quader schräg eintauchen, so dass die Farbgrenze durch den Mittelpunkt des Quaders geht. Wegen der Punktsymmetrie des Quaders ist dann auch genau die halbe Oberfläche gefärbt, zum Beispiel diagonal über eine Kante oder über eine Ecke.
- Die drei Lösungen müssen sich wirklich unterscheiden: Zwei Färbungen, die durch Drehen oder Spiegeln auseinander hervorgehen, zählen nur einmal.

bi) **Ergebnis: Die grosse Mittelfläche ganz, dazu auf der linken Seitenfläche und an der oberen Fläche je ein Streifen gleicher Breite wie die vorgegebenen Streifen.**

- Die vorgegebenen Streifen liegen rechts und unten an der grossen Mittelfläche. Der Quader wurde also mit dieser grossen Fläche nach unten eingetaucht.

- Dann ist die grosse Mittelfläche ganz gefärbt.
- Alle vier Nachbarflächen der Mittelfläche sind bis zur gleichen Eintauchtiefe gefärbt: Ergänze auf der linken Seitenfläche und auf der oberen Fläche je einen Streifen derselben Breite, direkt an der Mittelfläche.
- Die Gegenfläche (ganz rechts) bleibt weiss.

bii) **Ergebnis: Auf den beiden Seitenflächen links und rechts der gefärbten Mittelfläche je ein Dreieck, dessen Spitze unten an der Mittelfläche liegt.**

- Gefärbt sind die Mittelfläche und die Fläche darüber ganz. Der Quader wurde also schräg über die Kante zwischen diesen beiden Flächen eingetaucht.
- Die Farbgrenze verläuft auf den beiden Seitenflächen links und rechts schräg: von der oberen Ecke aussen bis zur unteren Ecke an der Mittelfläche.
- Färbe dort je das Dreieck neben der Mittelfläche. Die übrigen Flächen bleiben weiss.

6 Palindrome legen

2 Punkte

Ergebnis: 12 Palindrome

- Es sind 9 Buchstaben. Links und rechts der Mitte stehen je 4 Buchstaben, gespiegelt.
- Jeder Buchstabe ausser dem in der Mitte kommt paarweise vor. Nur B kommt ungerade oft vor (3-mal), also steht **B in der Mitte**.
- Auf jeder Seite stehen dann A, B, C, C.
- Die linke Hälfte legt alles fest. Anordnungen von A, B, C, C: $\frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2} = 12$ (geteilt durch 2, weil die beiden C gleich sind).

---

7 Kiosk-Verkäufe in Tabelle

4 Punkte

a) **Ergebnis: Chips 12.00–15.30: 28, Erlös $5e + 28c + 33k$; Kaugummi 15.30–19.00: 13, Erlös $17e + 12c + 13k$; Total Eis: 35, Total Erlös $35e + 49c + 67k$.**

- Chips 12.00–15.30: $49 - 9 - 12 = 28$.
- Kaugummi 15.30–19.00: $67 - 21 - 33 = 13$.
- Total Eis: $13 + 5 + 17 = 35$.
- Erlös: Anzahl mal Preis, also $5e + 28c + 33k$ und $17e + 12c + 13k$.
- Total Erlös: $35e + 49c + 67k$ (die Totale der Anzahlen).

b) **Ergebnis: Fr. 373.70**

- Setze die Preise in $35e + 49c + 67k$ ein.
- $35 \cdot 2.50 + 49 \cdot 4.20 + 67 \cdot 1.20 = 87.50 + 205.80 + 80.40 = 373.70$.
- Total: **Fr. 373.70**.

---

8 Gefässe mit grösserer Grundfläche

2 Punkte

a) **Ergebnis: 7.2 l**

- Beide Seiten der Grundfläche werden mit 1.2 multipliziert, die Grundfläche also mit $1.2^2 = 1.44$.
- Die Höhe bleibt gleich, also wächst das Volumen ebenfalls mit dem Faktor 1.44.
- $5\ l \cdot 1.2^2 = 7.2\ l$.

b) **Ergebnis: 25 cm**

- Die Wassermenge bleibt gleich, die Grundfläche ist aber $1.2^2 = 1.44$-mal so gross.
- Also teilst du die Wasserhöhe durch 1.44: $\frac{36\ \text{cm}}{1.2^2} = \frac{36}{1.44}\ \text{cm} = 25\ \text{cm}$.

9 Hitzetage pro Jahrzehnt

3 Punkte

a) **Ergebnis: Vom zweitletzten zum letzten Jahrzehnt (von den 2000er- zu den 2010er-Jahren). Auch «von den 70er- zu den 80er-Jahren» gilt als richtig (stärkste prozentuale Zunahme).**

- Lies die Säulen ab: 24, 13, 40, 60, 78, 122.
- Zunahmen: 13 → 40: +27; 40 → 60: +20; 60 → 78: +18; 78 → 122: **+44**.
- Am stärksten steigt die Zahl vom zweitletzten zum letzten Jahrzehnt (2000er zu 2010er).
- Prozentual ist der Sprung von 13 auf 40 (70er zu 80er) am grössten, darum zählt auch diese Antwort.

b) **Ergebnis: rund 5.6 Hitzetage pro Jahr**

- Summe aller Hitzetage: $24 + 13 + 40 + 60 + 78 + 122 = 337$.
- Sechs Jahrzehnte sind 60 Jahre.
- Durchschnitt pro Jahr: $\frac{337}{60} \approx 5.6$.