Mathematik II

60 Minuten · 9 Aufgaben · 33 Punkte

Name: _____

- 60 Minuten
- Taschenrechner erlaubt (nicht programmierbar, ohne Gleichungslöser)
- Geodreieck, Zirkel, Lineal erlaubt
- Alle Berechnungen und Begründungen angeben

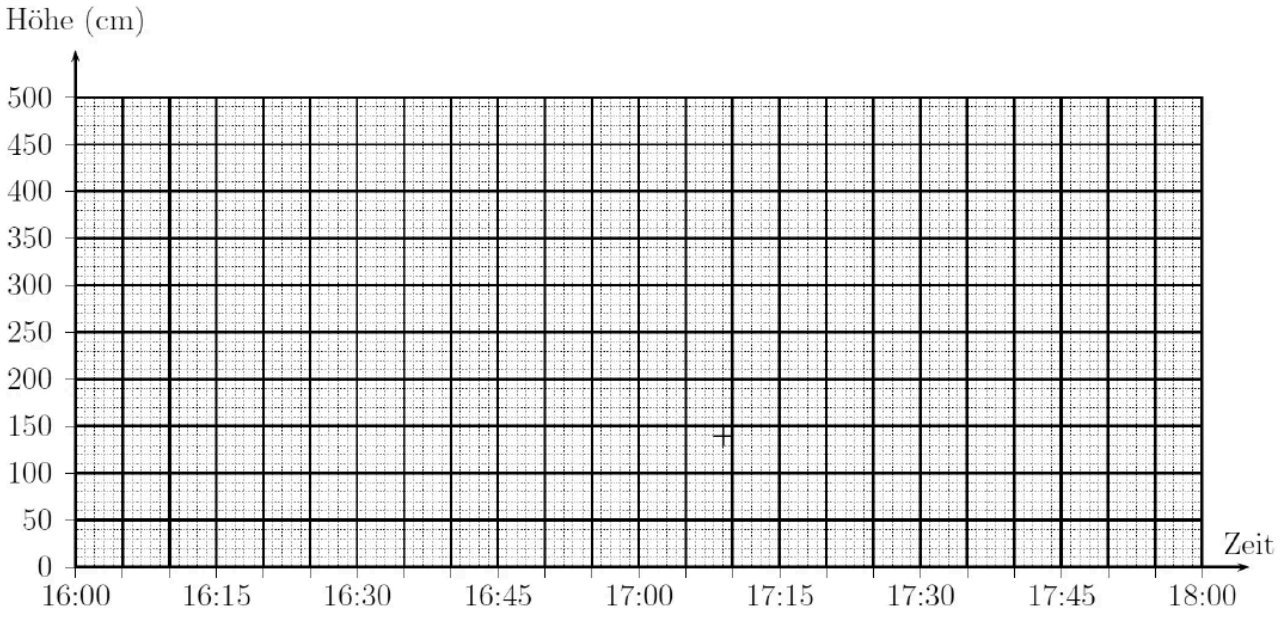
---

1 Wasserbecken leert sich

4 Punkte

Ein Wasserbecken ist mit Wasser gefüllt. Um 16:00 Uhr wird der Abfluss des Beckens geöffnet, so dass Wasser hinausfliesst. Der Wasserspiegel sinkt dann mit gleichbleibender Geschwindigkeit. Die Höhe des Wasserspiegels (gemessen vom Boden des Wasserbeckens bis zur Wasseroberfläche) um 16:24 Uhr (= 16h 24min) ist in der Tabelle nebenan angegeben.

Uhr	Höhe (cm)
16:00	_____
16:24	290
17:09	_____
_____	0



a) Zeichne die Höhe des Wasserspiegels um 16:24 Uhr im untenstehenden Diagramm mit einem Kreuz (+) ein, so dass die Mitte dieses Kreuzes genau den richtigen Punkt trifft.

b) Im Diagramm ist die Höhe des Wasserspiegels um 17:09 Uhr mit einem Kreuz eingezeichnet. Trage die Höhe des Wasserspiegels um 17:09 Uhr an der passenden Stelle in die obige Tabelle ein.

Höhe um 17:09: _____ cm

c) Zeichne den Verlauf des Wasserspiegels im untenstehenden Diagramm mit einer Linie ein und beantworte damit die folgenden beiden Fragen: Wie hoch war der Wasserspiegel um 16:00 Uhr? Wann ist das Wasserbecken leer? Trage die beiden Antworten an den passenden Stellen in die obige Tabelle ein.

Höhe um 16:00: _____ cm

Becken leer um: _____ Uhr

---

2 Gewicht der Raumsonde Rosetta

5 Punkte

Die Raumsonde Rosetta hatte ein Startgewicht von 3,003 t. 50 % davon ist Treibstoff. 1/30 des Gewichts macht die Landeeinheit aus. Die Nutzlast in Form von wissenschaftlichen Instrumenten beträgt 265 kg.

a) Wie schwer ist der Rest der Sonde?

Rest der Sonde: _____ kg

b) Das Berner Instrument ROSINA machte vom Gesamtgewicht der Sonde 1,165 % aus. Wie schwer ist also ROSINA? Runde auf ganze kg.

ROSINA: _____ kg

c) Am Ende der Mission sind noch 5 % des Treibstoffs übrig. Die Landeeinheit wurde schon früher abgeworfen. Wie schwer ist Rosetta am Ende der Mission?

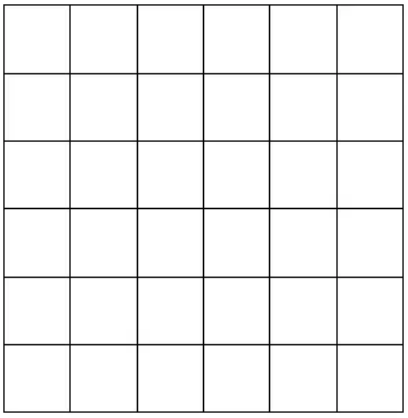
Gewicht am Ende: _____ kg

---

3 Rechtecke im Gitternetz

6 Punkte

Es ist folgendes Gitternetz gegeben:

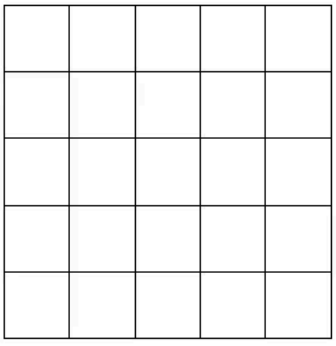
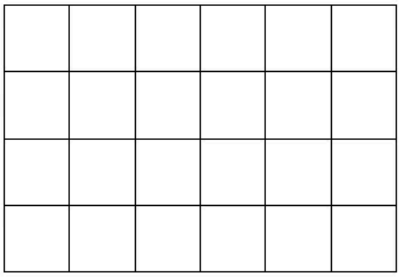


a) Wie viele Rechtecke unterschiedlicher Grösse lassen sich in dieses Gitternetz einzeichnen, wobei die Seiten auf den Gitternetzlinien liegen müssen? Hinweis: zwei Rechtecke gelten auch als gleich, wenn Länge und Breite vertauscht sind.

Anzahl Rechtecke: _____

b) Wie viele Gitterpunkte (inkl. der Eckpunkte) liegen jeweils auf einer Diagonalen der folgenden Rechtecke im Gitternetz:

Rechteck	Anzahl Gitterpunkte auf der Diagonalen inkl. der zwei Eckpunkte
4 × 1 Häuschen	_____
5 × 5 Häuschen	_____
6 × 4 Häuschen	_____

Rechteck	Anzahl Gitterpunkte auf der Diagonalen inkl. der zwei Eckpunkte
	
	
	

c) Wie kann man die Anzahl der Gitterpunkte auf der Diagonale (zusammen mit den beiden Eckpunkten) bestimmen, wenn die Seitenlängen des Rechtecks a und b sind? Gib eine Berechnungsvorschrift oder Formel an. (2)

Rechteck 4 × 1: _____

Rechteck 5 × 5: _____

Rechteck 6 × 4: _____

c) Wie kann man die Anzahl der Gitterpunkte auf der Diagonale (zusammen mit den beiden Eckpunkten) bestimmen, wenn die Seitenlängen des Rechtecks a und b sind? Gib eine Berechnungsvorschrift oder Formel an.

---

4 Dreieck mit 30° und 60°

2 Punkte

Konstruiere ein Dreieck mit den Winkeln $\alpha = 30^\circ$ und $\beta = 60^\circ$ und der vorgegebenen Seite a, **die gegenüber dem Winkel** α liegt. Die Winkel sollen NICHT mit dem Geodreieck abgemessen werden. Zeichne alle Seiten des Dreiecks.

In der Zeichnung muss erkennbar sein, wie du bei der Konstruktion vorgegangen bist.

---

5 Buchstaben aneinanderreihen

3 Punkte

Aus dem Buchstabenvorrat A, B, C, D, E, F, G werden zwei verschiedene Buchstaben entnommen und nebeneinandergelegt.

a) Wie viele verschiedene Aneinanderreihungen ergeben sich? (Die Aneinanderreihungen «BA», «AB» und «FD» beispielsweise sind verschiedene Aneinanderreihungen.)

Anzahl: _____

b) Man fügt zu den sieben Buchstaben noch den Buchstaben H hinzu und entnimmt nun drei verschiedene Buchstaben.

Wie viele verschiedene Aneinanderreihungen ergeben sich in diesem Fall? (Bsp. «DCH»)

Anzahl: _____

c) Wie viele verschiedene Aneinanderreihungen mit drei der acht Buchstaben ergäbe es, wenn die Buchstaben beliebig oft eingesetzt werden dürfen? (Bsp. «AEA»)

Anzahl: _____

6 Würfel kippen

4 Punkte

Die Seiten eines Würfels haben 1 bis 6 Punkte (⚀ bis ⚅). Wenn man die Anzahl Punkte gegenüberliegender Flächen addiert, ergibt sich immer die Summe 7 (z.B. liegt ⚁ gegenüber von ⚄). Der Würfel liegt am Anfang so auf dem Tisch, dass die Seite mit den 3 Punkten oben liegt. Das ist im folgenden Bild von oben zu sehen (⚂). Dort sind auch die vier Himmelsrichtungen angegeben und in grau ist Folgendes eingezeichnet: Wenn man den Würfel nach Osten kippt (im Bild: E), liegt diejenige Seite mit 1 Punkt oben (während sich die Seite mit den 3 Punkten jetzt auf der Ostseite des Würfels befindet). Wenn man den Würfel (bei dem die 3 Punkte oben liegen) nach Süden (S) kippt, liegt die Seite mit den 2 Punkten oben.

Wenn zuerst die Seite mit den 3 Punkten oben liegt und wir dann den Würfel zweimal nach Osten und dann nach Süden kippen, schreiben wir diese Kipp-Folge so auf: ⚂EES. Schreibe jeweils auf, wie viele Punkte nach den folgenden Kipp-Folgen auf der oberen Seite liegen:

a) ⚀W

Punkte oben: _____

b) ⚀WW

Punkte oben: _____

c) ⚀EES

Punkte oben: _____

d) ⚀WNW

Punkte oben: _____

Bauplan einer Wohnung

4 Punkte

Unten ist der Bauplan einer Wohnung abgebildet. Die Einheit des eingezeichneten Koordinatensystems ist 1 m, so wie es oben links angegeben ist. Die Aussenwände haben eine Dicke von 20 cm, die Innenwände sind 10 cm dick. Der Raum, der aus der Küche und dem Wohnzimmer besteht, wird *Küche/Wohnzimmer* genannt. Zu einem Raum gehört nur der begehbare Bereich zwischen den Wänden.

a) Wie lauten die Koordinaten der beiden Punkte im Raum *Küche/Wohnzimmer*, die am weitesten voneinander entfernt liegen? Wie weit sind diese beiden Punkte voneinander entfernt (auf den Dezimeter genau)?

Punkt oben links: _____

Punkt unten rechts: _____

Abstand: _____ m

b) Wie gross ist die Bodenfläche des Raums *Küche/Wohnzimmer* (ohne Wände)?

Bodenfläche: _____ m²

---

8 Karten für ein Kartenhaus

2 Punkte

Ein Kartenhaus wird in Form einer spitzen Pyramide mit mehreren Lagen aufgebaut. Die Abbildung zeigt eine solche Pyramide mit drei Lagen. Ergänze die Tabelle.

Lagen	1	2	3	4	5	…	10
Karten	2	7	15	_____	_____	…	_____

4 Lagen: _____

5 Lagen: _____

10 Lagen: _____

---

9 Trainingsfahrt mit dem Rennrad

3 Punkte

Hannah trainiert mit dem Rennrad. Für die letzte Fahrt benötigte sie eine Zeit von insgesamt 45 min 59 s. Dabei fuhr sie mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 26.10 km/h.

a) Welche Strecke hat sie bei dieser Trainingsfahrt zurückgelegt? Gib das Resultat auf ganze Meter genau an.

Strecke: _____ m

b) Sie fährt ein Rennen in England, welches eine Gesamtlänge von 26.525 Meilen aufweist. Wie lange bräuchte sie für diese Strecke, wenn sie mit derselben Durchschnittsgeschwindigkeit fährt? (1 Meile = 1.60944km). Gib das Resultat in Stunden, Minuten und Sekunden an und runde auf ganze Sekunden genau.

Stunden: _____ h

Minuten: _____ min

Sekunden: _____ s

Lösungen

Aufnahmeprüfung Gymnasium Bern 2026 Mathematik II 9. Schuljahr. Lösungswege von Fokus Nachhilfe nach der offiziellen Lösung des Kantons.

---

1 Wasserbecken leert sich

4 Punkte

a) **Ergebnis: Kreuz bei 16:24 Uhr auf der Höhe 290 cm.**

- Auf der Zeitachse ist ein Häuschen 5 min breit (zwischen 16:00 und 16:15 liegen 3 dicke Häuschen); die feinen Linien teilen es in Minuten.
- Gehe von 16:00 aus 24 min nach rechts (knapp vor 16:25).
- Auf der Höhenachse: 290 cm liegt 10 cm unter der 300er-Linie.
- Setze dort das Kreuz.

b) **Ergebnis: 140 cm**

- Lies das eingezeichnete Kreuz bei 17:09 Uhr ab: Es liegt 10 cm unter der 150er-Linie.
- Also beträgt die Höhe um 17:09 Uhr $140\ \text{cm}$.

c) **Ergebnis: Um 16:00 Uhr: 370 cm; leer um 17:51 Uhr.**

- Der Wasserspiegel sinkt gleichmässig, also ist der Verlauf eine Gerade durch die beiden Kreuze (16:24 | 290) und (17:09 | 140).
- Rechnerisch kontrollieren: In 45 min sinkt der Spiegel um $290 - 140 = 150\ \text{cm}$, also um $\frac{150}{45} = \frac{10}{3}\ \text{cm}$ pro Minute.
- 16:00 Uhr liegt 24 min vor 16:24: $290 + 24 \cdot \frac{10}{3} = 290 + 80 = 370\ \text{cm}$.
- Leer: $290 : \frac{10}{3} = 87\ \text{min}$ nach 16:24, also um 17:51 Uhr.
- Im Diagramm: Die Gerade schneidet die Höhenachse bei 370 und die Zeitachse bei 17:51.

2 Gewicht der Raumsonde Rosetta

5 Punkte

a) Ergebnis: 1136,4 kg

- Startgewicht: $3{,}003\ \text{t} = 3003\ \text{kg}$.
- Treibstoff: $3003 \cdot \frac{50}{100} = 1501{,}5\ \text{kg}$.
- Landeeinheit: $3003 \cdot \frac{1}{30} = 100{,}1\ \text{kg}$.
- Rest: $3003 - 1501{,}5 - 100{,}1 - 265 = 1136{,}4\ \text{kg}$.

b) Ergebnis: 35 kg

- $3003 \cdot \frac{1{,}165}{100} = 34{,}98495\ \text{kg}$

- Auf ganze kg gerundet: $35\ \text{kg}$.

c) **Ergebnis: 1476,475 kg ≈ 1476,5 kg (offizielle Lösung: 1476,4 kg)**

- Vom Treibstoff (50 % des Startgewichts) sind noch 5 % übrig: $5\,\%$ von $50\,\% = 2{,}5\,\%$ des Startgewichts. Verbraucht sind also $47{,}5\,\%$.
- Übrig bleiben vom Startgewicht $100\,\% - 47{,}5\,\% = 52{,}5\,\%$, davon geht noch die Landeeinheit ($\frac{1}{30}$) weg.
- $3003 \cdot \left(\frac{52{,}5}{100} - \frac{1}{30}\right) = 1576{,}575 - 100{,}1 = 1476{,}475\ \text{kg} \approx 1476{,}5\ \text{kg}$ (die offizielle Lösung schreibt $1476{,}4\ \text{kg}$, also abgeschnitten statt gerundet)
- Kontrolle: Rest der Sonde $1136{,}4$ + Nutzlast 265 + restlicher Treibstoff $75{,}075$ ergibt dasselbe.

---

3 Rechtecke im Gitternetz

6 Punkte

a) **Ergebnis: 21 Rechtecke**

- Das Gitternetz ist 6×6. Zähle die Grössen so, dass die kürzere Seite zuerst steht (Quadrate mitzählen!):
- Kürzere Seite 1: $1 \times 1, 1 \times 2, \ldots, 1 \times 6 \to 6$
- Kürzere Seite 2: $2 \times 2, \ldots, 2 \times 6 \to 5$
- Kürzere Seite 3: 4, Seite 4: 3, Seite 5: 2, Seite 6: 1
- Total: $6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 21$

b) **Ergebnis: 4 × 1: 2; 5 × 5: 6; 6 × 4: 3**

- Zeichne die Diagonale ein und zähle die Gitterpunkte, durch die sie genau geht.
- 4×1: Die Diagonale trifft nur die beiden Eckpunkte → 2.
- 5×5 (Quadrat): Die Diagonale geht durch jeden Gitterpunkt auf ihr, $5 + 1 = 6$.
- 6×4: Die Diagonale geht durch die Mitte, den Punkt $(3 \mid 2)$ → 3.

c) **Ergebnis: Anzahl Gitterpunkte** $= \text{ggT}(a, b) + 1$

- Die Diagonale geht in Schritten von $\frac{a}{g}$ nach rechts und $\frac{b}{g}$ nach oben von Gitterpunkt zu Gitterpunkt, wobei $g = \text{ggT}(a, b)$. So entstehen g gleiche Teilstücke.
- g Teilstücke haben $g + 1$ Endpunkte.
- Also: Anzahl Gitterpunkte $= \text{ggT}(a, b) + 1$.
- Kontrolle mit b): $\text{ggT}(4, 1) + 1 = 2$, $\text{ggT}(5, 5) + 1 = 6$, $\text{ggT}(6, 4) + 1 = 3$.

4 Dreieck mit 30° und 60°

2 Punkte

Ergebnis: Rechtwinkliges Dreieck mit $\beta = 60^\circ$ am einen Ende von a, rechtem Winkel am anderen Ende und $\alpha = 30^\circ$ an der Spitze.

- Idee: Wegen $\alpha + \beta = 90^\circ$ ist $\gamma = 90^\circ$. Ein solches Dreieck ist ein halbes gleichseitiges Dreieck.
- Verlängere a über das rechte Ende hinaus um die Länge a (Seite verdoppeln, mit dem Zirkel). Die Strecke ist jetzt $2a$ lang.
- Konstruiere über dieser Strecke ein gleichseitiges Dreieck: Zirkel mit Radius $2a$ um beide Endpunkte, die Kreisbögen schneiden sich in der Spitze A.
- Verbinde A mit dem linken Endpunkt B von a und mit dem rechten Endpunkt C von a (das ist die Mitte der Strecke $2a$).
- Dreieck ABC hat bei B 60° (Winkel im gleichseitigen Dreieck), bei C 90° und bei A 30°.

5 Buchstaben aneinanderreihen

3 Punkte

a) **Ergebnis: 42**

- Für den ersten Buchstaben gibt es 7 Möglichkeiten, für den zweiten (verschieden) noch 6.
- $7 \cdot 6 = 42$

b) **Ergebnis: 336**

- 8 Buchstaben, drei verschiedene hintereinander: 8, dann 7, dann 6 Möglichkeiten.
- $8 \cdot 7 \cdot 6 = 336$

c) **Ergebnis: 512**

- Jetzt hat jede der drei Stellen alle 8 Möglichkeiten.
- $8 \cdot 8 \cdot 8 = 512$

---

6 Würfel kippen

4 Punkte

a) **Ergebnis: 6**

Merke dir die Lage aller Seiten. Am Anfang: oben 3, unten 4, Westen 1, Osten 6, Norden 2, Süden 5 (aus dem Bild: Kippen nach Osten bringt die Westseite nach oben, also Westen 1; Kippen nach Süden bringt die Nordseite nach oben, also Norden 2; Gegenseiten ergänzen sich zu 7).

- Kippen nach Westen bringt die Ostseite nach oben: **6**.

b) **Ergebnis: 4**

Merke dir die Lage aller Seiten. Am Anfang: oben 3, unten 4, Westen 1, Osten 6, Norden 2, Süden 5 (aus dem Bild: Kippen nach Osten bringt die Westseite nach oben, also Westen 1; Kippen nach Süden bringt die Nordseite nach oben, also Norden 2; Gegenseiten ergänzen sich zu 7).

- Nach W: oben 6, Westen 3, unten 1, Osten 4.
- Nochmals W: die Ostseite kommt nach oben: **4**.

c) **Ergebnis: 2**

Merke dir die Lage aller Seiten. Am Anfang: oben 3, unten 4, Westen 1, Osten 6, Norden 2, Süden 5 (aus dem Bild: Kippen nach Osten bringt die Westseite nach oben, also Westen 1; Kippen nach Süden bringt die Nordseite nach oben, also Norden 2; Gegenseiten ergänzen sich zu 7).

- Nach E: oben 1, Osten 3, unten 6, Westen 4 (Norden 2, Süden 5 bleiben).
- Nach E: oben 4, Osten 1, unten 3, Westen 6.
- Nach S: die Nordseite kommt nach oben: **2**.

d) **Ergebnis: 4**

Merke dir die Lage aller Seiten. Am Anfang: oben 3, unten 4, Westen 1, Osten 6, Norden 2, Süden 5 (aus dem Bild: Kippen nach Osten bringt die Westseite nach oben, also Westen 1; Kippen nach Süden bringt die Nordseite nach oben, also Norden 2; Gegenseiten ergänzen sich zu 7).

- Nach W: oben 6, Westen 3, unten 1, Osten 4 (Norden 2, Süden 5).
- Nach N: die Südseite kommt nach oben: oben 5, Norden 6, unten 2, Süden 1 (Osten 4, Westen 3).
- Nach W: die Ostseite kommt nach oben: **4**.

---

7 Bauplan einer Wohnung

4 Punkte

a) **Ergebnis:** $(-0.8 \mid 5.2)$ **und** $(5.8 \mid -2.6)$**; Abstand** $10.2\ \mathrm{m}$

- Am weitesten auseinander liegen die obere linke Ecke der Küche und die untere rechte Ecke des Wohnzimmers (innen an den Wänden).
- Obere linke Ecke der Küche: Die Innenwand links endet bei $x = -0.8$, die Aussenwand oben beginnt bei $y = 5.2 \rightarrow (-0.8 \mid 5.2)$.
- Untere rechte Ecke: Aussenwand rechts beginnt bei $x = 5.8$, unten bei $y = -2.6 \rightarrow (5.8 \mid -2.6)$.
- Unterschiede: $\Delta x = 5.8 - (-0.8) = 6.6$, $\Delta y = 5.2 - (-2.6) = 7.8$.
- Pythagoras: $\sqrt{6.6^2 + 7.8^2} = \sqrt{104.4} \approx 10.2\ \mathrm{m}$

b) **Ergebnis:** $32.54\ \mathrm{m}^2$

- Zerlege den Raum in drei Rechtecke (Masse innen an den Wänden ablesen):
- Küche oben: x von -0.8 bis 1.7, y von 2.0 bis 5.2: $2.5 \cdot 3.2 = 8$
- Mittelstreifen: x von -1.9 bis 5.8, y von 0.8 bis 2.0: $7.7 \cdot 1.2 = 9.24$
- Wohnzimmer unten: x von 1.3 bis 5.8, y von -2.6 bis 0.8: $4.5 \cdot 3.4 = 15.3$
- Total: $8 + 9.24 + 15.3 = 32.54\ \mathrm{m}^2$

---

8 Karten für ein Kartenhaus

2 Punkte

Ergebnis: 4 Lagen: 26, 5 Lagen: 40, 10 Lagen: 155 Karten

- Zuwachs pro neue Lage: $7 - 2 = 5$, $15 - 7 = 8$. Der Zuwachs steigt jeweils um 3 (die neue unterste Lage hat ein Dach mehr und eine Querkarte mehr).
- 4 Lagen: $15 + 11 = 26$; 5 Lagen: $26 + 14 = 40$.

- Weiter: $40 + 17 = 57$, $+20 = 77$, $+23 = 100$, $+26 = 126$, $+29 = 155$.
- 10 Lagen: **155** Karten. (Formel zur Kontrolle: $\frac{n(3n+1)}{2}$, für $n = 10$: $\frac{10 \cdot 31}{2} = 155$.)

---

9 Trainingsfahrt mit dem Rennrad

3 Punkte

a) Ergebnis: 20'003 m

- Zeit in Stunden: $45\ \text{min}\ 59\ \text{s} = 2759\ \text{s} = \frac{2759}{3600}\ \text{h} \approx 0.76639\ \text{h}$
- Strecke: $26.10 \cdot \frac{2759}{3600} = 20.00275\ \text{km}$
- Auf ganze Meter: $20'003\ \text{m}$

b) Ergebnis: 1 h 38 min 8 s

- Strecke in km: $26.525 \cdot 1.60944 = 42.690396\ \text{km}$
- Zeit: $42.690396 : 26.10 \approx 1.6356\ \text{h}$
- $0.6356\ \text{h} \cdot 60 \approx 38.139\ \text{min} \rightarrow$ 38 min
- $0.139\ \text{min} \cdot 60 \approx 8.3\ \text{s} \rightarrow$ 8 s
- Ergebnis: 1 h 38 min 8 s