

Mathematik

90 Minuten · 16 Aufgaben · 40 Punkte

Name: _____

- 90 Minuten
- Taschenrechner (übliche Sekundarschulrechner) und Zeichenutensilien erlaubt
- Keine Formelsammlung
- 16 Aufgaben, total 40 Punkte
- Der Lösungsweg wird mitbewertet

1 Bruchterm vereinfachen

2 Punkte

Vereinfachen Sie den Term und schreiben Sie das Resultat als Bruchterm.

$$\frac{5a}{12} - \left(\frac{7a}{8} + \frac{a}{4} \right)$$

Resultat: _____

2 Wurzelterme dividieren

3 Punkte

Vereinfachen Sie so weit wie möglich.

$$\frac{\sqrt{(13a)^2 - 25a^2}}{6ab} : \frac{\sqrt{10a^2 - a^2}}{2b}$$

Resultat: _____

3 Zeiten der Grösse nach

2 Punkte

Ordnen Sie die folgenden Zeiten der Grösse nach. Tragen Sie die entsprechenden Zeiten in die Kästchen ein.

2500 s

; 42 min ; 0.66 h ; $\frac{1}{36}$ d

<

 <

 <

1. (kleinste) (2500 s / 42 min / 0.66 h / $\frac{1}{36}$ d):

2. (2500 s / 42 min / 0.66 h / $\frac{1}{36}$ d):

3. (2500 s / 42 min / 0.66 h / $\frac{1}{36}$ d):

4. (grösste) (2500 s / 42 min / 0.66 h / $\frac{1}{36}$ d):

4 Lineare Gleichung mit Brüchen

3 Punkte

Bestimmen Sie die Lösung der Gleichung.

$$15 - \frac{x - 15}{5} = \frac{3x - 4}{4}$$

x:

5 Flaschen im Kühlregal

3 Punkte

In einem Kühlregal stehen 21 Mineralwasserflaschen mehr als Colaflaschen. Es werden 8 Cola- und 5 Mineralwasserflaschen verkauft. Nun stehen dreimal so viele

Mineralwasserflaschen wie Colaflaschen im Regal. Berechnen Sie die Anzahl Mineralwasserflaschen, die ursprünglich im Kühlregal standen.

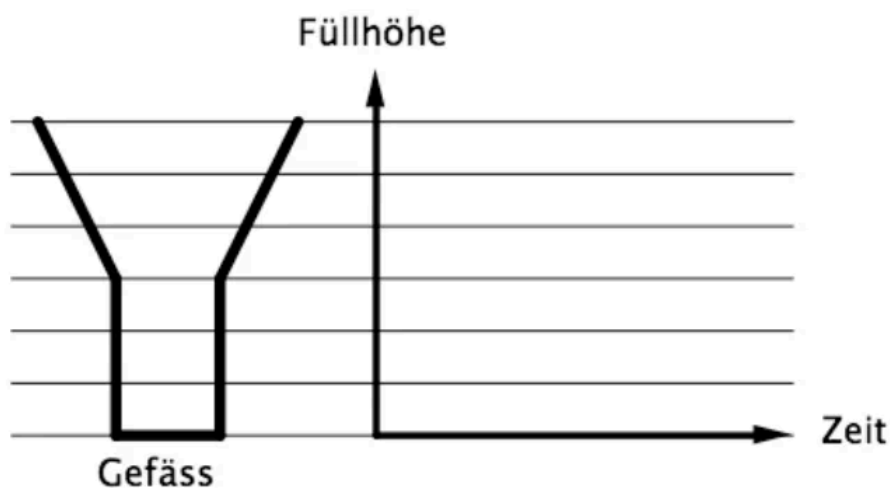
Für die volle Punktzahl wird eine Gleichung verlangt.

Mineralwasserflaschen: _____

6 Füllgraph eines Gefäßes

2 Punkte

In das abgebildete Gefäß wird pro Zeiteinheit immer gleichviel Wasser gegossen. Skizzieren Sie den Graphen für die Füllhöhe bezogen auf die Zeit.

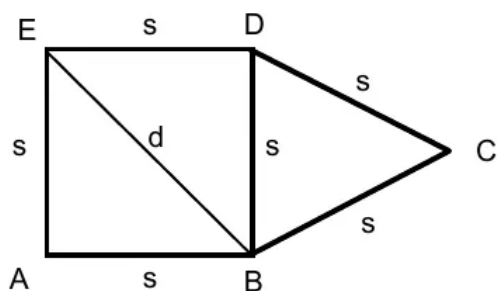


7 Quadrat mit Dreieck

3 Punkte

Gegeben ist die Länge $s = 5$ cm.

Genauigkeit: 1 Stelle nach dem Komma



- a) Berechnen Sie die Länge der Diagonalen d des Quadrats ABDE.

d: _____ cm

- b) Berechnen Sie den Flächeninhalt der abgebildeten Figur ABCDE.

A: _____ cm²

8 Ähnliche rechtwinklige Dreiecke

2 Punkte

Im abgebildeten rechtwinkligen Dreieck mit der Höhe h sind die folgenden Längen gegeben:

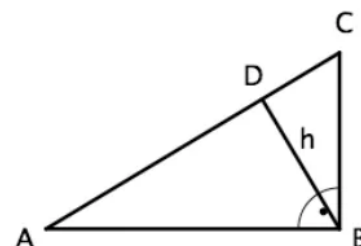
$$\overline{AB} = 12 \text{ m und } \overline{BC} = 5 \text{ m}$$

Berechnen Sie die Länge der Strecke DC auf 1 Stelle nach dem Komma genau.

Tipp: Suchen Sie ähnliche Dreiecke.

8. Im abgebildeten rechtwinkligen Dreieck mit der Höhe h sind die folgenden Längen gegeben: $\overline{AB} = 12 \text{ m}$ und $\overline{BC} = 5 \text{ m}$. Berechnen Sie die Länge der Strecke DC auf 1 Stelle nach dem Komma genau.

Tipp: Suchen Sie ähnliche Dreiecke.



DC: _____ m

9 Freiwürfe beim Basketball

4 Punkte

Andrea trifft beim Basketball bei 60% ihrer Freiwürfe.

- a) Sie wirft nun dreimal auf den Korb. Zeichnen Sie dazu einen Wahrscheinlichkeitsbaum und tragen Sie die Wahrscheinlichkeiten bei den Ästen ein.

- b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass sie dreimal hintereinander treffen wird.

Wahrscheinlichkeit: _____

- c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass sie von drei Würfen nur einmal treffen wird.

Wahrscheinlichkeit: _____

- d) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass sie bei 10 Würfungen kein einziges Mal trifft.

Wahrscheinlichkeit: _____

10 Wahlfächer im Jahrgang

3 Punkte

In einem Jahrgang an einer Schule haben $\frac{2}{3}$ aller Lernenden das Wahlfach «Chemie» gewählt. $\frac{1}{5}$ besuchen statt «Chemie» das Wahlfach «Physik» und die restlichen 30 Lernenden haben sich entschieden, kein Wahlfach zu besuchen. Berechnen Sie die Anzahl der Lernenden, die das Wahlfach «Chemie» besuchen.

Für die volle Punktzahl wird eine Gleichung verlangt.

Lernende Chemie: _____

11 Steigung im Quader

2 Punkte

Im abgebildeten Quader ist die Steigungszahl der Strecke AP 56%.

Genauigkeit: 1 Stelle nach dem Komma

a) Berechnen Sie die Länge der Strecke BP. (P liegt auf der Kante BF)

BP: _____ m

b) Berechnen Sie die Steigungszahl der Körperdiagonalen AG.

Steigungszahl: _____ %

12 Geradengleichungen bestimmen

2 Punkte

Die Aufgabe kann zeichnerisch oder rechnerisch gelöst werden.

- a) Die Gerade g verläuft durch den Punkt $A(1/6)$ und hat die Steigung 3. Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Geraden g .

g : _____

- b) Die Gerade h_2 erhält man durch Spiegelung von $h_1: y = -2x - 3$ an der y -Achse. Wie lautet die Funktionsgleichung der Geraden h_2 ?

h_2 : _____

13 Marchzins berechnen

2 Punkte

Ein Kapital K_0 beträgt am 10. April CHF 152'000. Der Zinssatz beträgt 1.5% (Zinsoperator $f = 0.015$). Auf welchen Betrag ist das Kapital am 15. September angewachsen? Geben Sie das Resultat auf Rappen genau an.

Kapital: _____ CHF

14 Prisma mit Trapezgrundfläche

2 Punkte

Vom abgebildeten geraden Prisma mit trapezförmiger Grund- und Deckfläche ist folgendes gegeben: $a = 33 \text{ cm}$, $b = 57 \text{ cm}$, $h = 15 \text{ cm}$ und das Volumen $V = 14'512.5 \text{ cm}^3$

Berechnen Sie die Länge c der Seitenkanten.

c : _____ cm

15 Winkel an Kreisbögen

2 Punkte

In der abgebildeten Figur ist P der Mittelpunkt des kleinen Kreisbogens und Q der Mittelpunkt des grossen Kreisbogens. Die Figur ist nicht winkeltreu gezeichnet. Der Winkel β misst 20° .

Berechnen Sie den Winkel α .

α : _____ °

16 Flächen im Quadrat

3 Punkte

(Die Skizze ist nicht massstabgetreu.)

- a) Stellen Sie einen Term für den Inhalt der Fläche A1 auf. Vereinfachen Sie den Term so, dass er keine Klammern enthält.

A1: _____

- b) Die Angaben in der Skizze sind in cm gegeben. Die graue Fläche A2 hat einen Inhalt von 30 cm^2 . Berechnen Sie die Länge der Strecke x . Für die volle Punktzahl wird eine Gleichung verlangt.

x : _____ cm

Lösungen

BMS-Aufnahmeprüfung 2015 Mathematik BM1. Lösungswege von Fokus Nachhilfe nach der offiziellen Lösung des Kantons.

1 Bruchterm vereinfachen

2 Punkte

Ergebnis: $-\frac{17a}{24}$

- Klammer auflösen (Minus vor der Klammer kehrt beide Vorzeichen): $\frac{5a}{12} - \frac{7a}{8} - \frac{a}{4}$
 - Gemeinsamer Nenner 24: $\frac{10a-21a-6a}{24}$
 - Zusammenfassen: $\frac{-17a}{24} = -\frac{17a}{24}$
-

2 Wurzelterme dividieren

3 Punkte

Ergebnis: $\frac{4}{3a}$

- Unter den Wurzeln zusammenfassen: $(13a)^2 - 25a^2 = 169a^2 - 25a^2 = 144a^2$ und $10a^2 - a^2 = 9a^2$
 - Wurzeln ziehen: $\sqrt{144a^2} = 12a$, $\sqrt{9a^2} = 3a$
 - Durch einen Bruch dividieren heisst mit dem Kehrwert multiplizieren: $\frac{12a}{6ab} \cdot \frac{2b}{3a} = \frac{12a \cdot 2b}{6ab \cdot 3a}$
 - Kürzen: $\frac{24ab}{18a^2b} = \frac{4}{3a}$
-

3 Zeiten der Grösse nach

2 Punkte

Ergebnis: $0.66 \text{ h} < \frac{1}{36} \text{ d} < 2500 \text{ s} < 42 \text{ min}$

Alles in Sekunden umrechnen:

- $0.66 \text{ h} = 0.66 \cdot 3600 \text{ s} = 2376 \text{ s}$
- $\frac{1}{36} \text{ d} = \frac{24 \cdot 3600}{36} \text{ s} = 2400 \text{ s}$
- 2500 s
- $42 \text{ min} = 42 \cdot 60 \text{ s} = 2520 \text{ s}$

Also: $0.66 \text{ h} < \frac{1}{36} \text{ d} < 2500 \text{ s} < 42 \text{ min}$

4 Lineare Gleichung mit Brüchen

3 Punkte

Ergebnis: $x = 20$

- Mit dem Hauptnenner 20 multiplizieren: $300 - 4(x - 15) = 5(3x - 4)$
- Klammern auflösen (Vorzeichen beachten!): $300 - 4x + 60 = 15x - 20$, also $360 - 4x = 15x - 20$
- Ordnen: $380 = 19x$
- $x = 20$

5 Flaschen im Kühlregal

3 Punkte

Ergebnis: Es standen 41 Mineralwasserflaschen im Regal.

- Variable: x = Anzahl Mineralwasserflaschen am Anfang, Colaflaschen: $x - 21$
- Nach dem Verkauf: Mineralwasser $x - 5$, Cola $x - 21 - 8 = x - 29$
- Gleichung: $x - 5 = 3(x - 29)$
- $x - 5 = 3x - 87 \Rightarrow 82 = 2x \Rightarrow x = 41$
- Probe: Cola 20; nach dem Verkauf 36 Mineralwasser und 12 Cola, $36 = 3 \cdot 12 \checkmark$

6 Füllgraph eines Gefässes

2 Punkte

Ergebnis: Zuerst eine steile Gerade, danach eine immer flacher werdende Kurve (ohne Knick beim Übergang).

- **Unterer Teil (zylindrisch, schmal):** Der Querschnitt bleibt gleich, die Höhe steigt gleichmässig und schnell. Der Graph ist eine steile Gerade bis zur Höhe des Übergangs.
- **Oberer Teil (trichterförmig):** Das Gefäss wird nach oben immer breiter. Dieselbe Wassermenge pro Zeit lässt die Höhe immer langsamer steigen. Der Graph ist eine Kurve, die immer flacher wird (nach unten gekrümmt), bis zum Rand des Gefässes.
- Der Übergang zwischen Gerade und Kurve ist ohne Knick zu zeichnen: Direkt nach dem Übergang ist das Gefäss noch gleich breit wie unten.

7 Quadrat mit Dreieck

3 Punkte

a) **Ergebnis: $d \approx 7.1$ cm**

Diagonale im Quadrat: $d = \sqrt{2} \cdot s = \sqrt{2} \cdot 5 \text{ cm} \approx 7.1 \text{ cm}$

b) **Ergebnis: $A \approx 35.8 \text{ cm}^2$**

- Die Figur besteht aus dem Quadrat ABDE und dem gleichseitigen Dreieck BCD (alle Seiten s).
- Höhe im gleichseitigen Dreieck: $h = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot s = \sqrt{3} \cdot 2.5 \text{ cm}$
- $A = s^2 + \frac{s \cdot h}{2} = 25 \text{ cm}^2 + \frac{5 \cdot 2.5 \cdot \sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2 \approx 25 + 10.83 \approx 35.8 \text{ cm}^2$

8 Ähnliche rechtwinklige Dreiecke

2 Punkte

Ergebnis: $\overline{DC} \approx 1.9 \text{ m}$

- Pythagoras: $\overline{AC} = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{169} = 13 \text{ m}$
- Das Dreieck DBC ist ähnlich zum Dreieck ABC (beide rechtwinklig, Winkel bei C gemeinsam). Darum gilt mit $x = \overline{DC}$: $\frac{x}{5} = \frac{5}{13}$
- $x = \frac{25}{13} \approx 1.92$, also $\overline{DC} \approx 1.9 \text{ m}$

9 Freiwürfe beim Basketball

4 Punkte

a) **Ergebnis:** Dreistufiger Baum, an jeder Verzweigung Treffer 0.6 und kein Treffer 0.4.

- Jeder Wurf ist eine Stufe mit zwei Ästen: Treffer (0.6) und kein Treffer (0.4).
- Drei Würfe ergeben drei Stufen mit $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ Pfaden.
- An jeden Ast schreiben Sie 0.6 bzw. 0.4. Alternativ dürfen Sie bei den Knoten die Pfadwahrscheinlichkeiten eintragen: nach 2 Würfeln 0.36, 0.24, 0.24, 0.16; nach 3 Würfeln 0.216, 0.144, 0.144, 0.096, 0.144, 0.096, 0.096, 0.064.

b) **Ergebnis:** $0.216 = 21.6 \%$

Pfadregel (multiplizieren): $0.6 \cdot 0.6 \cdot 0.6 = 0.216 = 21.6 \%$

c) **Ergebnis:** $0.288 = 28.8 \%$

- Ein Pfad mit genau einem Treffer, z. B. Treffer–kein–kein: $0.6 \cdot 0.4 \cdot 0.4 = 0.096$
- Der Treffer kann beim 1., 2. oder 3. Wurf sein: 3 solche Pfade.
- Summenregel: $3 \cdot 0.096 = 0.288 = 28.8 \%$

d) **Ergebnis:** $0.4^{10} \approx 0.000105 \approx 0.0105 \%$

Zehnmal hintereinander kein Treffer (je 0.4): $0.4^{10} \approx 0.000105 \approx 0.0105 \%$

10 Wahlfächer im Jahrgang

3 Punkte

Ergebnis: 150 Lernende haben das Wahlfach «Chemie» gewählt.

- Variable: x = Anzahl aller Lernenden im Jahrgang
- Gleichung: $\frac{2}{3}x + \frac{1}{5}x + 30 = x$
- Mal 15: $10x + 3x + 450 = 15x \Rightarrow 450 = 2x \Rightarrow x = 225$
- Chemie: $\frac{2}{3} \cdot 225 = 150$
- Achtung: Gefragt ist nicht x , sondern die Anzahl in «Chemie».

11 Steigung im Quader

2 Punkte

a) Ergebnis: $\overline{BP} \approx 2.2$ m

Steigungszahl = Höhe : Horizontale. Die Horizontale ist $\overline{AB} = 4$ m, also $\overline{BP} = 0.56 \cdot 4 \text{ m} = 2.24 \text{ m} \approx 2.2$ m.

b) Ergebnis: 50.0 %

- Horizontale von AG ist die Diagonale der Grundfläche: $\sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$ m
- Höhe: 2.5 m
- Steigungszahl: $\frac{2.5}{5} = \frac{1}{2} = 50.0 \%$

12 Geradengleichungen bestimmen

2 Punkte

a) Ergebnis: $g : y = 3x + 3$

- Ansatz $y = 3x + b$, Punkt $A(1/6)$ einsetzen: $6 = 3 \cdot 1 + b$
- $b = 3$, also $g : y = 3x + 3$

b) Ergebnis: $h_2 : y = 2x - 3$

- Bei der Spiegelung an der y-Achse wird x durch $-x$ ersetzt: $y = -2 \cdot (-x) - 3$
- Die Steigung wechselt das Vorzeichen, der y-Achsenabschnitt -3 bleibt: $h_2 : y = 2x - 3$

13 Marchzins berechnen

2 Punkte

Ergebnis: CHF 152'981.67

- Zinstage (jeder Monat 30 Tage, Jahr 360 Tage): April 20 + Mai bis August 4 · 30 + September 15 = 155 Tage
 - Zins: $z = \frac{152\,000 \cdot 0.015 \cdot 155}{360} \approx 981.67$ Franken
 - $K = K_0 + z = 152\,000 + 981.67 = 152\,981.67$, also CHF 152'981.67
-

14 Prisma mit Trapezgrundfläche

2 Punkte

Ergebnis: $c = 21.5$ cm

- Trapezfläche (Grundfläche): $A = \frac{33+57}{2} \cdot 15 \text{ cm}^2 = 675 \text{ cm}^2$
 - Volumen = Grundfläche · Höhe des Prismas, die Höhe ist hier die Seitenkante c : $c = \frac{V}{A} = \frac{14\,512.5}{675} \text{ cm} = 21.5 \text{ cm}$
-

15 Winkel an Kreisbögen

2 Punkte

Ergebnis: $\alpha = 100^\circ$

- Q ist Mittelpunkt des grossen Bogens: $\overline{QP} = \overline{QR}$ (R = rechte Ecke). Das Dreieck QRP ist gleichschenkelig, der Winkel bei P ist auch $\beta = 20^\circ$.
 - Aussenwinkel bei Q im Dreieck QRP: $\gamma = 2\beta = 40^\circ$
 - P ist Mittelpunkt des kleinen Bogens: Das linke Dreieck mit Spitze P ist gleichschenkelig, also hat es bei beiden oberen Ecken den Winkel $\gamma = 40^\circ$.
 - Winkelsumme: $\alpha = 180^\circ - 2 \cdot 40^\circ = 100^\circ$
-

16 Flächen im Quadrat

3 Punkte

a) Ergebnis: $A_1 = x^2 - 7x + 12$

- Breite von A1: $x - 3$, Höhe von A1: $x - 4$
- $A_1 = (x - 3)(x - 4) = x^2 - 4x - 3x + 12 = x^2 - 7x + 12$

b) Ergebnis: $x = 10.5$ cm

- A2 ist $x - 3$ breit und 4 hoch: $4 \cdot (x - 3) = 30$

- $4x - 12 = 30 \Rightarrow 4x = 42 \Rightarrow x = 10.5$
- Die Quadratseite misst 10.5 cm.