

Mathematik

90 Minuten · 14 Aufgaben · 40 Punkte

Name: _____

- 90 Minuten
- Taschenrechner erlaubt (nur übliche Sekundarschulrechner)
- Zeichenutensilien erlaubt
- Keine Formelsammlung
- Lösungsweg muss vollständig ersichtlich sein

1 Bruchterm kürzen

2 Punkte

Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich.

$$\frac{x^2 - 25}{x^2 + 10x + 25}$$

Term: _____

2 Wurzelterme vereinfachen

3 Punkte

Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich.

$$\frac{\sqrt{289x^2 - (15x)^2}}{3x} + \frac{2x^2}{\sqrt{9x^2}} : \frac{x}{5}$$

Term: _____

3 Volumeneinheiten addieren

2 Punkte

Berechnen Sie und geben Sie das Resultat in cm^3 an.

$$5 \text{ l} + 7 \text{ dl} + 3000 \text{ mm}^3 + 0.04 \text{ dm}^3$$

Resultat: _____ cm^3

4 Gleichung mit Brüchen

3 Punkte

Bestimmen Sie die Lösung der Gleichung.

$$3x - \frac{x - 7}{3} = \frac{2(x - 1)}{7}$$

x: _____

5 Taschengeld von Andri und Stefan

2 Punkte

Andri hat zu Beginn CHF 45.– mehr als Stefan. Andri gibt CHF 12.– aus und Stefan gibt CHF 15.– aus. Andri hat jetzt dreimal so viel Geld wie Stefan. Berechnen Sie, wie viel Geld Stefan zu Beginn hatte. Für die volle Punktzahl wird eine Gleichung verlangt.

Stefan zu Beginn: _____ CHF

6**Durchschnittsgeschwindigkeit nach späterem Start**

2 Punkte

Claudia fährt um 14 Uhr im Ort A los. Sie fährt mit einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von 60 km/h in den 105 km entfernten Ort B. Lara startet 15 min später im Ort A. Sie kommt gleichzeitig mit Claudia im Ort B an. Berechnen Sie Laras Durchschnittsgeschwindigkeit in km/h.

Laras Geschwindigkeit: _____ km/h

7**Aktienkurs im Tagesverlauf**

4 Punkte

Eine Aktie eines Technologieunternehmens wird zu Beginn eines Börsentages (09:00 Uhr) zu CHF 102.– gehandelt.

15 Minuten nach Handelsbeginn ist der Wert der Aktie bereits um 11% angestiegen.

Um 09.25 Uhr wird die Aktie zu CHF 106.42 gehandelt.

- a) Berechnen Sie die prozentuale Zu- oder Abnahme einer Aktie zwischen 09:15 Uhr und 09:25 Uhr. Geben Sie Ihr Resultat auf 1% genau an.

Ihre Antwort: Der Wert einer Aktie hat um _____ % zugenommen / abgenommen.

Veränderung: _____ %

Zu- oder Abnahme (zugewonnen / abgenommen): _____

- b) Bei Börsenschluss (16:00 Uhr) ist der Wert einer Aktie um 2% tiefer als um 09:25 Uhr. Wie viele Schweizer Franken hat der Wert einer Aktie gegenüber dem Beginn des Handelstages zu- oder abgenommen? Genauigkeit: 2 Dezimalen.

Ihre Antwort: Der Wert einer Aktie hat um CHF _____ zugenommen / abgenommen.

Veränderung: _____ CHF

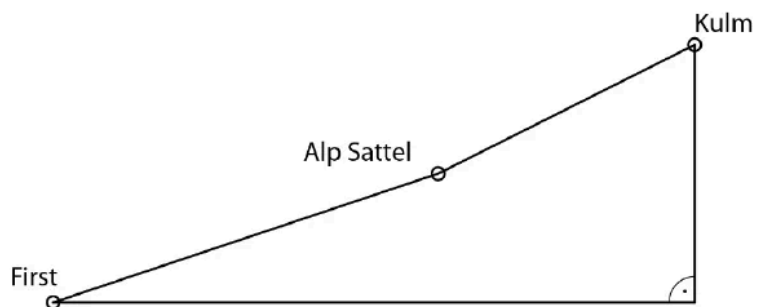
Zu- oder Abnahme (zugenommen / abgenommen): _____

8 Steigung einer Bergtour

4 Punkte

Eine Wandergruppe plant eine Bergtour. Die Tour soll in der Bergstation First (1414 m. ü. M.) starten und über die Alp Sattel (1604 m. ü. M.) führen und schliesslich auf der Bergspitze Kulm (höchster Punkt) enden.

Eine Wandergruppe plant eine Bergtour. Die Tour soll in der Bergstation First (1414 m. ü. M.) starten und über die Alp Sattel (1604 m. ü. M.) führen und schliesslich auf der Bergspitze Kulm (höchster Punkt) enden.



- a) Berechnen Sie die durchschnittliche Steigung von der Bergstation First bis Alp Sattel, wenn die Distanz zwischen diesen beiden Punkten 1300 m beträgt. Geben Sie Ihr Resultat auf 0.1% genau an.

Steigung: _____ %

- b) Berechnen Sie den höchsten Punkt der Wanderung in m. ü. M., wenn die durchschnittliche Steigung von der Alp Sattel zur Bergspitze Kulm 19.7% beträgt und die horizontale Distanz zwischen diesen beiden Punkten 1.2 km misst. Geben Sie Ihr Resultat auf 0.1 m genau an.

Höhe Kulm: _____ m ü. M.

9 Tetraeder und Würfel werfen

3 Punkte

Ein Tetraeder mit den Zahlen 1 bis 4 und ein Würfel mit den Zahlen 1 bis 6 werden geworfen. Anschliessend addiert man die gewürfelten Zahlen.

- a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Summe der Zahlen kleiner als 5 ist.

Wahrscheinlichkeit: _____

- b) Nun werden Tetraeder und Würfel mehrere Male geworfen und die gewürfelten Zahlen wie bisher jeweils addiert. Dabei wird die Summe 7 insgesamt 183-mal geworfen. Wurde eher 900-mal, 1100-mal, 1300-mal oder 1500-mal gewürfelt? Begründen Sie Ihre Antwort mit einer Rechnung.

Anzahl Würfe (900-mal / 1100-mal / 1300-mal / 1500-mal): _____

10 Kosten und Einnahmen eines Onlineshops

4 Punkte

Ein Onlineshop bietet Musikdateien zum Herunterladen an. Unabhängig von den heruntergeladenen Musikdateien entstehen für den Onlineshop pro Monat Fixkosten in der Höhe von CHF 200.–. Für die Bereitstellung von einer Musikdatei betragen die Kosten zusätzlich CHF 3.–. Ein Kunde muss für das Herunterladen einer Musikdatei CHF 4.– bezahlen.

- a) Zeichnen Sie die Graphen für die Gesamtkosten und die Einnahmen des Onlineshops in das Koordinatensystem.

- b) Wie viele Musikdateien müssen pro Monat heruntergeladen werden, damit die Gesamtkosten und die Einnahmen gleich hoch sind?

Anzahl Musikdateien: _____

- c) Bestimmen Sie die Funktionsgleichung für die Gesamtkosten. Stellen Sie diese in der Form $y = \dots$ dar.

$y =:$ _____

- d) Bestimmen Sie die Funktionsgleichung für die Einnahmen. Stellen Sie diese in der Form $y = \dots$ dar.

$y =:$ _____

11 Gleiche Würfelnkörper erkennen

3 Punkte

- a) Von den 9 unten abgebildeten Würfelnkörpern sind 5 gleich wie der rechts abgebildete Würfelnkörper. Kreuzen Sie die fünf gleichen Würfelnkörper an.

Vorgegebener Würfelnkörper (erste Abbildung), darunter die 9 Würfelnkörper in drei Reihen (obere, mittlere, untere Reihe, je links – Mitte – rechts).

Obere Reihe, links (gleich / nicht gleich): _____

Obere Reihe, Mitte (gleich / nicht gleich): _____

Obere Reihe, rechts (gleich / nicht gleich): _____

Mittlere Reihe, links (gleich / nicht gleich): _____

Mittlere Reihe, Mitte (gleich / nicht gleich): _____

Mittlere Reihe, rechts (gleich / nicht gleich): _____

Untere Reihe, links (gleich / nicht gleich): _____

Untere Reihe, Mitte (gleich / nicht gleich): _____

Untere Reihe, rechts (gleich / nicht gleich): _____

- b)** Das Volumen eines solchen Würfelkörpers beträgt $10'368 \text{ cm}^3$. Berechnen Sie die Kantenlänge eines Würfels.

Kantenlänge: _____ cm

12 Graue Fläche im Halbkreis

3 Punkte

Der Radius des Halbkreises beträgt 13 cm. Die Strecke AC misst 10 cm. Berechnen Sie den Inhalt der grauen Fläche. Genauigkeit: 1 Dezimale.

Graue Fläche: _____ cm^2

13 Strecken zwischen Würfeltürmen

3 Punkte

Die Kantenlänge eines Würfels in der folgenden Figur beträgt 1 cm.

a) Berechnen Sie die Länge der Strecke AB. Genauigkeit: 1 Dezimale.

AB: _____ cm

- b) Berechnen Sie die Länge der Strecke BC. Genauigkeit: 1 Dezimale.

BC: _____ cm

- c) Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks CDE. Genauigkeit: 1 Dezimale.

Fläche CDE: _____ cm^2

14 Flächenterme mit Viertelkreisen

2 Punkte

Gegeben ist folgende Figur:

- a) Stellen Sie einen Term für den Flächeninhalt von A_1 auf. Der Term muss nicht vereinfacht werden.

A_1 : _____

- b) Stellen Sie einen Term für den Flächeninhalt von A_2 auf. Der Term muss nicht vereinfacht werden.

A_2 : _____

Lösungen

BMS-Aufnahmeprüfung 2017 Mathematik BM1. Lösungswege von Fokus Nachhilfe nach der offiziellen Lösung des Kantons.

1 Bruchterm kürzen

2 Punkte

Ergebnis: $\frac{x-5}{x+5}$

Zähler und Nenner mit den binomischen Formeln in Faktoren zerlegen, dann kürzen.

- Zähler (3. binomische Formel): $x^2 - 25 = (x - 5)(x + 5)$
 - Nenner (1. binomische Formel): $x^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2$
 - $\frac{(x-5)(x+5)}{(x+5)^2} = \frac{x-5}{x+5}$
-

2 Wurzelterme vereinfachen

3 Punkte

Ergebnis: 6

Erst unter den Wurzeln ausrechnen, dann Punkt vor Strich.

- $289x^2 - (15x)^2 = 289x^2 - 225x^2 = 64x^2$, also $\sqrt{64x^2} = 8x$ und $\frac{8x}{\frac{8x}{3}} = \frac{8}{3}$
 - $\sqrt{9x^2} = 3x$, also $\frac{2x^2}{3x} : \frac{x}{5} = \frac{2x^2}{3x} \cdot \frac{5}{x} = \frac{10}{3}$
 - $\frac{8}{3} + \frac{10}{3} = \frac{18}{3} = 6$
-

3 Volumeneinheiten addieren

2 Punkte

Ergebnis: 5743 cm^3

Alle vier Summanden in cm^3 umrechnen ($1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ cm}^3$, $1 \text{ cm}^3 = 1000 \text{ mm}^3$):

- $5 \text{ l} = 5000 \text{ cm}^3$
 - $7 \text{ dl} = 0.7 \text{ l} = 700 \text{ cm}^3$
 - $3000 \text{ mm}^3 = 3 \text{ cm}^3$
 - $0.04 \text{ dm}^3 = 40 \text{ cm}^3$
 - Summe: $5000 + 700 + 3 + 40 = 5743 \text{ cm}^3$
-

4 Gleichung mit Brüchen

3 Punkte

Ergebnis: $x = -\frac{11}{10} = -1.1$

- Links auf einen Bruch bringen, rechts ausmultiplizieren. Achtung: Das Minus vor dem Bruch wirkt auf den ganzen Zähler: $\frac{9x-x+7}{3} = \frac{2x-2}{7}$
- Mit 21 multiplizieren: $7(9x - x + 7) = 3(2x - 2)$, also $63x - 7x + 49 = 6x - 6$
- $56x + 49 = 6x - 6$, also $50x = -55$
- $x = -\frac{55}{50} = -\frac{11}{10} = -1.1$

5 Taschengeld von Andri und Stefan

2 Punkte

Ergebnis: Stefan hatte zu Beginn CHF 39.–.

Stefans Anfangsbetrag = x .

	vorher	nachher
Stefan	x	$x - 15$
Andri	$x + 45$	$x + 45 - 12 = x + 33$

- Andri hat nachher dreimal so viel wie Stefan: $3(x - 15) = x + 33$
- $3x - 45 = x + 33$, also $2x = 78$
- $x = 39$: Stefan hatte zu Beginn CHF 39.–.

Kontrolle: Andri hatte 84 Fr., nachher 72 Fr.; Stefan nachher 24 Fr.; $3 \cdot 24 = 72$.

6 Durchschnittsgeschwindigkeit nach späterem Start

2 Punkte

Ergebnis: 70 km/h

- Fahrzeit von Claudia: $\frac{105}{60} \text{ h} = 1.75 \text{ h}$
- Lara startet 15 min = 0.25 h später und kommt gleichzeitig an, ihre Fahrzeit ist also $1.75 - 0.25 = 1.5 \text{ h}$.
- Laras Geschwindigkeit: $\frac{105}{1.5} \text{ km/h} = 70 \text{ km/h}$

7 Aktienkurs im Tagesverlauf

4 Punkte

a) **Ergebnis: Der Wert hat um 6% abgenommen.**

- Wert um 09.15 Uhr: $102 \cdot 1.11 = 113.22 \text{ CHF}$
- Um 09.25 Uhr ist der Wert tiefer (106.42 CHF), also eine Abnahme.

- Prozentuale Abnahme, bezogen auf den Wert um 09.15 Uhr: $\frac{113.22-106.42}{113.22} = \frac{6.80}{113.22} \approx 0.060 = 6.0\%$
- Der Wert hat um 6% abgenommen.

b) Ergebnis: Der Wert hat um CHF 2.29 zugenommen.

- 2% tiefer heisst 98% des Wertes um 09.25 Uhr: $106.42 \cdot 0.98 = 104.2916$ CHF
- Vergleich mit dem Beginn (102 CHF): $104.2916 - 102 = 2.2916 \approx 2.29$ CHF
- Der Wert ist höher als zu Beginn: Er hat um CHF 2.29 zugenommen.

8 Steigung einer Bergtour

4 Punkte

a) Ergebnis: $\approx 14.8\%$

Steigung = $\frac{\text{Höhenunterschied}}{\text{horizontale Distanz}}$. Die 1300 m sind die schräge Strecke, die horizontale Distanz liefert Pythagoras.

- Höhenunterschied: $1604 - 1414 = 190$ m
- Horizontale Distanz: $\sqrt{1300^2 - 190^2}$ m ≈ 1286.04 m
- Steigung: $\frac{190}{1286.04} \approx 0.148 = 14.8\%$

b) Ergebnis: 1840.4 m ü. M.

- Höhenunterschied = Steigung $\cdot$ horizontale Distanz: $1200 \cdot \frac{19.7}{100}$ m = 236.4 m
- Höhe der Bergspitze Kulm: $1604 \text{ m} + 236.4 \text{ m} = 1840.4 \text{ m ü. M.}$

9 Tetraeder und Würfel werfen

3 Punkte

a) Ergebnis: $P = \frac{6}{24} = \frac{1}{4} = 0.25 = 25\%$

Alle $4 \cdot 6 = 24$ Ergebnisse sind gleich wahrscheinlich. Tabelle der Summen (Zeilen: Tetraeder W1, Spalten: Würfel W2):

W1/W2	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10

- Summe kleiner als 5 (fett): 6 Fälle
- $P(\text{Summe kleiner als 5}) = \frac{6}{24} = \frac{1}{4} = 0.25 = 25\%$

b) **Ergebnis: Es wurde eher 1100-mal gewürfelt.**

- In der Tabelle aus a) kommt die Summe 7 in 4 von 24 Fällen vor (1+6, 2+5, 3+4, 4+3):

$$P(\text{Summe gleich 7}) = \frac{4}{24} = \frac{1}{6}$$
- Etwa jeder 6. Wurf ergibt also 7: $6 \cdot 183 = 1098$
- Das liegt am nächsten bei 1100: Es wurde eher 1100-mal gewürfelt.

10 Kosten und Einnahmen eines Onlineshops

4 Punkte

a) **Ergebnis: Zwei Geraden: Gesamtkosten von (0 | 200) bis (300 | 1100), Einnahmen von (0 | 0) bis (300 | 1200).**

Jeder Graph ist eine Gerade; zwei Punkte genügen.

- Gesamtkosten: 200 Fr. Fixkosten plus 3 Fr. pro Datei. Punkte (0 | 200) und (300 | $200 + 3 \cdot 300$) = (300 | 1100)
- Einnahmen: 4 Fr. pro Datei. Punkte (0 | 0) und (300 | 1200)
- Die beiden Geraden schneiden sich bei (200 | 800).

b) Ergebnis: 200 Musikdateien

Am Schnittpunkt der beiden Geraden ablesen oder die Gleichung lösen:

- Kosten = Einnahmen: $3x + 200 = 4x$
- $x = 200$
- Es müssen 200 Musikdateien heruntergeladen werden.

c) Ergebnis: $y = 3x + 200$

- x = Anzahl Musikdateien, y = Gesamtkosten in CHF
- Steigung = Kosten pro Datei = 3, y -Achsenabschnitt = Fixkosten = 200
- $y = 3x + 200$

d) Ergebnis: $y = 4x$

- Pro Datei nimmt der Shop 4 Fr. ein, ohne feste Einnahmen.
- $y = 4x$

11**Gleiche Würfelkörper erkennen**

3 Punkte

- a) **Ergebnis: Gleich sind: obere Reihe links und rechts, mittlere Reihe links, untere Reihe links und rechts.**

Der Körper besteht aus 6 Würfeln. Drehen Sie jeden abgebildeten Körper im Kopf und vergleichen Sie, wie die Würfel aneinander hängen: Zuerst Anzahl der Würfel prüfen, dann, auf welcher Seite und in welche Richtung die Würfel an den Enden abstehen. Ein spiegelbildlicher Körper ist nicht gleich.

- Gleich: obere Reihe links und rechts, mittlere Reihe links, untere Reihe links und rechts.
- Nicht gleich: obere Reihe Mitte, mittlere Reihe Mitte und rechts, untere Reihe Mitte.

b) **Ergebnis:** 12 cm

Der Körper besteht aus 6 gleichen Würfeln.

- Volumen eines Würfels: $\frac{10368}{6} \text{ cm}^3 = 1728 \text{ cm}^3$
- Kantenlänge: $s = \sqrt[3]{1728} \text{ cm} = 12 \text{ cm}$

12 Graue Fläche im Halbkreis

3 Punkte

Ergebnis: $\approx 145.5 \text{ cm}^2$

Graue Fläche = Halbkreis minus Dreieck ABC. C liegt auf dem Halbkreis über AB, also hat das Dreieck bei C einen rechten Winkel (Satz des Thales).

- $\overline{AB} = 2 \cdot 13 = 26 \text{ cm}$
- $\overline{BC} = \sqrt{26^2 - 10^2} \text{ cm} = 24 \text{ cm}$
- $A_{ABC} = \frac{\overline{AC} \cdot \overline{BC}}{2} = \frac{10 \cdot 24}{2} = 120 \text{ cm}^2$
- $A_{\text{Halbkreis}} = \frac{\pi \cdot 13^2}{2} \approx 265.46 \text{ cm}^2$
- $A_{\text{graue Fläche}} \approx 265.46 - 120 \approx 145.5 \text{ cm}^2$

13 Strecken zwischen Würfeltürmen

3 Punkte

a) **Ergebnis:** $\overline{AB} = \sqrt{46} \text{ cm} \approx 6.8 \text{ cm}$

Raumdiagonale eines Quaders: $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$. Zählen Sie die Würfelkanten in den drei Richtungen ab: 1 und 6 Einheiten auf dem Boden, 3 Einheiten in die Höhe (B liegt oben auf dem Turm aus 3 Würfeln).

- $\overline{AB} = \sqrt{1^2 + 3^2 + 6^2} \text{ cm} = \sqrt{46} \text{ cm} \approx 6.8 \text{ cm}$

b) **Ergebnis:** $\overline{BC} = \sqrt{11} \text{ cm} \approx 3.3 \text{ cm}$

Wieder die Unterschiede in den drei Richtungen abzählen: 1 und 3 Einheiten waagrecht, 1 Einheit in die Höhe (B liegt auf Höhe 3, C auf Höhe 4).

- $\overline{BC} = \sqrt{1^2 + 1^2 + 3^2} \text{ cm} = \sqrt{11} \text{ cm} \approx 3.3 \text{ cm}$

c) **Ergebnis:** $A_{CDE} \approx 5.7 \text{ cm}^2$

Das Dreieck CDE hat bei C einen rechten Winkel, die Katheten sind $\overline{CD}$ und $\overline{CE}$.

- $\overline{CD} = 2 \text{ cm}$ (zwei Würfelkanten)
- $\overline{CE} = \sqrt{4^2 + 4^2} \text{ cm} = \sqrt{32} \text{ cm}$ (4 nach unten, 4 nach vorne)
- $A_{CDE} = \frac{2 \cdot \sqrt{4^2 + 4^2}}{2} \text{ cm}^2 \approx 5.7 \text{ cm}^2$

14 Flächenterme mit Viertelkreisen

2 Punkte

a) **Ergebnis:** $A_1 = (x - 10)(x + 5) = x^2 - 5x - 50$

 A_1

ist ein Rechteck.

- Breite: Die ganze Figur ist x breit; links liegt ein Streifen der Breite 5 (Radius des Viertelkreises), rechts der Streifen A_2 der Breite 5. Breite von A_1 : $x - 10$
- Höhe: Die Seite x plus der Radius 5 oben. Höhe von A_1 : $x + 5$
- $A_1 = (x - 10)(x + 5) = x^2 - 5x - 50$

b) **Ergebnis:** $A_2 = 5x + \frac{5^2 \cdot \pi}{4} = 5x + \frac{25\pi}{4}$

 A_2

besteht aus einem Rechteck und einem Viertelkreis darüber.

- Rechteck: Breite 5, Höhe x , also $5x$
- Viertelkreis mit Radius 5: $\frac{5^2 \cdot \pi}{4} = \frac{25\pi}{4}$
- $A_2 = 5x + \frac{25\pi}{4}$