

Mathematik

90 Minuten · 14 Aufgaben · 40 Punkte

Name: _____

- 90 Minuten
- Taschenrechner erlaubt (kein CAS, nicht grafikfähig)
- Keine Formelsammlung
- Zeichenutensilien erlaubt
- Lösungsweg muss vollständig ersichtlich sein

1 Wurzelterm vereinfachen

2 Punkte

Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich.

$$\sqrt{29x^2 - (2x)^2} + \sqrt{3x} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{2x}$$

Term: _____

2 Binome ausmultiplizieren

2 Punkte

Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich.

$$(x - 1)(x - 2) - (x - 3)^2$$

Term: _____

3 Bruchterme vereinfachen

4 Punkte

Vereinfachen Sie die Terme und kürzen Sie die Resultate so weit wie möglich.

a)

$$\frac{3x}{2} \cdot \frac{4}{9} + \frac{2x}{3} : \frac{8}{9}$$

Term: _____

b)

$$\frac{3(x+y)^2}{x-y} \cdot \frac{5x^2 - 5xy}{x^2 + 2xy + y^2}$$

Term: _____

4 Gleichung mit Brüchen

2 Punkte

Berechnen Sie die Lösung der Gleichung.

$$-\frac{x}{6} - 2x = \frac{x-7}{3} + \frac{3}{2}$$

x: _____

5 Flächen- und Volumeneinheiten

2 Punkte

- a) Berechnen Sie und geben Sie das Resultat in m² an.

$$0.003 \text{ km}^2 + 100'000 \text{ cm}^2 + 5'000'000 \text{ mm}^2 = \text{_____ m}^2$$

Resultat: _____ m²

- b) Berechnen Sie und geben Sie das Resultat in m³ an.

$$8'000 \text{ cm}^3 + 900 \text{ dl} + 700 \text{ dm}^3 = \text{_____ m}^3$$

Resultat: _____ m³

6 Smartphones im Verkaufsregal

3 Punkte

Im Verkaufsregal eines Geschäftes stehen am Mittwochmorgen insgesamt 72 weisse und schwarze Smartphones. Bis zum Ladenschluss werden von jeder Farbe 8 Stück verkauft. Nun beträgt die Anzahl der schwarzen Smartphones genau drei Viertel der weissen Smartphones.

Berechnen Sie die Anzahl der weissen Smartphones am Mittwochmorgen.

Für die volle Punktzahl wird eine Gleichung verlangt.

Weisse Smartphones am Mittwochmorgen: _____ Stück

7 Zins und Prozente

4 Punkte

- a) Ein Kapital wird 240 Tage lang zu einem Jahreszinssatz von 0.12 % verzinst. Der Zins beträgt CHF 90.–. Berechnen Sie die Höhe des Kapitals.

Kapital: _____ CHF

- b1) An einer Schule sind 48 % der Schülerschaft Mädchen. Von den Mädchen haben 95 % ein Smartphone. 6 Mädchen haben kein Smartphone.

1) Berechnen Sie die gesamte Anzahl Schülerinnen und Schüler an dieser Schule.

Anzahl Schülerinnen und Schüler: _____

- b2) 2) Von den Knaben haben 8 kein Smartphone. Berechnen Sie den prozentualen Anteil aller Schülerinnen und Schüler, die kein Smartphone haben.

Anteil ohne Smartphone: _____ %

8 Würfelspiel mit Tetraedern

3 Punkte

Beim folgenden Spiel können Sie Ihre Spielfigur auf Feld A, B, C oder D setzen.

Anschliessend würfeln Sie mit zwei Tetraedern mit den Zahlen 1 bis 4 und addieren die gewürfelten Zahlen.

Falls Ihre Spielfigur auf einem Feld steht, das an die gewürfelte Summe angrenzt, erhalten Sie einen Punkt.

Beispiel Tetraeder: Im linken Fall wurde die Zahl 4, im rechten Fall die Zahl 1 gewürfelt.

- a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, auf Feld B einen Punkt zu gewinnen.

Wahrscheinlichkeit: _____

- b) Es wird 1'000-mal gewürfelt. Wie viele Punkte erwarten Sie mit Ihrer Spielfigur auf Feld D zu gewinnen? Sind es eher 300, 400, 500, 600 oder 700 Punkte? Begründen Sie Ihre Antwort mit einer Rechnung.

Erwartete Punkte (300 / 400 / 500 / 600 / 700): _____ Punkte

9 Geraden und Funktionsgleichungen

4 Punkte

- a) Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der abgebildeten Geraden.

Ihre Antwort: $y =$ _____

$y =$: _____

- b) Zeichnen Sie die Gerade mit der Funktionsgleichung $y = 0.8x - 3$.

- c) Bestimmen Sie die Funktionsgleichung derjenigen Geraden, welche parallel zur Geraden mit der Funktionsgleichung $y = 3x + 2$ verläuft und die y-Achse bei $y = 3$ schneidet.

y =: _____

- d) Berechnen Sie die x-Koordinate des Schnittpunktes der beiden Geraden mit den Funktionsgleichungen $y = 45x - 120$ und $y = -5x + 80$.

x: _____

10 Steigungen in Quader und Würfel

3 Punkte

- a) Im folgenden Quader hat die Strecke AB eine Steigung von 80 %. Berechnen Sie die Steigung der Strecke BC in Prozent.

Steigung BC: _____ %

- b) Gegeben ist ein Würfel mit einer Kantenlänge von 10 m. Berechnen Sie die Steigung der Strecke AB in Prozent. Genauigkeit: 1 Dezimale.

Steigung AB: _____ %

11 Drachenviereck mit Pythagoras

3 Punkte

Gegeben ist folgende Figur:

Der Flächeninhalt des Drachenvierecks beträgt 528 cm^2 .

- a) Berechnen Sie die Länge der Diagonalen AC.

AC: _____ cm

- b) Berechnen Sie x.

x: _____ cm

12 Rohr aus Stahl

3 Punkte

Ein Rohr hat:

- einen Innendurchmesser d_i von 10 cm
- einen Aussendurchmesser d_a von 12 cm
- eine Länge ℓ von 35 cm

Genauigkeit für alle Teilaufgaben: 1 Dezimale.

- a) Berechnen Sie den Inhalt der Querschnittsfläche Q des Rohres in cm^2 .

Q: _____ cm^2

- b) Berechnen Sie den Inhalt der äusseren Mantelfläche M des Rohres in cm^2 .

M : _____ cm^2

- c) Das Rohr wird aus Stahl gefertigt. 1 cm^3 Stahl wiegt 7.85 g. Berechnen Sie das Gewicht des Rohres in g.

Gewicht: _____ g

13 Flächenterme aufstellen

2 Punkte

Gegeben ist die rechts abgebildete Figur.

Die Fläche A_1 ist ein Rechteck.

Die Fläche A_2 ist ein Rechteck, von dem an der oberen rechten Ecke ein Viertelkreis abgeschnitten wurde.

- a) Stellen Sie einen Term für den Flächeninhalt von A_1 auf. Der Term muss nicht vereinfacht werden.
- b) Stellen Sie einen Term für den Flächeninhalt von A_2 auf. Der Term muss nicht vereinfacht werden.

14 Würfelkörper erkennen und kippen

3 Punkte

- a) Die beiden Würfelkörper A und B sind unten in verschiedenen Lagen abgebildet.
- Bestimmen Sie, welche 5 Abbildungen vom Würfelkörper A und welche 5 Abbildungen vom Würfelkörper B sind.

Zählweise für die Antworten: Reihen von oben nach unten, Bilder in jeder Reihe von links nach rechts. Bild 1 und Bild 2 der Reihe 1 sind die Würfelkörper A und B selbst.

Reihe 1, Bild 3 (A / B): _____

Reihe 1, Bild 4 (A / B): _____

Reihe 2, Bild 1 (A / B): _____

Reihe 2, Bild 2 (A / B): _____

Reihe 2, Bild 3 (A / B): _____

Reihe 2, Bild 4 (A / B): _____

Reihe 3, Bild 1 (A / B): _____

Reihe 3, Bild 2 (A / B): _____

Reihe 3, Bild 3 (A / B): _____

Reihe 3, Bild 4 (A / B): _____

b) Der oben links eingerahmte Würfelkörper wird ...

- erst nach links gekippt,
- dann im Uhrzeigersinn um 90° gedreht,
- anschliessend nach hinten gekippt,
- und am Schluss nach rechts gekippt.

Kreuzen Sie die Abbildung an, die den Würfelkörper in seiner neuen Lage zeigt.

Zählweise für die Antwort: Reihen von oben nach unten, Bilder in jeder Reihe von links nach rechts; das eingerahmte Ausgangsbild in Reihe 1 zählt nicht mit.

Abbildung (Reihe 1, Bild 1 / Reihe 1, Bild 2 / Reihe 1, Bild 3 / Reihe 2, Bild 1 / Reihe 2, Bild 2 / Reihe 2, Bild 3 / Reihe 2, Bild 4 / F

Lösungen

BMS-Aufnahmeprüfung 2019 Mathematik BM1. Lösungswege von Fokus Nachhilfe nach der offiziellen Lösung des Kantons.

1 Wurzelterm vereinfachen

2 Punkte

Ergebnis: $11x$

- Unter der ersten Wurzel zusammenfassen: $29x^2 - (2x)^2 = 29x^2 - 4x^2 = 25x^2$.
- Die drei Wurzeln im zweiten Summanden zu einer Wurzel zusammenfassen: $\sqrt{3x} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{2x} = \sqrt{36x^2}$.
- $\sqrt{25x^2} + \sqrt{36x^2} = 5x + 6x = 11x$

2 Binome ausmultiplizieren

2 Punkte

Ergebnis: $3x - 7$

- Ausmultiplizieren: $(x - 1)(x - 2) = x^2 - 3x + 2$ und $(x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9$.
- Wichtig: Das Minus steht vor dem ganzen Quadrat, also Klammer setzen: $x^2 - 3x + 2 - (x^2 - 6x + 9) = x^2 - 3x + 2 - x^2 + 6x - 9$
- Zusammenfassen: $3x - 7$

3 Bruchterme vereinfachen

4 Punkte

a) Ergebnis: $\frac{17x}{12}$

- Punkt vor Strich: $\frac{3x}{2} \cdot \frac{4}{9} = \frac{12x}{18} = \frac{2x}{3}$
- Dividieren heisst mit dem Kehrwert multiplizieren: $\frac{2x}{3} : \frac{8}{9} = \frac{2x}{3} \cdot \frac{9}{8} = \frac{3x}{4}$
- Gleichnamig machen (Hauptnenner 12): $\frac{2x}{3} + \frac{3x}{4} = \frac{8x+9x}{12} = \frac{17x}{12}$

b) Ergebnis: $15x$

- Zähler des zweiten Bruchs: $5x$ ausklammern, $5x^2 - 5xy = 5x(x - y)$.
- Nenner des zweiten Bruchs ist ein Binom: $x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2$.
-

$$\frac{3(x + y)^2}{x - y} \cdot \frac{5x(x - y)}{(x + y)^2}$$

- $(x + y)^2$ und $(x - y)$ kürzen sich weg, es bleibt $3 \cdot 5x = 15x$.

4 Gleichung mit Brüchen

2 Punkte

Ergebnis: $x = \frac{1}{3} = 0.\overline{3}$

- Alles auf den Hauptnenner 6 bringen: $-\frac{x}{6} - \frac{12x}{6} = \frac{2x-14}{6} + \frac{9}{6}$
- Mit 6 multiplizieren (Brüche fallen weg): $-x - 12x = 2x - 14 + 9$
- Zusammenfassen: $-13x = 2x - 5$, also $-15x = -5$
- $x = \frac{-5}{-15} = \frac{1}{3} = 0.\overline{3}$

5 Flächen- und Volumeneinheiten

2 Punkte

a) Ergebnis: $3'015 \text{ m}^2$

Bei Flächen ist der Umrechnungsfaktor das Quadrat des Längenfaktors.

- $1 \text{ km}^2 = 1'000'000 \text{ m}^2$, also $0.003 \text{ km}^2 = 3'000 \text{ m}^2$
- $1 \text{ m}^2 = 10'000 \text{ cm}^2$, also $100'000 \text{ cm}^2 = 10 \text{ m}^2$

- $1 \text{ m}^2 = 1'000'000 \text{ mm}^2$, also $5'000'000 \text{ mm}^2 = 5 \text{ m}^2$
- Summe: $3'000 + 10 + 5 = 3'015 \text{ m}^2$

b) **Ergebnis:** 0.798 m^3

- $1 \text{ m}^3 = 1'000'000 \text{ cm}^3$, also $8'000 \text{ cm}^3 = 0.008 \text{ m}^3$
- $1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ l} = 10 \text{ dl}$, also $900 \text{ dl} = 90 \text{ dm}^3 = 0.09 \text{ m}^3$
- $1 \text{ m}^3 = 1'000 \text{ dm}^3$, also $700 \text{ dm}^3 = 0.7 \text{ m}^3$
- Summe: $0.008 + 0.09 + 0.7 = 0.798 \text{ m}^3$

6 Smartphones im Verkaufsregal

3 Punkte

Ergebnis: Am Mittwochmorgen stehen 40 weisse Smartphones im Verkaufsregal.

- Variablen: x = Anzahl weisser Smartphones am Mittwochmorgen, $72 - x$ = Anzahl schwarzer Smartphones am Mittwochmorgen.
- Nach dem Verkauf: weiss $x - 8$, schwarz $72 - x - 8$.
- Schwarz ist drei Viertel von weiss:

$$\frac{3}{4}(x - 8) = 72 - x - 8$$

- Mit 4 multiplizieren: $3x - 24 = 256 - 4x$, also $7x = 280$ und $x = 40$.
- Am Mittwochmorgen stehen **40 weisse Smartphones** im Regal (und 32 schwarze).

Achtung: Wer x für die schwarzen Smartphones wählt, erhält $x = 32$ und muss noch $72 - 32 = 40$ rechnen.

7 Zins und Prozente

4 Punkte

a) **Ergebnis:** CHF 112'500.– (mit 365 Tagen pro Jahr ebenfalls korrekt: CHF 114'062.50)

- Zuerst den Jahreszins bestimmen (Zinsjahr mit 360 Tagen): 240 Tage $\hat{=}$ CHF 90.–, also 360 Tage $\hat{=}$ $90 \cdot \frac{360}{240} = \text{CHF } 135.–$
- Der Jahreszins sind 0.12 % des Kapitals: $0.12 \% \hat{=}$ CHF 135.–, also $100 \% \hat{=}$ $\frac{135}{0.12} \cdot 100 = \text{CHF } 112'500.–$
- Rechnet man mit 365 Tagen: Jahreszins $90 \cdot \frac{365}{240} = 136.875$, Kapital $\frac{136.875}{0.12} \cdot 100 = \text{CHF } 114'062.50$ (ebenfalls korrekt).

b1) **Ergebnis:** 250 Schülerinnen und Schüler (120 Schülerinnen und 130 Schüler)

- 95 % der Mädchen haben ein Smartphone, also haben 5 % keines: 5 % der Mädchen $\hat{=}$ 6 Mädchen.
- 100 % der Mädchen $\hat{=}$ $6 \cdot 20 = 120$ Mädchen.
- Die Mädchen sind 48 % der Schülerschaft: $48 \% \hat{=}$ 120, also $100 \% \hat{=}$ $\frac{120}{48} \cdot 100 = 250$.
- An der Schule sind 250 Schülerinnen und Schüler (120 Mädchen und 130 Knaben).

b2) **Ergebnis:** 5.6 %

- Ohne Smartphone: 6 Mädchen und 8 Knaben, zusammen $6 + 8 = 14$.
- Anteil an allen 250:

$$\frac{8 + 6}{250} = 0.056 = 5.6 \%$$

8 Würfelspiel mit Tetraedern

3 Punkte

a) **Ergebnis:** $P = \frac{12}{16} = \frac{3}{4} = 0.75 = 75 \%$

- Alle Summen in einer Tabelle (16 gleich wahrscheinliche Ergebnisse):

T1/T2	1	2	3	4
1	2	3	4	5
2	3	4	5	6
3	4	5	6	7
4	5	6	7	8

- Feld B grenzt an die Felder mit den Zahlen 3, 4, 6 und 5.
 - Summe 3: 2-mal, Summe 4: 3-mal, Summe 5: 4-mal, Summe 6: 3-mal, zusammen 12 günstige Ergebnisse.
 - $P = \frac{12}{16} = \frac{3}{4} = 75\%$
- b) **Ergebnis:** $1'000 \cdot \frac{10}{16} = 625$, also etwa **600 Punkte**.
- Feld D grenzt an die Felder mit den Zahlen 4, 6, 3 und 7.
 - Aus der Tabelle in a): Summe 3: 2-mal, Summe 4: 3-mal, Summe 6: 3-mal, Summe 7: 2-mal, zusammen 10 von 16.
 - Erwartete Punkte: $1'000 \cdot \frac{10}{16} = 625$
 - Von den Auswahlwerten liegt 600 am nächsten: Man erwartet etwa **600 Punkte**.

9 Geraden und Funktionsgleichungen

4 Punkte

- a) **Ergebnis:** $y = -\frac{1}{3}x + 2$
- Die Gerade schneidet die y-Achse bei $y = 2$: $q = 2$.
 - Sie geht durch $(0 | 2)$ und $(6 | 0)$: 6 nach rechts, 2 nach unten.
 - Steigung $m = \frac{-2}{6} = -\frac{1}{3}$
 - $y = -\frac{1}{3}x + 2$
- b) **Ergebnis: Gerade durch $(0 | -3)$, $(5 | 1)$ und $(10 | 5)$.**
- y-Achsenabschnitt: Punkt $(0 | -3)$.
 - Steigung $0.8 = \frac{4}{5}$: 5 nach rechts, 4 nach oben. So erhalten Sie $(5 | 1)$ und $(10 | 5)$, nach links $(-5 | -7)$.
 - Die Punkte mit dem Lineal verbinden.
- c) **Ergebnis:** $y = 3x + 3$
- Parallele Geraden haben die gleiche Steigung: $m = 3$.
 - Schnitt mit der y-Achse bei 3: $q = 3$.
 - $y = 3x + 3$

d) **Ergebnis:** $x = 4$

- Im Schnittpunkt sind die y-Werte gleich: $45x - 120 = -5x + 80$
- $50x = 200$
- $x = 4$

10 Steigungen in Quader und Würfel

3 Punkte

a) **Ergebnis:** 90 %

Steigung = Höhenunterschied : waagrechte Strecke.

- AB verläuft auf der vorderen Fläche, waagrecht 6 m. Höhenunterschied von A zu B:
 $0.8 \cdot 6 \text{ m} = 4.8 \text{ m}$
- BC verläuft auf der rechten Seitenfläche, waagrecht 8 m. Höhenunterschied von B zu C: $12 \text{ m} - 4.8 \text{ m} = 7.2 \text{ m}$
- Steigung BC: $\frac{7.2}{8} = 0.9 = 90 \%$

b) **Ergebnis:** $\approx 70.7 \%$

- Die waagrechte Strecke unter AB ist die Diagonale der Grundfläche: $\sqrt{10^2 + 10^2} = \sqrt{2 \cdot 10^2} = 10 \cdot \sqrt{2} \approx 14.1 \text{ m}$
- Höhenunterschied: 10 m (eine Kante).
- Steigung AB: $\frac{10}{10 \cdot \sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0.707 \approx 70.7 \%$

11 Drachenviereck mit Pythagoras

3 Punkte

a) **Ergebnis:** $\overline{AC} = 44 \text{ cm}$

- Im rechtwinkligen Dreieck CDM ist DM eine Kathete: $\overline{DM} = \sqrt{15^2 - 9^2} \text{ cm} = \sqrt{144} \text{ cm} = 12 \text{ cm}$
- Diagonale BD ist doppelt so lang: $\overline{BD} = 24 \text{ cm}$.
- Fläche Drachenviereck = Diagonale mal Diagonale durch 2: $528 = \frac{24 \cdot \overline{AC}}{2}$, also $\overline{AC} = \frac{2 \cdot 528}{24} = 44 \text{ cm}$

b) **Ergebnis:** $x = 37 \text{ cm}$

- $\overline{AM} = \overline{AC} - \overline{MC} = 44 \text{ cm} - 9 \text{ cm} = 35 \text{ cm}$
- x ist die Hypotenuse im rechtwinkligen Dreieck AMD: $x = \sqrt{35^2 + 12^2} \text{ cm} = \sqrt{1369} \text{ cm} = 37 \text{ cm}$

12 Rohr aus Stahl

3 Punkte

a) **Ergebnis:** $Q \approx 34.6 \text{ cm}^2$

- Q ist ein Kreisring: grosser Kreis (Radius 6 cm) minus kleiner Kreis (Radius 5 cm).
- $Q = \pi \cdot (6^2 - 5^2) \text{ cm}^2 = 11\pi \text{ cm}^2 \approx 34.6 \text{ cm}^2$

b) **Ergebnis:** $M \approx 1'319.5 \text{ cm}^2$

- Der Mantel ist ausgerollt ein Rechteck: Umfang des Aussenkreises mal Länge.
- $M = 2 \cdot \pi \cdot 6 \cdot 35 \text{ cm}^2 = 420\pi \text{ cm}^2 \approx 1'319.5 \text{ cm}^2$

c) **Ergebnis:** $\approx 9'494.7 \text{ g}$ (mit dem gerundeten Q aus a): $\approx 9'506.4 \text{ g}$

- Volumen = Querschnittsfläche mal Länge: $V = Q \cdot 35 = 11\pi \cdot 35 \text{ cm}^3 \approx 1'209.5 \text{ cm}^3$
- Gewicht: $Q \cdot 35 \cdot 7.85 \text{ g} \approx 9'494.7 \text{ g}$
- Wer mit dem gerundeten Wert $Q = 34.6 \text{ cm}^2$ rechnet, erhält $34.6 \cdot 35 \cdot 7.85 \text{ g} \approx 9'506.4 \text{ g}$; das gilt auch als richtig.

13 Flächenterme aufstellen

2 Punkte

- a) **Ergebnis:** $A_1 = (a - 10)(b + 3) = ab + 3a - 10b - 30$
- Breite von A_1 : Gesamtbreite a minus Breite von A_2 , also $a - 10$.
 - Höhe der ganzen Figur: $b + 3$.
 - $A_1 = (a - 10)(b + 3)$, ausmultipliziert $ab + 3a - 10b - 30$.
- b) **Ergebnis:** $A_2 = 10(b + 3) - \frac{3^2 \cdot \pi}{4} = 10b + 30 - \frac{9\pi}{4}$
- Rechteck: Breite 10, Höhe $b + 3$, also $10(b + 3)$.
 - Abgeschnitten wird ein Viertelkreis mit Radius 3: $\frac{3^2 \cdot \pi}{4}$.
 - $A_2 = 10(b + 3) - \frac{3^2 \cdot \pi}{4} = 10b + 30 - \frac{9\pi}{4}$

14 Würfelkörper erkennen und kippen

3 Punkte

- a) **Ergebnis:** Reihe 1: **A, B, B, A** · Reihe 2: **A, B, B, B** · Reihe 3: **A, B, A, A**
- Stellen Sie sich jeden Körper gedreht vor und vergleichen Sie, wie die Würfel aneinander hängen: Wo sitzt der einzelne Würfel, der nach vorne bzw. zur Seite absteht, im Verhältnis zur Zweierreihe oben?
 - Zuordnung (Reihen von oben, Bilder von links):

	Bild 1	Bild 2	Bild 3	Bild 4
Reihe 1	A	B	B	A
Reihe 2	A	B	B	B
Reihe 3	A	B	A	A

- Je 5 der 10 unbeschrifteten Abbildungen gehören zu A und zu B.

- b) **Ergebnis:** Das 3. Bild in der 3. Reihe.

Führen Sie die vier Bewegungen Schritt für Schritt aus und skizzieren Sie nach jedem Schritt die neue Lage:

- nach links kippen (L),
- im Uhrzeigersinn um 90° drehen (U),
- nach hinten kippen (H),
- nach rechts kippen (R).

Die Endlage zeigt das 3. Bild in der 3. Reihe. Die offizielle Lösung zeigt alle Zwischenlagen.