

Mathematik

90 Minuten · 14 Aufgaben · 40 Punkte

Name: _____

- 90 Minuten
 - Taschenrechner erlaubt (kein CAS, nicht grafikfähig)
 - Zeichenutensilien erlaubt
 - Keine Formelsammlung
 - Lösungsweg muss vollständig ersichtlich sein
-

1 Wurzelterme und Klammern

3 Punkte

a) Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich.

$$\sqrt{x^2 + (7x)^2 - 25x^2}$$

Term: _____

b) Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich.

$$\sqrt{2x} \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt{8}$$

Term: _____

c) Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich und schreiben Sie ohne Klammern.

$$5(x + 1)(x + 2)$$

Term: _____

2 Lineare Gleichungen lösen

4 Punkte

Berechnen Sie jeweils die Lösung der Gleichung.

a)

$$2 - (5x - 1) = 3x + 2(x - 3)$$

x: _____

b)

$$(x + 2)^2 = x^2 + 9$$

x: _____

3 Bruchterme vereinfachen

6 Punkte

a) Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich.

$$\frac{17a}{3} - \frac{2b^2}{4a} : \frac{b^2}{6a^2}$$

Term: _____

- b) Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich.

$$\frac{5(x-1)}{6} - \frac{x+3}{9}$$

Term: _____

- c) Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich.

$$\frac{x^2 - 3x}{x^2 + 2x + 1} \cdot \frac{x^2 - 1}{x - 3}$$

Term: _____

4 Ankunftszeit eines Zuges

2 Punkte

Ein Zug fährt von seinem Startort um 11.05 Uhr ab. Mit 52 km/h fährt er zum Zielort in 13 km Entfernung. Am Zielort hält er für 9 Minuten. Anschliessend fährt er an den Startort zurück. Die Rückfahrt dauert 12 Minuten.

Berechnen Sie, um welche Uhrzeit der Zug wieder am Startort ankommt.

Ankunftszeit: _____ Uhr

5

2 Punkte

Gleiche Grössen finden

Je zwei Grössen bilden ein Paar mit gleichem Wert. Eine Grösse bleibt jedoch allein. Bestimmen Sie die beiden Paare und die Grösse, die allein bleibt.

Der Lösungsweg wird bei dieser Aufgabe nicht bewertet.

a)

A 0.43 m^2

B 4.3 dm^2

C $43'000 \text{ cm}^2$

D $4'300'000 \text{ mm}^2$

E $4'300 \text{ cm}^2$

Partner von A (B / C / D / E): _____

allein (A / B / C / D / E): _____

b)

A $5'400 \text{ cm}^3$

B 0.54 l (Liter)

C $5'400 \text{ ml}$

D 540 dl

E $540'000 \text{ mm}^3$

Partner von A (B / C / D / E): _____

allein (A / B / C / D / E): _____

6 Steigung im Höhenprofil

2 Punkte

Die abgebildete Grafik zeigt ein Höhen- und Längenprofil der drei Orte A, B und C. Das Profil ist nicht massstabsgetreu dargestellt.

- a) Berechnen Sie die Steigung der Strecke von A nach B. Genauigkeit: 0.1 %.

Steigung: _____ %

- b) Die Steigung der Strecke von B nach C beträgt 60 %. Berechnen Sie den Höhenunterschied y zwischen den Orten B und C.

y : _____ m

7 Tische im Restaurant

2 Punkte

In einem Restaurant gibt es 4er-Tische und 8er-Tische. An den total 14 Tischen gibt es insgesamt 72 Plätze.

Berechnen Sie die Anzahl 4er-Tische.

Für die volle Punktzahl wird eine Gleichung verlangt.

Anzahl 4er-Tische: _____

8 Zins und Bergeshöhen

3 Punkte

- a) Ein Kapital von CHF 9'000 wird von Anfang Januar bis Ende April mit einem Zinssatz von 0.2 % angelegt. Von Anfang Mai bis Ende Dezember beträgt der Zinssatz 0.15 %.

Berechnen Sie die Höhe des Kapitals mit Zinsen Ende Dezember.

Kapital: _____ CHF

- b1) Der Säntis ist 2'501.9 m hoch.

1) Das Matterhorn ist 79 % höher als der Säntis. Berechnen Sie die Höhe des Matterhorns.
Genauigkeit: 1 m.

Höhe Matterhorn: _____ m

- b2) Der Säntis ist 2'501.9 m hoch.

2) Der Irchel ist 694 m hoch. Berechnen Sie die Höhe des Irchels in % der Höhe des Säntis. Genauigkeit: 1 %.

Anteil: _____ %

9 Geraden und Funktionsgleichungen

4 Punkte

- a) Zeichnen Sie die Gerade mit der Funktionsgleichung $y = 0.4x + 2$ ins Koordinatensystem ein.

- b) Eine Gerade verläuft durch die Punkte A(3/5) und B(-6/-4). Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Geraden. Nutzen Sie als Hilfe das abgebildete Koordinatensystem.

Ihre Antwort: $y =$ _____

y =: _____

- c) Der Punkt $P(x/18)$ liegt auf der Geraden mit der Funktionsgleichung $y = \frac{x}{5} + 11$.
Berechnen Sie x.

x: _____

- d) Gegeben ist die Gerade mit der Funktionsgleichung $y = 2x - 7$. Berechnen Sie die x-Koordinate des Schnittpunktes der Geraden mit der x-Achse.

x: _____

10 Zwei Erwachsene auswählen

2 Punkte

Aus einer Gruppe mit vier Erwachsenen und sechs Kindern werden zufällig zwei Personen ausgewählt.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass beide Personen Erwachsene sind.

Wahrscheinlichkeit: _____

11 Quadrat mit Halbkreis

3 Punkte

Gegeben ist folgende Figur:

- a) Berechnen Sie den Umfang der grauen Figur für $a = 5$ cm. Genauigkeit: 1 Dezimale.

Umfang: _____ cm

- b) Berechnen Sie den Flächeninhalt der grauen Figur für $a = 5$ cm. Genauigkeit: 1 Dezimale.

Flächeninhalt: _____ cm^2

- c) Erstellen Sie einen Term mit der Variablen a für den Flächeninhalt der grauen Figur. Der Term muss nicht vereinfacht werden.

12 Winkel an zwei Kreisen

2 Punkte

In der folgenden Figur sind M und N Kreismittelpunkte. Die Figur ist nicht massstabsgetreu.

Berechnen Sie die Winkel α und β .

Der Lösungsweg wird bei dieser Aufgabe nicht bewertet.

α : _____ °

β : _____ °

13 **Quadratische Pyramide**

3 Punkte

Gegeben ist eine Pyramide mit quadratischer Grundfläche mit der Grundkante $a = 6 \text{ cm}$ und der Höhe $h = 4 \text{ cm}$:

a) Berechnen Sie das Volumen der Pyramide.

Volumen: _____ cm^3

b) Berechnen Sie den Oberflächeninhalt der Pyramide.

Oberflächeninhalt: _____ cm^2

14 **Streckenzug im Quadernetz**

2 Punkte

Auf dem abgebildeten Quader ist ein Streckenzug eingezeichnet. Die Streckenenden sind Kantenmittelpunkte des Quaders.

Zeichnen Sie den Streckenzug im unten verkleinert abgebildeten Netz des Quaders ein.

Lösungen

BMS-Aufnahmeprüfung 2020 Mathematik BM1. Lösungswege von Fokus Nachhilfe nach der offiziellen Lösung des Kantons.

1 Wurzelterme und Klammern

3 Punkte

a) **Ergebnis:** $5x$

- Unter der Wurzel zuerst zusammenfassen: $(7x)^2 = 49x^2$, also $x^2 + 49x^2 - 25x^2 = 25x^2$
- Wurzel ziehen: $\sqrt{25x^2} = 5x$

Achtung: Die Wurzel aus einer Summe darf man nicht summandenweise ziehen. Erst ausrechnen, dann die Wurzel ziehen.

b) **Ergebnis:** $4x$

- Wurzeln darf man multiplizieren: $\sqrt{2x} \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{2x \cdot x \cdot 8} = \sqrt{16x^2}$
- Wurzel ziehen: $\sqrt{16x^2} = 4x$

c) **Ergebnis:** $5x^2 + 15x + 10$

- Zuerst die beiden Klammern ausmultiplizieren: $(x + 1)(x + 2) = x^2 + 2x + x + 2 = x^2 + 3x + 2$
- Dann mit 5 multiplizieren: $5(x^2 + 3x + 2) = 5x^2 + 15x + 10$

Achtung: Der Faktor 5 wird nur einmal angewendet, nicht auf beide Klammern.

2 Lineare Gleichungen lösen

4 Punkte

a) **Ergebnis:** $x = \frac{9}{10} = 0.9$

- Klammern auflösen (Minus vor der Klammer dreht beide Vorzeichen): $2 - 5x + 1 = 3x + 2x - 6$
- Zusammenfassen: $3 - 5x = 5x - 6$
- Ordnen: $9 = 10x$
- Lösung: $x = \frac{9}{10} = 0.9$

b) **Ergebnis:** $x = \frac{5}{4} = 1.25$

- Binomische Formel: $(x + 2)^2 = x^2 + 4x + 4$
- Gleichung: $x^2 + 4x + 4 = x^2 + 9$

• x^2 fällt auf beiden Seiten weg: $4x + 4 = 9$, also $4x = 5$

• Lösung: $x = \frac{5}{4} = 1.25$

Achtung: $(x + 2)^2$ ist nicht $x^2 + 4$.

3 Bruchterme vereinfachen

6 Punkte

a) **Ergebnis:** $\frac{8a}{3} = 2.\overline{6}a$

Punkt vor Strich: zuerst die Division rechnen.

- Durch einen Bruch teilen heisst mit dem Kehrbuch multiplizieren: $\frac{2b^2}{4a} : \frac{b^2}{6a^2} = \frac{2b^2}{4a} \cdot \frac{6a^2}{b^2} = \frac{12a^2b^2}{4ab^2} = 3a$
- Subtrahieren: $\frac{17a}{3} - 3a = \frac{17a}{3} - \frac{9a}{3} = \frac{8a}{3}$

b) **Ergebnis:** $\frac{13x-21}{18} = \frac{13x}{18} - \frac{7}{6}$

• Gemeinsamer Nenner ist 18: den ersten Bruch mit 3, den zweiten mit 2 erweitern.

• $\frac{15(x-1)}{18} - \frac{2(x+3)}{18} = \frac{15x-15-2x-6}{18}$

• Zusammenfassen: $\frac{13x-21}{18}$, oder aufgeteilt $\frac{13x}{18} - \frac{7}{6}$

Achtung: Das Minus vor dem zweiten Bruch gilt für den ganzen Zähler $2x + 6$.

c) **Ergebnis:** $\frac{x(x-1)}{x+1} = \frac{x^2-x}{x+1}$

Zuerst alle Zähler und Nenner in Faktoren zerlegen, dann kürzen.

- $x^2 - 3x = x(x - 3)$
- $x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$ (1. binomische Formel)
- $x^2 - 1 = (x - 1)(x + 1)$ (3. binomische Formel)
- $\frac{x(x-3)}{(x+1)^2} \cdot \frac{(x-1)(x+1)}{x-3}$: kürzen mit $(x - 3)$ und mit $(x + 1)$
- Ergebnis: $\frac{x(x-1)}{x+1} = \frac{x^2-x}{x+1}$

4 Ankunftszeit eines Zuges

2 Punkte

Ergebnis: 11.41 Uhr

- Hinfahrt: $t = \frac{13 \text{ km}}{52 \text{ km/h}} = 0.25 \text{ h} = 15 \text{ min}$
- Gesamtzeit: $15 \text{ min} + 9 \text{ min} + 12 \text{ min} = 36 \text{ min}$ (in Stunden: $0.25 \text{ h} + 0.15 \text{ h} + 0.2 \text{ h} = 0.6 \text{ h}$)
- Ankunft: $11.05 \text{ Uhr} + 36 \text{ min} = 11.41 \text{ Uhr}$

5 Gleiche Grössen finden

2 Punkte

a) Ergebnis: Paare: A, E und C, D; allein: B

Alles in dieselbe Einheit umrechnen, hier cm^2 . Bei Flächen ist der Umrechnungsfaktor zwischen benachbarten Einheiten 100.

- A: $0.43 \text{ m}^2 = 4'300 \text{ cm}^2$
- B: $4.3 \text{ dm}^2 = 430 \text{ cm}^2$
- C: $43'000 \text{ cm}^2$
- D: $4'300'000 \text{ mm}^2 = 43'000 \text{ cm}^2$
- E: $4'300 \text{ cm}^2$

Paare: A und E, C und D. Allein bleibt B.

b) Ergebnis: Paare: A, C und B, E; allein: D

Alles in Liter umrechnen. Merke: $1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3 = 1'000 \text{ cm}^3 = 1'000 \text{ ml}$, bei Volumen ist der Faktor zwischen benachbarten Längeneinheiten 1'000.

- A: $5'400 \text{ cm}^3 = 5.4 \text{ l}$
- B: 0.54 l
- C: $5'400 \text{ ml} = 5.4 \text{ l}$
- D: $540 \text{ dl} = 54 \text{ l}$
- E: $540'000 \text{ mm}^3 = 540 \text{ cm}^3 = 0.54 \text{ l}$

Paare: A und C, B und E. Allein bleibt D.

6 Steigung im Höhenprofil

2 Punkte

a) Ergebnis: $\approx 23.5 \%$

Steigung = Höhenunterschied : horizontale Distanz, beides in derselben Einheit.

- $3.4 \text{ km} = 3'400 \text{ m}$
- $\frac{800 \text{ m}}{3'400 \text{ m}} \approx 0.2353 \approx 23.5 \%$

b) Ergebnis: $y = 900 \text{ m} = 0.9 \text{ km}$

60 % Steigung heisst: pro Meter horizontal steigt es 0.6 m.

- $y = 0.6 \cdot 1'500 \text{ m} = 900 \text{ m} = 0.9 \text{ km}$



Tische im Restaurant

2 Punkte

Ergebnis: Im Restaurant gibt es zehn 4er-Tische.

- x : Anzahl 4er-Tische, dann ist $14 - x$ die Anzahl 8er-Tische.
- Gleichung für die Plätze: $4x + 8(14 - x) = 72$
- Auflösen: $4x + 112 - 8x = 72$, also $-4x = -40$
- Lösung: $x = 10$

Kontrolle: $10 \cdot 4 + 4 \cdot 8 = 40 + 32 = 72$ Plätze.

8 Zins und Bergeshöhen

3 Punkte

a) **Ergebnis:** CHF 9'015

Der Zinssatz gilt pro Jahr. Für einen Teil des Jahres rechnet man mit dem Anteil der Monate.

- Januar bis April (4 Monate): $9'000 \cdot \frac{0.2}{100} \cdot \frac{4}{12} = 6$
- Mai bis Dezember (8 Monate): $9'000 \cdot \frac{0.15}{100} \cdot \frac{8}{12} = 9$
- Kapital Ende Dezember: $9'000 + 6 + 9 = 9'015$, also CHF 9'015

b1) **Ergebnis:** 4'478 m

79 % höher heisst: $100 \% + 79 \% = 179 \%$ der Sämtishöhe.

- $2'501.9 \text{ m} \cdot 1.79 = 4'478.4 \text{ m} \approx 4'478 \text{ m}$

b2) **Ergebnis:** 28 %

Die Sämtishöhe ist der Grundwert (100 %).

- $\frac{694}{2'501.9} \approx 0.2774 = 27.74 \% \approx 28 \%$

9 Geraden und Funktionsgleichungen

4 Punkte

a) **Ergebnis:** Gerade durch $(0/2)$ und $(5/4)$, siehe Lösungsgrafik.

- Der y-Achsenabschnitt ist 2: Die Gerade geht durch $(0/2)$.
- Steigung $0.4 = \frac{2}{5}$: 5 Einheiten nach rechts, 2 Einheiten nach oben. So erhalten Sie den Punkt $(5/4)$.
- Die Gerade durch diese beiden Punkte über das ganze Koordinatensystem ziehen (sie schneidet die x-Achse bei -5).

b) **Ergebnis:** $y = x + 2$

- Steigung: $m = \frac{5 - (-4)}{3 - (-6)} = \frac{9}{9} = 1$
- y-Achsenabschnitt: Punkt A einsetzen: $5 = 1 \cdot 3 + q$, also $q = 2$
- Funktionsgleichung: $y = x + 2$

Im Koordinatensystem sehen Sie dasselbe: Die Gerade durch A und B schneidet die y-Achse bei 2 und steigt pro Einheit nach rechts um 1.

c) **Ergebnis:** $x = 35$

- $y = 18$ einsetzen: $18 = \frac{x}{5} + 11$
- $7 = \frac{x}{5}$
- $x = 35$

d) **Ergebnis:** $x = \frac{7}{2} = 3.5$

Auf der x-Achse ist $y = 0$.

- $0 = 2x - 7$
- $2x = 7$
- $x = \frac{7}{2} = 3.5$

10 Zwei Erwachsene auswählen

2 Punkte

Ergebnis: $p = \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} = \frac{12}{90} = \frac{2}{15} \approx 13.3\%$

Ziehen ohne Zurücklegen: Nach der ersten Person ist eine Person weniger in der Gruppe.

- 1. Person erwachsen: $\frac{4}{10}$
- 2. Person erwachsen (noch 3 Erwachsene unter 9 Personen): $\frac{3}{9}$
- Pfad im Baumdiagramm multiplizieren: $p = \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} = \frac{12}{90} = \frac{2}{15} \approx 13.3\%$

11 Quadrat mit Halbkreis

3 Punkte

a) Ergebnis: $u \approx 91.4$ cm

Das Quadrat hat die Seite $4a = 20$ cm, der Halbkreis den Durchmesser 20 cm, also den Radius 10 cm. Die Seite zwischen Quadrat und Halbkreis gehört nicht zum Umfang.

- Drei Quadratseiten: $3 \cdot 20 \text{ cm} = 60 \text{ cm}$
- Halbkreisbogen: $\frac{2 \cdot \pi \cdot 10}{2} \text{ cm} \approx 31.4 \text{ cm}$
- $u = 3 \cdot 4 \cdot 5 + \frac{2 \cdot \pi \cdot 10}{2} \approx 91.4 \text{ cm}$

b) Ergebnis: $A \approx 557.1 \text{ cm}^2$

- Quadrat: $20 \cdot 20 \text{ cm}^2 = 400 \text{ cm}^2$
- Halbkreis mit Radius 10 cm: $\frac{10^2 \cdot \pi}{2} \text{ cm}^2 \approx 157.1 \text{ cm}^2$
- $A = 20 \cdot 20 + \frac{10^2 \cdot \pi}{2} \approx 557.1 \text{ cm}^2$

c) Ergebnis: $A = 16a^2 + \frac{(2a)^2 \cdot \pi}{2} = 16a^2 + 2a^2\pi = 2a^2(8 + \pi)$

- Quadrat mit Seite $4a$: $(4a)^2 = 16a^2$
- Halbkreis mit Durchmesser $4a$, also Radius $2a$: $\frac{(2a)^2 \cdot \pi}{2} = 2a^2\pi$
- $A = 16a^2 + \frac{(2a)^2 \cdot \pi}{2}$, vereinfacht $16a^2 + 2a^2\pi = 2a^2(8 + \pi)$

Auch andere gleichwertige Terme sind richtig. Kontrolle mit $a = 5$: $2 \cdot 25 \cdot (8 + \pi) \approx 557.1$, wie in b.

12 Winkel an zwei Kreisen

2 Punkte

Ergebnis: $\alpha = 52^\circ, \beta = 26^\circ$

Die Punkte auf der Grundlinie heissen hier P (links), Q (beim 64° -Winkel) und R (rechts).

- α : P und Q liegen auf dem Kreis um N, also ist $NP = NQ$ und das Dreieck PQN gleichschenkelig. Beide Basiswinkel sind 64° , also $\alpha = 180^\circ - 2 \cdot 64^\circ = 52^\circ$.
- β : PR ist der Durchmesser des Halbkreises um M und N liegt auf diesem Halbkreis. Nach dem Satz des Thales ist der Winkel bei N im Dreieck PRN 90° . Mit dem Winkel 64° bei P folgt $\beta = 180^\circ - 90^\circ - 64^\circ = 26^\circ$.

13 Quadratische Pyramide

3 Punkte

a) Ergebnis: $V = 48 \text{ cm}^3$

- $V = \frac{G \cdot h}{3} = \frac{6^2 \cdot 4}{3} \text{ cm}^3 = \frac{144}{3} \text{ cm}^3 = 48 \text{ cm}^3$

Achtung: Bei der Pyramide wird durch 3 geteilt.

b) Ergebnis: $S = 96 \text{ cm}^2$

Die Oberfläche besteht aus dem Grundquadrat und vier gleichen Dreiecken. Für die Dreiecke braucht es deren Höhe h_{Seite} .

- h_{Seite} mit Pythagoras im Dreieck aus Pyramidenhöhe (4 cm) und halber Grundkante (3 cm): $h_{\text{Seite}} = \sqrt{3^2 + 4^2} \text{ cm} = 5 \text{ cm}$
- Ein Seitendreieck: $A_{\text{Seite}} = \frac{6 \cdot 5}{2} \text{ cm}^2 = 15 \text{ cm}^2$
- $S = G + 4 \cdot A_{\text{Seite}} = (6^2 + 4 \cdot 15) \text{ cm}^2 = (36 + 60) \text{ cm}^2 = 96 \text{ cm}^2$

14 Streckenzug im Quadernetz

2 Punkte

Ergebnis: Siehe Lösungsgrafik: sechs Strecken, auf jeder Fläche des Quaders genau eine.

Der Streckenzug ist ein geschlossenes Sechseck durch sechs Kantenmittelpunkte. Auf jeder der sechs Quaderflächen liegt genau eine Strecke. Bestimmen Sie zuerst im Netz, welche Fläche welche ist: Das Rechteck mit den Ecken A, B, C, D ist die Grundfläche.

- Grundfläche ABCD: von der Mitte von BC zur Mitte von CD
- Hintere Fläche (an CD): von der Mitte von CD zur Mitte der senkrechten Kante über D

- Linke Fläche: von der Mitte der senkrechten Kante über D zur Mitte der oberen linken Kante
- Deckfläche: von der Mitte der oberen linken Kante zur Mitte der oberen vorderen Kante
- Vordere Fläche (an AB): von der Mitte der oberen vorderen Kante zur Mitte der senkrechten Kante über B
- Rechte Fläche: von der Mitte der senkrechten Kante über B zur Mitte von BC

Kontrolle: Wo zwei Flächen im Netz eine gemeinsame Kante haben, muss der Streckenzug an derselben Stelle (Kantenmitte) weitergehen.