

Mathematik

90 Minuten · 14 Aufgaben · 40 Punkte

Name: _____

- 90 Minuten
- Taschenrechner erlaubt (TI-30 ECO RS, TI-30X IIS, CASIO FX-82 Solar II, Sharp EL-501 T)
- Keine Formelsammlung
- Zeichenutensilien erlaubt
- Der Lösungsweg wird mitbewertet

1 Terme vereinfachen

4 Punkte

a) Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich und schreiben Sie ohne Klammern.

$$2(2a - 3)(3b + a)$$

b) Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich und schreiben Sie ohne Klammern.

$$(-3a - 6b) - (2b^2 - 4a - 3b) + b(2b + 9)$$

Term: _____

c) Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich.

$$\frac{\sqrt{130x^2 - (7x)^2}}{5x} + \frac{6x}{\sqrt{25x^2}}$$

Ergebnis: _____

2 Bruchterme vereinfachen

4 Punkte

Vereinfachen Sie die Terme jeweils so weit wie möglich.

a)

$$\frac{x^2 + 4x}{x^2 + 5x + 4}$$

Term: _____

b)

$$\frac{1}{8} \cdot \left(x + \frac{1}{2}\right) - \frac{3x^2}{8} : \frac{12x}{4}$$

Ergebnis: _____

3 Lineare Gleichung lösen

3 Punkte

Berechnen Sie die Lösung der Gleichung.

$$(x + 3)(x - 3) + 6x - 3(x - 1) = (x + 1)^2$$

X: _____

4 Fahrzeit mit dem Fahrrad

2 Punkte

Leonie legt ihren 8.4 km langen Arbeitsweg mit dem Fahrrad üblicherweise in 21 min zurück.

Heute fährt sie 0.8 m/s schneller als üblich.

Berechnen Sie die heutige Fahrzeit in Minuten und Sekunden.

Minuten: _____ min

Sekunden: _____ s

5 Masseinheiten umrechnen

2 Punkte

Je zwei Grössen bilden ein Paar mit gleichem Wert. Eine Grösse bleibt jedoch allein.

Kreuzen Sie diejenige Grösse an, die allein bleibt.

Der Lösungsweg wird bei dieser Aufgabe nicht bewertet.

- a)
- 41.7 ha
 - 4170 m²
 - 41 700 000 dm²
 - 41 700 a
 - 41 700 000 cm²

Grösse, die allein bleibt (41.7 ha / 4170 m² / 41 700 000 dm² / 41 700 a / 41 700 000 cm²): _____

- b)
- 0.0258 m³
 - 2580 cm³

- 25.8 cl
- 0.258 dm³
- 258 dl

Grösse, die allein bleibt (0.0258 m³ / 2580 cm³ / 25.8 cl / 0.258 dm³ / 258 dl): _____

6 Zwei Zahlen mit Gleichung

2 Punkte

Zwei Zahlen unterscheiden sich um 7.

Das Dreifache der kleineren Zahl ist um 6 kleiner als das Doppelte der grösseren Zahl.

Berechnen Sie die beiden gesuchten Zahlen mit Hilfe einer Gleichung.

kleinere Zahl: _____

grössere Zahl: _____

7 Bevölkerungswachstum und Zins

4 Punkte

a1) Die Anzahl Einwohnerinnen und Einwohner einer Stadt ist vom 1.1.2019 bis zum 1.1.2021 um 7 % auf 19 260 gewachsen.

1) Berechnen Sie die Anzahl Einwohnerinnen und Einwohner am 1.1.2019.

Anzahl am 1.1.2019: _____

a2) 2) Die Anzahl Einwohnerinnen und Einwohner ist vom 1.1.2019 bis zum 1.1.2020 um 3 % gewachsen. Berechnen Sie die Zunahme in % vom 1.1.2020 auf den 1.1.2021.

Genauigkeit: 1 Dezimale.

Zunahme: _____ %

- b) Elif hat von Anfang Januar bis Ende Juli CHF 1800 zu einem Zinssatz von 2 % auf ihrem Konto.

Anfangs August zahlt sie CHF 400 auf das Konto ein und der Zinssatz sinkt für den Rest des Jahres auf 1.5 %.

Berechnen Sie den Zins, den Elif Ende Jahr auf ihr Konto gutgeschrieben erhält.

Zins: _____ CHF

8 **Wahrscheinlichkeiten beim Dart**

2 Punkte

Tim spielt regelmässig Dart.

Er stellt fest, dass die Wahrscheinlichkeit bei ihm 20 % beträgt, bei einem Wurf 100 Punkte zu erzielen.

Die Wahrscheinlichkeit für 50 Punkte ist bei ihm 45 %, diejenige für 10 Punkte ist 35 %.

- a) Tim wirft drei Pfeile nacheinander.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit in %, dass Tim genau 300 Punkte erzielt.

Wahrscheinlichkeit: _____ %

- b) Tim wirft zwei Pfeile nacheinander.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit in %, dass Tim genau 60 Punkte erzielt.

Wahrscheinlichkeit: _____ %

9 Geraden im Koordinatensystem

4 Punkte

- a) Zeichnen Sie die Gerade mit der Funktionsgleichung $y = -2x + 3$ ins Koordinatensystem ein.

- b) Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der abgebildeten Geraden.

Ihre Antwort: $y =$ _____

$y =$: _____

- c) Der Punkt $P(x/11)$ liegt auf der Geraden mit der Funktionsgleichung $y = \frac{x}{8} + 2$.

Berechnen Sie x .

x : _____

- d) Die Gerade g mit der Funktionsgleichung $y = 0.25x + 1$ wird parallel um fünf Einheiten nach oben verschoben. Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der verschobenen Geraden.

$y =:$ _____

10 Kreisfiguren: Fläche und Umfang

3 Punkte

- a) Gegeben ist die rechts abgebildete Figur.

M_1

und M_2 sind Kreismittelpunkte.

Berechnen Sie den Flächeninhalt der grauen Figur.

Genauigkeit: 1 Dezimale.

Flächeninhalt: _____ cm^2

- b) Gegeben ist die rechts abgebildete Figur.

M ist ein Kreismittelpunkt.

Erstellen Sie einen Term für den Umfang der grauen Figur.

Der Term muss nicht vereinfacht werden.

U =: _____

11 Winkel am Halbkreis

2 Punkte

In der folgenden Figur sind M_1 und M_2 Kreismittelpunkte. Die Figur ist nicht massstabsgetreu.

Berechnen Sie die Winkel α und β .

Der Lösungsweg wird bei dieser Aufgabe nicht bewertet.

α : _____ °

β : _____ °

12 Steigungen berechnen

4 Punkte

- a) Die Steigung von A nach B beträgt 40 %.

Die durchschnittliche Steigung von A nach C beträgt 25 %.

Berechnen Sie die Länge der Strecke x.

Die Skizze ist nicht massstabsgetreu.

x: _____ m

- b) Die Pyramide hat eine rechteckige Grundfläche.

Berechnen Sie die Steigung der Kante k.

Steigung: _____ %

13 **Volumen eines Quaders**

2 Punkte

Der Oberflächeninhalt des abgebildeten Quaders beträgt 256 m^2 .

Berechnen Sie das Volumen des Quaders.

Volumen: _____ m³

14 Streckenzug im Würfelnetz

2 Punkte

Der Würfel wird auf die Fläche ABCD gestellt und zum abgebildeten Würfelnetz abgewickelt.
Übertragen Sie den Streckenzug auf dem Würfel ins Netz.

Lösungen

BMS-Aufnahmeprüfung 2022 Mathematik BM1. Lösungswege von Fokus Nachhilfe nach der offiziellen Lösung des Kantons.

1 Terme vereinfachen

4 Punkte

a) **Ergebnis:** $12ab + 4a^2 - 18b - 6a$

- Zuerst die beiden Klammern ausmultiplizieren (jedes Glied mit jedem): $(2a - 3)(3b + a) = 6ab + 2a^2 - 9b - 3a$
- Dann alles mit 2 multiplizieren: $2(6ab + 2a^2 - 9b - 3a) = 12ab + 4a^2 - 18b - 6a$

b) **Ergebnis:** $a + 6b$

- Klammern auflösen. Achtung: Vor der zweiten Klammer steht ein Minus, also kehren alle Vorzeichen darin: $-3a - 6b - 2b^2 + 4a + 3b + 2b^2 + 9b$
- Gleichartige Glieder zusammenfassen: a -Glieder: $-3a + 4a = a$; b -Glieder: $-6b + 3b + 9b = 6b$; b^2 -Glieder: $-2b^2 + 2b^2 = 0$
- Ergebnis: $a + 6b$

c) **Ergebnis:** 3

- Unter der ersten Wurzel: $130x^2 - (7x)^2 = 130x^2 - 49x^2 = 81x^2$, also $\sqrt{81x^2} = 9x$.
- Zweite Wurzel: $\sqrt{25x^2} = 5x$.
- Damit: $\frac{9x}{5x} + \frac{6x}{5x} = \frac{9}{5} + \frac{6}{5} = \frac{15}{5} = 3$

2 Bruchterme vereinfachen

4 Punkte

a) **Ergebnis:** $\frac{x}{x+1}$

- Zähler: x ausklammern: $x^2 + 4x = x(x + 4)$
- Nenner faktorisieren: Gesucht sind zwei Zahlen mit Produkt 4 und Summe 5, also 1 und 4: $x^2 + 5x + 4 = (x + 1)(x + 4)$
- Den gemeinsamen Faktor $(x + 4)$ kürzen: $\frac{x(x+4)}{(x+1)(x+4)} = \frac{x}{x+1}$

b) **Ergebnis:** $\frac{1}{16}$

- Punkt vor Strich: Zuerst die Klammer ausmultiplizieren und die Division ausführen.

- $\frac{1}{8} \cdot \left(x + \frac{1}{2}\right) = \frac{x}{8} + \frac{1}{16}$
- Durch einen Bruch dividieren heisst mit dem Kehrwert multiplizieren: $\frac{3x^2}{8} : \frac{12x}{4} = \frac{3x^2}{8} \cdot \frac{4}{12x} = \frac{x}{8}$
- Zusammen: $\frac{x}{8} + \frac{1}{16} - \frac{x}{8} = \frac{1}{16}$

3 Lineare Gleichung lösen

3 Punkte

Ergebnis: $x = 7$

- Binomische Formeln anwenden: $(x + 3)(x - 3) = x^2 - 9$ und $(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$
- Achtung beim Minus vor der Klammer: $-3(x - 1) = -3x + 3$
- Gleichung: $x^2 - 9 + 6x - 3x + 3 = x^2 + 2x + 1$
- x^2 fällt auf beiden Seiten weg: $3x - 6 = 2x + 1$
- $x = 7$

4 Fahrzeit mit dem Fahrrad

2 Punkte

Ergebnis: 18 min 45 s

- Normale Geschwindigkeit: $v_1 = \frac{8.4 \text{ km}}{\frac{21}{60} \text{ h}} = 24 \text{ km/h}$
- Umrechnung: $1 \text{ m/s} = 3.6 \text{ km/h}$, also $0.8 \text{ m/s} = 0.8 \cdot 3.6 \text{ km/h} = 2.88 \text{ km/h}$
- Neue Geschwindigkeit: $v_2 = 24 + 2.88 = 26.88 \text{ km/h}$
- Neue Fahrzeit: $t = \frac{8.4 \text{ km}}{26.88 \text{ km/h}} = 0.3125 \text{ h} = 18.75 \text{ min}$
- $0.75 \text{ min} = 45 \text{ s}$, also 18 min 45 s

5 Masseinheiten umrechnen

2 Punkte

a) **Ergebnis:** 41 700 a

Alles in m^2 umrechnen ($1 \text{ ha} = 10\,000 \text{ m}^2$, $1 \text{ a} = 100 \text{ m}^2$, $1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2 = 10\,000 \text{ cm}^2$):

- $41.7 \text{ ha} = 417\,000 \text{ m}^2$
- 4170 m^2
- $41\,700\,000 \text{ dm}^2 = 417\,000 \text{ m}^2$
- $41\,700 \text{ a} = 4\,170\,000 \text{ m}^2$

- $41\,700\,000\text{ cm}^2 = 4170\text{ m}^2$

Paare: 41.7 ha und 41 700 000 dm²; 4170 m² und 41 700 000 cm². Allein bleibt **41 700 a**.

b) Ergebnis: 2580 cm³

Alles in Liter umrechnen ($1\text{ dm}^3 = 1\text{ l}$, $1\text{ m}^3 = 1000\text{ l}$, $1\text{ l} = 1000\text{ cm}^3 = 100\text{ cl} = 10\text{ dl}$):

- $0.0258\text{ m}^3 = 25.8\text{ l}$
- $2580\text{ cm}^3 = 2.58\text{ l}$
- $25.8\text{ cl} = 0.258\text{ l}$
- $0.258\text{ dm}^3 = 0.258\text{ l}$
- $258\text{ dl} = 25.8\text{ l}$

Paare: 0.0258 m³ und 258 dl; 25.8 cl und 0.258 dm³. Allein bleibt **2580 cm³**.

6 Zwei Zahlen mit Gleichung

2 Punkte

Ergebnis: Die Zahlen lauten 8 und 15.

- Kleinere Zahl: x , grössere Zahl: $x + 7$
- „Das Dreifache der kleineren Zahl ist um 6 kleiner als das Doppelte der grösseren“: Man muss zum Dreifachen 6 addieren, um das Doppelte zu erhalten: $3x + 6 = 2(x + 7)$
- $3x + 6 = 2x + 14$, also $x = 8$
- Die Zahlen lauten 8 und $8 + 7 = 15$.
- Kontrolle: $3 \cdot 8 = 24$, $2 \cdot 15 = 30$, Unterschied 6.

7 Bevölkerungswachstum und Zins

4 Punkte

a1) Ergebnis: Am 1.1.2019 leben 18 000 Einwohnerinnen und Einwohner in der Stadt.

- 19 260 entspricht 107 % des Anfangswerts, also Wachstumsfaktor 1.07.
- Rückwärts rechnen: $\frac{19\,260}{1.07} = 18\,000$

a2) Ergebnis: Die Zunahme beträgt 3.9 %.

- Anzahl am 1.1.2020: $18\,000 \cdot 1.03 = 18\,540$
- Wachstumsfaktor im zweiten Jahr: $\frac{19\,260}{18\,540} \approx 1.039$
- Also eine Zunahme von 3.9 %.

- Kürzer: $\frac{1.07}{1.03} \approx 1.039$. Achtung: Die Prozente darf man nicht einfach subtrahieren ($7\% - 3\% = 4\%$ ist falsch).

b) **Ergebnis: Ende Jahr wird ein Zins von CHF 34.75 auf das Konto gutgeschrieben.**

- Januar bis Juli = 7 Monate mit CHF 1800 zu 2 %: $1800 \cdot \frac{2}{100} \cdot \frac{7}{12} = 21$
- August bis Dezember = 5 Monate mit $1800 + 400 = 2200$ CHF zu 1.5 %: $2200 \cdot \frac{1.5}{100} \cdot \frac{5}{12} = 13.75$
- Zins total: $21 + 13.75 = 34.75$ CHF

8 Wahrscheinlichkeiten beim Dart

2 Punkte

a) **Ergebnis: $p = 0.8\%$**

- 300 Punkte gibt es nur mit dreimal 100 Punkten.
- Die Würfe sind unabhängig, also multiplizieren: $p = 0.2^3 = 0.008 = 0.8\%$

b) **Ergebnis: $p = 31.5\%$**

- 60 Punkte gibt es mit $50 + 10$ oder mit $10 + 50$ (zwei Reihenfolgen).
- $p = 0.45 \cdot 0.35 + 0.35 \cdot 0.45 = 0.1575 + 0.1575 = 0.315 = 31.5\%$

9 Geraden im Koordinatensystem

4 Punkte

a) **Ergebnis: Gerade durch $(0/3)$ und $(1/1)$, siehe Grafik.**

- Der y-Achsenabschnitt ist 3: Die Gerade geht durch $(0/3)$.
- Die Steigung ist -2 : Einen Schritt nach rechts, zwei Schritte nach unten, also zum Beispiel $(1/1)$, $(2/-1)$, $(5/-7)$.
- Punkte verbinden und die Gerade über das ganze Koordinatensystem ziehen.

b) **Ergebnis:** $y = 0.4x - 2$

- Die Gerade schneidet die y-Achse bei $(0 / -2)$: y-Achsenabschnitt -2 .
- Sie geht auch durch $(5 / 0)$: 5 nach rechts, 2 nach oben, Steigung $m = \frac{2}{5} = 0.4$.
- $y = 0.4x - 2$

c) **Ergebnis:** $x = 72$

- Den y-Wert 11 einsetzen: $11 = \frac{x}{8} + 2$
- $9 = \frac{x}{8}$, also $x = 72$

d) **Ergebnis:** $y = 0.25x + 6$

- Parallel heisst: gleiche Steigung 0.25.
- Fünf Einheiten nach oben: Der y-Achsenabschnitt wird um 5 grösser, $1 + 5 = 6$.
- $y = 0.25x + 6$

10 Kreisfiguren: Fläche und Umfang

3 Punkte

a) **Ergebnis:** $A \approx 282.7 \text{ cm}^2$

- Die graue Figur ist ein Dreiviertelkreis mit Radius 12 cm (Mittelpunkt M_1), aus dem ein Halbkreis herausgeschnitten ist.
- Der weisse Halbkreis hat als Durchmesser den Radius 12 cm, also Radius 6 cm.

- $A = \frac{3}{4} \cdot 12^2 \cdot \pi - \frac{1}{2} \cdot 6^2 \cdot \pi \approx 339.3 - 56.5 \approx 282.7 \text{ cm}^2$

b) **Ergebnis:** $u = x \cdot \pi + 4x$

- Der Halbkreis hat den Mittelpunkt M und den Radius x , sein Durchmesser ist $2x$.
Halbkreisbogen: $\frac{1}{2} \cdot 2x \cdot \pi = x \cdot \pi$
- Gerade Strecken am Rand: drei Quadratseiten (oben, links, unten) und die obere Hälfte des Durchmessers, je x : zusammen $4x$
- $u = x \cdot \pi + 4x$

11 Winkel am Halbkreis

2 Punkte

Ergebnis: $\alpha = 122^\circ, \beta = 29^\circ$

α : Die schräge Strecke, der Durchmesser und die Senkrechte durch M_1 bilden ein rechtwinkliges Dreieck mit den Winkeln 32° und 90° . Sein dritter Winkel ist $180^\circ - 90^\circ - 32^\circ = 58^\circ$. α ist der Nebenwinkel davon: $\alpha = 180^\circ - 58^\circ = 122^\circ$.

β :

- Die schräge Strecke endet auf dem Halbkreis über dem Durchmesser. Nach dem Satz des Thales ist der Winkel dort 90° . Im Dreieck aus dieser Strecke, dem Durchmesser und der Strecke zu M_2 ist der Winkel bei M_2 deshalb $180^\circ - 90^\circ - 32^\circ = 58^\circ$.
- Der gestrichelte Bogen um M_2 zeigt: Die linke untere Ecke und die Spitze sind gleich weit von M_2 entfernt. Das grosse Dreieck ist also gleichschenkelig, seine Basiswinkel sind $\frac{180^\circ - 58^\circ}{2} = 61^\circ$.
- Im rechtwinkligen Dreieck Spitze, M_1 , M_2 ist der Winkel an der Spitze $90^\circ - 58^\circ = 32^\circ$.
- $\beta = 61^\circ - 32^\circ = 29^\circ$

12 Steigungen berechnen

4 Punkte

a) **Ergebnis:** $x = 1500 \text{ m}$

- Steigung = Höhenunterschied : horizontale Distanz.
- Höhenunterschied von A nach B: $0.4 \cdot 2000 \text{ m} = 800 \text{ m}$
- Höhenunterschied von A nach C: $800 + 75 = 875 \text{ m}$
- Gleichung: $\frac{875}{x+2000} = 0.25$, also $x + 2000 = 3500$
- $x = 1500 \text{ m}$

b) **Ergebnis:** Steigung = 144%

- Die Spitze liegt senkrecht über dem Schnittpunkt der Diagonalen. Die horizontale Distanz zur Kante k ist die halbe Diagonale.
- Diagonale (Pythagoras): $\sqrt{15^2 + 20^2} \text{ m} = 25 \text{ m}$, die Hälfte ist 12.5 m .
- Steigung: $\frac{18}{12.5} = 1.44 = 144 \%$

13 Volumen eines Quaders

2 Punkte

Ergebnis: $V = 240 \text{ m}^3$

- Die Oberfläche besteht aus je zwei gleichen Rechtecken: $2 \cdot 5 \cdot 12 + 2 \cdot 5 \cdot h + 2 \cdot 12 \cdot h = 256$
- $120 + 10h + 24h = 256$, also $34h = 136$ und $h = 4 \text{ m}$
- Volumen: $V = 4 \cdot 5 \cdot 12 \text{ m}^3 = 240 \text{ m}^3$

14 Streckenzug im Würfelnetz

2 Punkte

Ergebnis: Sechs Strecken, in jeder Würfel­fläche eine; siehe Grafik.

- Der Streckenzug läuft durch alle sechs Flächen. In jeder Fläche verbindet er die Mittelpunkte zweier benachbarter Kanten.
- Start auf der Grundfläche ABCD: Strecke vom Mittelpunkt von AB zum Mittelpunkt von BC.
- Von dort weiter über die angrenzenden Seitenflächen und die Deckfläche, bis der Zug wieder beim Mittelpunkt von AB ankommt.
- Im Netz: Ecken über die gemeinsamen Kanten zuordnen (Kanten, die beim Zusammenfallen aufeinandertreffen, haben dieselben Mittelpunkte). Das Ergebnis zeigt die offizielle Grafik.

