

Mathematik

90 Minuten · 14 Aufgaben · 40 Punkte

Name: _____

- 90 Minuten
 - Zirkel, Geometrie-Dreieck und Massstab erlaubt
 - Zugelassener Taschenrechner erlaubt
 - Lösungswege müssen klar ersichtlich sein
-

1 Terme vereinfachen

2 Punkte

Vereinfachen Sie die Terme so weit wie möglich und lösen Sie alle Klammern auf.

a) $3a^2 - a(3b - 2a) + 6ab - 5a^2$

Term: _____

b) $(-7 + 2a)(-3 - 4a)$

Term: _____

2 Bruchterm und Wurzeln

4 Punkte

Vereinfachen Sie die Terme so weit wie möglich.

a)

$$\frac{x^2 - 9}{x + 3} : \frac{x - 3}{4}$$

Term: _____

b)

$$\sqrt{2a} \cdot \sqrt{32a} + \sqrt{(7a)^2 - 40a^2}$$

Term: _____

3 Gleichungen lösen

4 Punkte

Bestimmen Sie jeweils die Lösung der Gleichung.

a) $(x + 2)^2 + (x - 1)^2 = 2x^2 + 17$

x: _____

b)

$$x - \frac{x + 5}{7} = 2 + \frac{5(x - 6)}{3}$$

x: _____

4 Formel umstellen

2 Punkte

Gegeben ist die Gleichung:

$$2b = \frac{ab + 8}{7}$$

- a) Lösen Sie die Gleichung nach der Variablen a auf.

a =: _____

- b) Lösen Sie die Gleichung nach der Variablen b auf.

b =: _____

5 Einheiten umrechnen

2 Punkte

- a) Berechnen Sie: $0.028 \text{ hl} = \text{_____ cm}^3$

Antwort: _____ cm^3

- b) Der Zürichsee hat eine Fläche von 90.2 km^2 .

Ein Fussballfeld hat eine Länge von 105 m und eine Breite von 68 m.

Berechnen Sie, wie vielen Fussballfeldern der Flächeninhalt des Zürichsees entspricht.

Anzahl Fussballfelder: _____

6**Zwei Zahlen gesucht**

3 Punkte

Die Differenz zweier Zahlen ist 7.

Multipliziert man die beiden Zahlen miteinander, so erhält man 26 mehr, als wenn man zum Quadrat der kleineren Zahl viermal die grössere Zahl addiert.

Bestimmen Sie mit einer Gleichung die kleinere der beiden Zahlen.

kleinere Zahl: _____

7**Schlusspurt beim 5000-m-Lauf**

3 Punkte

Bei einem 5000-m-Lauf ist die Läuferin Ayana noch 400 m vom Ziel entfernt.

Die Läuferin Bintia liegt 20 Meter hinter ihr. Ayana und Bintia kommen gleichzeitig ins Ziel.

Berechnen Sie, wie schnell Bintia bei ihrem Schlusspurt durchschnittlich gerannt ist,

- a) wenn Ayana 62.5 s für die letzten 400 m benötigte.

Geben Sie Ihre Resultate in km/h an.

Genauigkeit: 1 Dezimale.

Geschwindigkeit Bintia: _____ km/h

- b) wenn Ayana die letzten 400 m mit durchschnittlich 6.25 m/s zurücklegte.

Geben Sie Ihre Resultate in km/h an.

Genauigkeit: 1 Dezimale.

Geschwindigkeit Bintia: _____ km/h

8 Rabatt und Zinssatz

3 Punkte

- a) Im Sonderverkauf wird der Preis eines Pullovers, der bereits um 30 % reduziert wurde, nochmals um 50 % herabgesetzt. Jetzt kostet der Pullover noch CHF 59.15.

Berechnen Sie den ursprünglichen Preis in CHF und den gesamten Rabatt in Prozent.

ursprünglicher Preis: _____ CHF

gesamter Rabatt: _____ %

- b) Julia leiht Luca CHF 50 und macht mit ihm ab, dass er ihr nach 4 Monaten CHF 52 zurückgibt.

Berechnen Sie den (jährlichen) Zinssatz in Prozent, den Julia verlangt.

Zinssatz: _____ %

9 Zwei Wassertanks

4 Punkte

Der Wassertank A ist zu Beginn vollständig gefüllt und wird nun entleert.

Die Wassermenge im Tank A wird durch die folgende Gerade beschrieben:

Der Wassertank B ist zu Beginn leer und wird nun gefüllt.

Die Wassermenge im Tank B wird durch die Funktionsgleichung $y = 1.5x$ beschrieben.

Dabei steht x für die Zeit (in Minuten) ab Beginn und y für die Wassermenge (in Litern) im Tank.

- a) Bestimmen Sie die Funktionsgleichung, welche die Wassermenge im Tank A beschreibt.
Stellen Sie diese in der Form $y = \dots$ dar.

$y =$: _____

- b) Zeichnen Sie den Graphen der Funktion $y = 1.5x$ im obigen Diagramm ein.

- c) Berechnen Sie, wie viele Liter Wasser im Tank B nach 2 h vorhanden sind.

Wassermenge: _____ l

- d) Lesen Sie im Diagramm ab, nach wie vielen Minuten die gleiche Wassermenge im Tank A und im Tank B vorhanden ist.

Zeit: _____ min

10 Steigungen einer Strecke

3 Punkte

Gegeben ist folgende Figur.

Die Skizze ist nicht massstabsgetreu.

- a) Berechnen Sie die Steigung der Strecke AB in Prozent.

Steigung AB: _____ %

- b) Die Steigung der Strecke BC beträgt 48 %. Berechnen Sie die Länge der Strecke x.

x: _____ m

c) Die Steigung der Strecke DC beträgt 150 %. Berechnen Sie die Höhe y des Ortes D.

y : _____ m ü. M.

11 Dreieck im Halbkreis

3 Punkte

Gegeben ist folgende Figur.

Die Skizze ist nicht massstabsgetreu.

M ist der Mittelpunkt des Halbkreises.

Berechnen Sie den Umfang des Dreiecks ABC.

Umfang: _____ mm

12 Ansichten eines Würfelkörpers

2 Punkte

Der folgende Würfelkörper wird mehrfach gekippt und gedreht.

Anschliessend wird eine Ansicht von vorne gezeichnet.

Von den 9 Ansichten sind 2 **nicht** von diesem Würfelkörper.

Kreuzen Sie die 2 falschen Ansichten an.

Sie dürfen maximal 2 Kreuze setzen.

Die Ansichten sind zeilenweise von 1 (oben links) bis 9 (unten rechts) nummeriert.

Ansicht 1 (oben links) (passt / falsch): _____

Ansicht 2 (oben Mitte) (passt / falsch): _____

Ansicht 3 (oben rechts) (passt / falsch): _____

Ansicht 4 (Mitte links) (passt / falsch): _____

Ansicht 5 (Mitte Mitte) (passt / falsch): _____

Ansicht 6 (Mitte rechts) (passt / falsch): _____

Ansicht 7 (unten links) (passt / falsch): _____

Ansicht 8 (unten Mitte) (passt / falsch): _____

Ansicht 9 (unten rechts) (passt / falsch): _____

13 Pyramide und Zylinder

2 Punkte

Die Pyramide links mit quadratischer Grundfläche hat das gleiche Volumen wie der gleich hohe Zylinder rechts.

Berechnen Sie den Radius des Zylinders.

Genauigkeit: 1 Dezimale.

r: _____ cm

14 Kugeln ziehen

3 Punkte

In einer Schachtel liegen drei rote, zwei blaue und zwei grüne Kugeln.

- a) Sie ziehen zufällig eine Kugel, legen diese zurück und ziehen erneut zufällig eine Kugel. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Sie zweimal eine grüne Kugel ziehen.

Wahrscheinlichkeit: _____

- b) Sie ziehen aus den sieben Kugeln nacheinander zufällig zwei Kugeln, ohne sie wieder zurückzulegen. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Sie zweimal eine rote Kugel ziehen.

Wahrscheinlichkeit: _____

- c) Sie ziehen aus den sieben Kugeln nacheinander zufällig zwei Kugeln, ohne sie wieder zurückzulegen. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Sie zweimal keine blaue Kugel ziehen.

Wahrscheinlichkeit: _____

Lösungen

BMS-Aufnahmeprüfung 2023 Mathematik BM1 und FMS. Lösungswege von Fokus Nachhilfe nach der offiziellen Lösung des Kantons.

1 Terme vereinfachen

2 Punkte

a) Ergebnis: $3ab$

- Klammer ausmultiplizieren (Minus vor der Klammer kehrt die Vorzeichen um):
 $-a(3b - 2a) = -3ab + 2a^2$
- $3a^2 - 3ab + 2a^2 + 6ab - 5a^2$
- Gleichartige Glieder zusammenfassen: $3a^2 + 2a^2 - 5a^2 = 0$ und $-3ab + 6ab = 3ab$
- Ergebnis: $3ab$

b) Ergebnis: $21 + 22a - 8a^2$

- Jedes Glied der ersten Klammer mit jedem Glied der zweiten multiplizieren:

$$(-7)(-3) + (-7)(-4a) + 2a \cdot (-3) + 2a \cdot (-4a) = 21 + 28a - 6a - 8a^2$$

- Zusammenfassen: $21 + 22a - 8a^2$
-

2 Bruchterm und Wurzeln

4 Punkte

a) Ergebnis: 4

- Durch einen Bruch dividieren heisst mit dem Kehrwert multiplizieren.
- Den Zähler mit der 3. binomischen Formel zerlegen: $x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$

$$\frac{(x - 3)(x + 3)}{x + 3} \cdot \frac{4}{x - 3} = 4$$

- $(x + 3)$ und $(x - 3)$ kürzen sich weg, es bleibt 4.

b) Ergebnis: $11a$

- Erste Summe: Wurzeln zusammenfassen: $\sqrt{2a} \cdot \sqrt{32a} = \sqrt{64a^2} = 8a$
- Zweite Summe: $(7a)^2 - 40a^2 = 49a^2 - 40a^2 = 9a^2$, also $\sqrt{9a^2} = 3a$
- $8a + 3a = 11a$

3 Gleichungen lösen

4 Punkte

a) Ergebnis: $x = 6$

- Binomische Formeln anwenden: $x^2 + 4x + 4 + x^2 - 2x + 1 = 2x^2 + 17$
- $2x^2$ fällt auf beiden Seiten weg: $2x + 5 = 17$
- $2x = 12$
- $x = 6$

b) Ergebnis: $x = 9$

- Mit dem Hauptnenner 21 multiplizieren: $21x - 3(x + 5) = 42 + 35(x - 6)$
- Klammern auflösen: $21x - 3x - 15 = 42 + 35x - 210$
- Zusammenfassen: $18x - 15 = 35x - 168$
- $153 = 17x$
- $x = 9$

4 Formel umstellen

2 Punkte

a) Ergebnis: $a = \frac{14b-8}{b} = 14 - \frac{8}{b}$

- Mit 7 multiplizieren: $14b = ab + 8$
- 8 subtrahieren: $14b - 8 = ab$
- Durch b dividieren: $a = \frac{14b-8}{b} = 14 - \frac{8}{b}$

b) Ergebnis: $b = \frac{8}{14-a} = -\frac{8}{a-14}$

- Mit 7 multiplizieren: $14b = ab + 8$
- Alle Glieder mit b auf eine Seite: $14b - ab = 8$
- b ausklammern: $b(14 - a) = 8$
- Durch $(14 - a)$ dividieren: $b = \frac{8}{14-a} = -\frac{8}{a-14}$

5 Einheiten umrechnen

2 Punkte

a) Ergebnis: 2800 cm^3

- $1 \text{ hl} = 100 \text{ l}$: $0.028 \text{ hl} = 2.8 \text{ l}$

- $1\text{ l} = 1\text{ dm}^3 = 1000\text{ cm}^3$; $2.8\text{ l} = 2.8\text{ dm}^3 = 2800\text{ cm}^3$

b) **Ergebnis:** $\approx 12\,633$ Fussballfelder (12 633.05)

- $1\text{ km}^2 = 1000\text{ m} \cdot 1000\text{ m} = 1\,000\,000\text{ m}^2$, also $90.2\text{ km}^2 = 90\,200\,000\text{ m}^2$
- Fläche eines Fussballfelds: $105 \cdot 68 = 7140\text{ m}^2$

$$\frac{90.2 \cdot 1000 \cdot 1000}{105 \cdot 68} = \frac{90\,200\,000}{7140} \approx 12\,633.05$$

- Der Zürichsee entspricht rund 12 633 Fussballfeldern.

6 Zwei Zahlen gesucht

3 Punkte

Ergebnis: Die kleinere Zahl ist 18.

kleinere Zahl	grössere Zahl
x	$x + 7$

- Produkt = Quadrat der kleineren Zahl + viermal die grössere Zahl + 26:

$$x(x + 7) = x^2 + 4(x + 7) + 26$$

- $x^2 + 7x = x^2 + 4x + 28 + 26$
- x^2 fällt weg: $3x = 54$
- $x = 18$ (die grössere Zahl ist 25; Probe: $18 \cdot 25 = 450 = 324 + 100 + 26$)

7 Schlusspurt beim 5000-m-Lauf

3 Punkte

a) **Ergebnis:** $\approx 24.2\text{ km/h}$

- Bintia muss $400 + 20 = 420\text{ m}$ laufen, in derselben Zeit wie Ayana: 62.5 s.

$$v = \frac{s}{t} = \frac{420}{62.5}\text{ m/s} = 6.72\text{ m/s}$$

- Umrechnen mit dem Faktor 3.6: $6.72 \cdot 3.6 = 24.192\text{ km/h} \approx 24.2\text{ km/h}$

b) **Ergebnis:** $\approx 23.6\text{ km/h}$

- Zuerst Ayanas Zeit: $t = \frac{s}{v} = \frac{400}{6.25} \text{ s} = 64 \text{ s}$
- Bintia läuft 420 m in 64 s:

$$v = \frac{420}{64} \text{ m/s} = 6.5625 \text{ m/s}$$

- $6.5625 \cdot 3.6 = 23.625 \text{ km/h} \approx 23.6 \text{ km/h}$

8

Rabatt und Zinssatz

3 Punkte

a) **Ergebnis: Ursprünglicher Preis: CHF 169; gesamter Rabatt: 65 %**

- Nach der Reduktion um 50 % bleiben 50 % = 0.5 des Preises: Preis nach der 30%-Reduktion = $\frac{59.15}{0.5} = \text{CHF } 118.30$
- Nach der Reduktion um 30 % bleiben 70 % = 0.7: ursprünglicher Preis = $\frac{118.30}{0.7} = \text{CHF } 169$
- Gesamter Rabatt: Es bleiben $0.7 \cdot 0.5 = 0.35$ des Preises, also $1 - 0.35 = 0.65 = 65 \%$ Rabatt.
- Achtung: Die Prozentsätze darf man nicht einfach addieren (30 % + 50 % wären falsch).

b) **Ergebnis: 12 %**

- Zins für 4 Monate: $52 - 50 = \text{CHF } 2$
- Auf ein Jahr (12 Monate) hochrechnen: $2 \cdot \frac{12}{4} = \text{CHF } 6$

$$p = \frac{2}{50} \cdot \frac{12}{4} = 0.12 = 12 \%$$

9

Zwei Wassertanks

4 Punkte

a) **Ergebnis: $y = -x + 50$**

- Achsenabschnitt: Zu Beginn ($x = 0$) sind 50 Liter im Tank, also $b = 50$.
- Steigung: Von $x = 0$ bis $x = 10$ sinkt der Inhalt von 50 auf 40 Liter: $m = \frac{-10}{10} = -1$
- $y = -x + 50$

b) Ergebnis: Gerade durch $(0 \mid 0)$, $(20 \mid 30)$ und $(40 \mid 60)$

- Die Gerade beginnt im Ursprung $(0 \mid 0)$, weil Tank B zu Beginn leer ist.
- Weitere Punkte berechnen: $x = 20 \Rightarrow y = 30$; $x = 40 \Rightarrow y = 60$
- Die Punkte verbinden und die Gerade bis zum Rand des Diagramms zeichnen ($x = 50 \Rightarrow y = 75$).

c) Ergebnis: 180 Liter

- x ist in Minuten angegeben: $2 \text{ h} = 120 \text{ min}$
- $y = 1.5 \cdot 120 = 180$
- Nach 2 h sind in Tank B 180 Liter Wasser vorhanden.

d) Ergebnis: Nach 20 min

- Gesucht ist der Schnittpunkt der beiden Geraden.
- Die Geraden schneiden sich im Punkt $(20 \mid 30)$: Nach 20 min ist in Tank A und B die gleiche Wassermenge (30 Liter) vorhanden.
- Kontrolle: $-20 + 50 = 30$ und $1.5 \cdot 20 = 30$

10 Steigungen einer Strecke

3 Punkte

a) **Ergebnis:** 60 %

- Steigung = Höhendifferenz : horizontale Distanz
- Höhendifferenz: $800 - 500 = 300$ m, horizontale Distanz: 500 m

$$\frac{300}{500} = 0.6 = 60 \%$$

b) **Ergebnis:** $x = 250$ m

- Höhendifferenz von B nach C: $920 - 800 = 120$ m
- $\frac{120}{x} = 0.48$, also

$$x = \frac{120}{0.48} \text{ m} = 250 \text{ m}$$

c) **Ergebnis:** Der Ort D befindet sich 650 m ü. M.

- Bei 150 % Steigung beträgt die Höhendifferenz auf 180 m horizontal: $1.5 \cdot 180 = 270 \text{ m}$
- D liegt tiefer als C: $y = 920 - 1.5 \cdot 180 = 920 - 270 = 650$
- Der Ort D befindet sich 650 m ü. M.

11 Dreieck im Halbkreis

3 Punkte

Ergebnis: $u = 390 \text{ mm}$

- A, B und C liegen auf dem Halbkreis, darum sind alle drei gleich weit von M entfernt:
 $\overline{AM} = \overline{CM} = 84.5 \text{ mm}$
- $\overline{AB} = 2 \cdot \overline{AM} = 2 \cdot 84.5 \text{ mm} = 169 \text{ mm}$
- Pythagoras im rechtwinkligen Dreieck MFC:

$$\overline{MF} = \sqrt{\overline{CM}^2 - \overline{CF}^2} = \sqrt{84.5^2 - 60^2} \text{ mm} = 59.5 \text{ mm}$$

- Pythagoras im Dreieck AFC mit $\overline{AF} = \overline{AM} + \overline{MF} = 144 \text{ mm}$:

$$\overline{AC} = \sqrt{(84.5 + 59.5)^2 + 60^2} \text{ mm} = \sqrt{144^2 + 60^2} \text{ mm} = 156 \text{ mm}$$

- Nach dem Satz des Thales hat das Dreieck ABC bei C einen rechten Winkel:

$$\overline{BC} = \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{AC}^2} = \sqrt{169^2 - 156^2} \text{ mm} = 65 \text{ mm}$$

- Umfang: $u = 169 \text{ mm} + 156 \text{ mm} + 65 \text{ mm} = 390 \text{ mm}$

12 Ansichten eines Würfelkörpers

2 Punkte

Ergebnis: Falsch sind Ansicht 3 (oben rechts) und Ansicht 8 (unten Mitte).

- Bauen Sie den Körper gedanklich (oder mit Würfeln) nach und drehen bzw. kippen Sie ihn so, dass jeweils eine andere Seite nach vorne schaut.
- Vergleichen Sie jede Ansicht mit den möglichen Umrissen: Sieben Ansichten lassen sich so erzeugen.
- Die Ansichten 3 (oben rechts) und 8 (unten Mitte) passen zu keiner Lage des Körpers: Sie werden angekreuzt.

13 Pyramide und Zylinder

2 Punkte

Ergebnis: $r \approx 2.9 \text{ cm}$

- Volumen der Pyramide:

$$V = \frac{G \cdot h}{3} = \frac{9^2 \cdot 9}{3} \text{ cm}^3 = 243 \text{ cm}^3$$

- Der Zylinder hat dasselbe Volumen und dieselbe Höhe $h = 9 \text{ cm}$: $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$, also

$$r = \sqrt{\frac{V}{\pi \cdot h}} = \sqrt{\frac{243}{\pi \cdot 9}} \text{ cm} \approx 2.9 \text{ cm}$$

14 Kugeln ziehen

3 Punkte

a) Ergebnis: $p = \frac{4}{49} \approx 0.082 = 8.2 \%$

- Mit Zurücklegen: Bei beiden Zügen sind 2 von 7 Kugeln grün.

$$p = \frac{2}{7} \cdot \frac{2}{7} = \frac{4}{49} \approx 0.082 = 8.2 \%$$

b) **Ergebnis:** $p = \frac{1}{7} \approx 0.143 = 14.3 \%$

- 1. Zug: 3 von 7 Kugeln sind rot.
- 2. Zug: Es liegen nur noch 6 Kugeln in der Schachtel, davon 2 rote.

$$p = \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{6} = \frac{6}{42} = \frac{1}{7} \approx 0.143 = 14.3 \%$$

c) **Ergebnis:** $p = \frac{10}{21} \approx 0.476 = 47.6 \%$

- „Keine blaue Kugel“ heisst rot oder grün: 5 von 7 Kugeln.
- 2. Zug: Von den restlichen 6 Kugeln sind noch 4 nicht blau.

$$p = \frac{5}{7} \cdot \frac{4}{6} = \frac{20}{42} = \frac{10}{21} \approx 0.476 = 47.6 \%$$