

Mathematik

90 Minuten · 14 Aufgaben · 40 Punkte

Name: _____

- 90 Minuten
- Taschenrechner (von der Bildungsdirektion zugelassen) erlaubt
- Konstruktionswerkzeug erlaubt (Zirkel, Geometrie-Dreieck, Massstab)
- Lösungswege müssen klar ersichtlich sein
- Resultate vollständig vereinfacht, falls nichts anderes verlangt

1 Terme vereinfachen und faktorisieren

4 Punkte

Vereinfachen Sie die Terme so weit wie möglich.

a) $-2c^2 - (-3c)^2$

Term: _____

b) $\sqrt{(7m)^2 - 4m^2} \cdot \sqrt{(4m)^2 + 4m^2}$

Term: _____

c) $\frac{1}{4ab} - \frac{1}{6a^2}$

Term: _____

d) Faktorisieren Sie den Term so weit wie möglich.

$$5y^2 - 30y + 45$$

Term: _____

2 Terme vereinfachen

4 Punkte

Vereinfachen Sie die Terme so weit wie möglich.

a) $(x - 3)(x + 5) - (x - 7)^2$

Term: _____

b) $\frac{x \cdot 3x^2}{2} \cdot \frac{4}{x} - \frac{3x}{2} : \frac{4}{x}$

Term: _____

3 Gleichungen lösen

4 Punkte

Bestimmen Sie jeweils die Lösung der Gleichung.

a) $3 \cdot (x - 1)^2 = 21 + 3x^2 + 12x$

X: _____

b) $\frac{5(x-2)}{3} - \frac{2x+1}{2} = \frac{x+3}{4}$

x: _____

4 Formeln nach x auflösen

2 Punkte

Lösen Sie die folgenden Gleichungen nach der Variablen x auf.

a) $3x - ax = 2$

x: _____

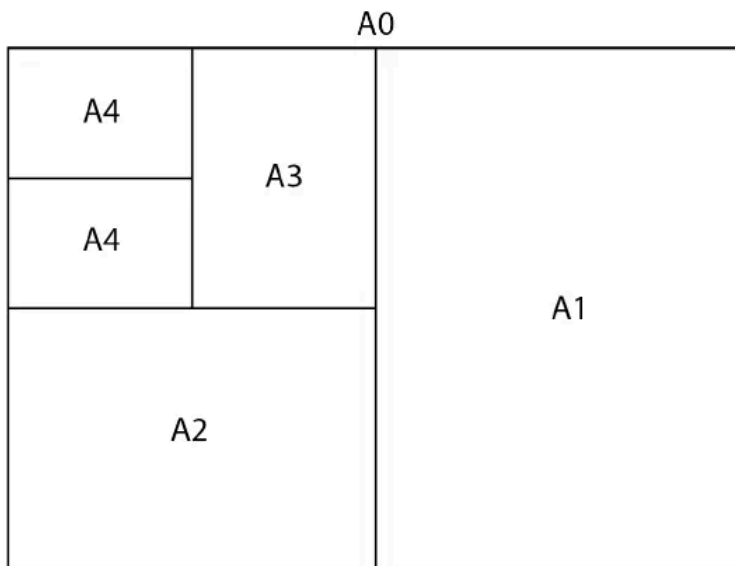
b) $\frac{x}{2c} = \frac{2c-x}{c}$

x: _____

5 Papierformate A4 bis A0

2 Punkte

Ein Bogen Papier im Format A4 ist 21 cm breit und 29.7 cm lang. Zwei Bogen A4 nebeneinander gelegt ergeben das Format A3, zwei Bogen A3 nebeneinander gelegt das Format A2, und so weiter.



- a) Geben Sie die Fläche eines Bogens im Format A0 in m^2 an.
Genauigkeit: 1 Dezimale.

Fläche A0: _____ m^2

- b) Ein Stapel A4-Papier ist 25 cm hoch.
Berechnen Sie das Volumen des Papierstapels in Litern.
Genauigkeit: 1 Dezimale.

Volumen: _____ l

6 Rekordfahrt über den Atlantik

2 Punkte

«Blue Riband of the Atlantic» steht für einen Ehrentitel, der demjenigen Passagierschiff vergeben wurde, welches den Atlantik von Europa nach New York am schnellsten überquerte. 1952 erhielt das Schiff «United States» diesen Titel für eine Fahrt, die 3 Tage 10 Stunden und 36 Minuten dauerte. Die durchschnittliche Geschwindigkeit betrug dabei 35.6 Knoten. Die

Geschwindigkeit von einem Knoten entspricht dem Zurücklegen von 30.8 Metern in einer Minute.

Berechnen Sie die Länge der Route (in km), die bei dieser Rekordfahrt zurückgelegt wurde.

Genauigkeit: ganze Kilometer.

Länge der Route: _____ km

7 **Prozente und Bevölkerungswachstum**

3 Punkte

- a) In einem Zug sitzen 20 % der Reisenden in der 1. Klasse und 80 % in der 2. Klasse. 70 % der Reisenden der 2. Klasse sind auf dem Weg zur Arbeit. Die übrigen 330 Reisenden der 2. Klasse sind privat unterwegs.

Berechnen Sie, wie viele Reisende insgesamt im Zug unterwegs sind.

Reisende insgesamt: _____

- b) In einer Stadt leben aktuell 40 000 Menschen. Das jährliche Wachstum der Bevölkerung wird auf 0.5 % geschätzt.

Berechnen Sie, wie viele Menschen voraussichtlich in 6 Jahren in dieser Stadt leben werden.

Menschen in 6 Jahren: _____

8 Gleichungen aufstellen

3 Punkte

In dieser Aufgabe sollen Gleichungen aufgestellt werden. Das Lösen oder Vereinfachen der Gleichungen ist **nicht** verlangt.

- a) Das Baby Cleo braucht durchschnittlich 6 Windeln am Tag. Ihre Mutter hat x Packungen zu je 22 Windeln gekauft. Ihr Vater hat gleich viele Aktionspackungen zu je 44 Windeln besorgt. Cleo ist nun für 33 Tage mit Windeln versorgt.

x : Anzahl Windelpackungen, die Cleos Mutter gekauft hat

Stellen Sie eine Gleichung auf, welche die Situation korrekt beschreibt und in der nur die Variable x vorkommt.

Ihre Gleichung: _____

- b) Sam und Aydin sind zusammen 33 Jahre alt. Vor 6 Jahren betrug Sams Alter drei Viertel von Aydins Alter.

x : Alter von Aydin heute

Stellen Sie eine Gleichung auf, welche die Situation korrekt beschreibt und in der nur die Variable x vorkommt.

Ihre Gleichung: _____

9 Geraden zeichnen und bestimmen

4 Punkte

- a) Zeichnen Sie die Gerade mit der Funktionsgleichung $y = 2x - 6$ ins Diagramm.

- b) Eine Gerade hat die Steigung 0.4 und verläuft durch den Punkt $P(-5 \mid -4)$.
Zeichnen Sie die Gerade ins Diagramm.

c) Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Geraden.

Ihre Antwort: $y =$ _____

$y =$: _____

d) Der Punkt $P(x / 53)$ liegt auf der Geraden mit der Funktionsgleichung $y = 5x + 18$.
Berechnen Sie x .

x : _____



- a) Gegeben ist folgende Figur. Die Skizze ist nicht massstabsgetreu.

Die beiden Halbkreise haben die Mittelpunkte M_1 und M_2 .

Berechnen Sie den Winkel α .

α : _____ °

- b) Gegeben ist folgende Figur. Die Skizze ist nicht massstabsgetreu.

Der Halbkreis hat den Mittelpunkt M .

Berechnen Sie den Winkel β .

β : _____ °

11 Dreieck im Thaleskreis

2 Punkte

Gegeben ist folgende Figur. Die Skizze ist nicht massstabsgetreu.

A und M sind Mittelpunkte der Kreisbogen.

Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks ABC.

Genauigkeit: 1 Dezimale.

Flächeninhalt: _____ cm²

12 Schwerlinie im Koordinatensystem

2 Punkte

Im abgebildeten Koordinatensystem ist ein Dreieck mit den Eckpunkten A, B und C eingezeichnet. Die drei Punkte A, B und C haben ganzzahlige Koordinaten.

Berechnen Sie die Länge der Schwerlinie s_a (= Seitenhalbierende s_a).

Genauigkeit: 2 Dezimalen.

s_a : _____

13 Halbzylinder: Volumen und Raumdiagonale

3 Punkte

Gegeben ist folgender Körper.

Das Viereck ABCD ist ein Rechteck. Der Punkt M liegt in der Mitte des Halbkreisbogens.

a) Berechnen Sie das Volumen des Körpers.

Genauigkeit: 1 Dezimale.

Volumen: _____ dm^3

- b) Berechnen Sie die Länge der Strecke AM.

Genauigkeit: 1 Dezimale.

AM: _____ dm

- c) Berechnen Sie die Steigung der Strecke AM in Prozent.

Genauigkeit: 1 Dezimale.

Steigung: _____ %

14 **Felder umdrehen im Handyspiel**

3 Punkte

Bei einem Spiel auf dem Handy werden Ihnen zehn leere Felder angezeigt. Durch Antippen können die Felder umgedreht werden. Hinter fünf Feldern steht eine «0», hinter drei Feldern eine «2» und hinter zwei Feldern eine «5».

Kai dreht zwei verschiedene Felder um. Die Summe der Ziffern auf den Feldern ist sein Gewinn.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Kai

- a) keine Punkte gewinnt.

Wahrscheinlichkeit: _____

b) genau 7 Punkte gewinnt.

Wahrscheinlichkeit: _____

c) kein Feld mit der Ziffer «2» umdreht.

Wahrscheinlichkeit: _____

Lösungen

BMS-Aufnahmeprüfung 2024 Mathematik BM1 und FMS. Lösungswege von Fokus Nachhilfe nach der offiziellen Lösung des Kantons.

1 Terme vereinfachen und faktorisieren

4 Punkte

a) **Ergebnis:** $-11c^2$

- Zuerst die Klammer quadrieren: $(-3c)^2 = 9c^2$ (das Minus wird mitquadriert).
- $-2c^2 - 9c^2 = -11c^2$

b) **Ergebnis:** $30m^2$

- Unter den Wurzeln zusammenfassen: $(7m)^2 - 4m^2 = 49m^2 - 4m^2 = 45m^2$ und $(4m)^2 + 4m^2 = 16m^2 + 4m^2 = 20m^2$.
- Wurzeln zusammennehmen: $\sqrt{45m^2} \cdot \sqrt{20m^2} = \sqrt{45 \cdot 20} \cdot m^2 = \sqrt{900} \cdot m^2 = 30m^2$

c) **Ergebnis:** $\frac{3a - 2b}{12a^2b}$

- Hauptnenner: $12a^2b$.
- Erweitern: $\frac{1}{4ab} = \frac{3a}{12a^2b}$ und $\frac{1}{6a^2} = \frac{2b}{12a^2b}$.
- $\frac{3a}{12a^2b} - \frac{2b}{12a^2b} = \frac{3a - 2b}{12a^2b}$

d) **Ergebnis:** $5(y - 3)^2$

- Zuerst den gemeinsamen Faktor 5 ausklammern: $5y^2 - 30y + 45 = 5(y^2 - 6y + 9)$.
- Die Klammer ist eine binomische Formel: $y^2 - 6y + 9 = (y - 3)^2$.
- Ergebnis: $5(y - 3)^2$

2 Terme vereinfachen

4 Punkte

a) **Ergebnis:** $16x - 64 = 16(x - 4)$

- Ausmultiplizieren: $(x - 3)(x + 5) = x^2 + 2x - 15$
- Binomische Formel: $(x - 7)^2 = x^2 - 14x + 49$
- Klammer mit Minus davor auflösen: $x^2 + 2x - 15 - x^2 + 14x - 49$

- Zusammenfassen: $16x - 64 = 16(x - 4)$

b) **Ergebnis:** $\frac{45x^2}{8} = 5.625x^2$

- Punkt vor Strich: zuerst Multiplikation und Division.

- $\frac{x \cdot 3x^2}{2} \cdot \frac{4}{x} = \frac{12x^3}{2x} = 6x^2$

- Durch einen Bruch teilen = mit dem Kehrwert multiplizieren: $\frac{3x}{2} : \frac{4}{x} = \frac{3x}{2} \cdot \frac{x}{4} = \frac{3x^2}{8}$

- $6x^2 - \frac{3x^2}{8} = \frac{48x^2 - 3x^2}{8} = \frac{45x^2}{8} = 5.625x^2$

3 Gleichungen lösen

4 Punkte

a) **Ergebnis:** $x = -1$

- Binomische Formel: $3 \cdot (x^2 - 2x + 1) = 21 + 3x^2 + 12x$
- Ausmultiplizieren: $3x^2 - 6x + 3 = 21 + 3x^2 + 12x$
- $3x^2$ fällt auf beiden Seiten weg: $-6x + 3 = 21 + 12x$
- $-18x = 18$, also $x = -1$

b) **Ergebnis:** $x = 11$

- Alles auf den Hauptnenner 12 bringen: $\frac{20x - 40}{12} - \frac{12x + 6}{12} = \frac{3x + 9}{12}$
- Mit 12 multiplizieren (Minus vor dem Bruch wirkt auf den ganzen Zähler): $20x - 40 - 12x - 6 = 3x + 9$
- $8x - 46 = 3x + 9$
- $5x = 55$, also $x = 11$

4 Formeln nach x auflösen

2 Punkte

a) **Ergebnis:** $x = \frac{2}{3-a} = -\frac{2}{a-3}$

- x ausklammern: $x(3-a) = 2$
- Durch $(3-a)$ teilen: $x = \frac{2}{3-a} = -\frac{2}{a-3}$

b) **Ergebnis:** $x = \frac{4c}{3}$

- Rechte Seite auf den Nenner $2c$ erweitern: $\frac{x}{2c} = \frac{4c - 2x}{2c}$
- Gleiche Nenner, also gleiche Zähler: $x = 4c - 2x$
- $3x = 4c$, also $x = \frac{4c}{3}$

5 Papierformate A4 bis A0

2 Punkte

a) **Ergebnis:** $\approx 1.0 \text{ m}^2$

- Fläche A4: $21 \text{ cm} \cdot 29.7 \text{ cm} = 623.7 \text{ cm}^2 = 0.06237 \text{ m}^2$
- Jede Stufe verdoppelt die Fläche: $A_3 = 2 \cdot A_4$, $A_2 = 4 \cdot A_4$, $A_1 = 8 \cdot A_4$, $A_0 = 16 \cdot A_4$.
- Fläche A0: $0.06237 \text{ m}^2 \cdot 2^4 = 0.99792 \text{ m}^2 \approx 1.0 \text{ m}^2$

b) **Ergebnis:** $\approx 15.6 \text{ l}$

- Der Stapel ist ein Quader: $21 \text{ cm} \cdot 29.7 \text{ cm} \cdot 25 \text{ cm} = 15\,592.5 \text{ cm}^3$
- $1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ ml}$, also $15\,592.5 \text{ ml} \approx 15.6 \text{ l}$

6 Rekordfahrt über den Atlantik

2 Punkte

Ergebnis: $\approx 5434 \text{ km}$

- Geschwindigkeit in m/min: $35.6 \cdot 30.8 \text{ m/min} = 1096.48 \text{ m/min}$
- Fahrzeit in Minuten: $3 \text{ d } 10 \text{ h } 36 \text{ min} = (3 \cdot 24 + 10) \text{ h } 36 \text{ min} = 82 \text{ h } 36 \text{ min} = 82 \cdot 60 + 36 = 4956 \text{ min}$
- Strecke = Geschwindigkeit $\cdot$ Zeit: $1096.48 \text{ m/min} \cdot 4956 \text{ min} \approx 5\,434\,154.9 \text{ m} \approx 5434 \text{ km}$
- Gleich gut geht es in km/h: $\frac{60 \cdot 30.8}{1000} \cdot 35.6 \approx 65.79 \text{ km/h}$ und $82.6 \text{ h} \cdot 65.79 \text{ km/h} \approx 5434 \text{ km}$.

7 Prozente und Bevölkerungswachstum

3 Punkte

a) **Ergebnis:** Im Zug sind insgesamt 1375 Reisende unterwegs.

- Die 330 privat Reisenden sind die übrigen 30 % der 2. Klasse.

- Reisende in der 2. Klasse: $\frac{330}{0.3} = 1100$
- Die 2. Klasse sind 80 % aller Reisenden: $\frac{1100}{0.8} = 1375$

b) **Ergebnis: In 6 Jahren werden voraussichtlich 41 215 Menschen in der Stadt leben.**

- Jedes Jahr wird die Bevölkerung mit dem Faktor 1.005 multipliziert (100 % + 0.5 %).
- Nach 6 Jahren: $40\,000 \cdot 1.005^6 \approx 41\,215$

8 Gleichungen aufstellen

3 Punkte

a) **Ergebnis: $22x + 44x = 198$ (oder eine gleichwertige, umgestellte Gleichung)**

- Windeln der Mutter: $22x$
- Windeln des Vaters (gleich viele Packungen): $44x$
- Benötigte Windeln für 33 Tage: $33 \cdot 6 = 198$
- Gleichung: $22x + 44x = 198$ (gleichwertig z. B. $22x + 44x = 33 \cdot 6$)

b) **Ergebnis: $33 - x - 6 = \frac{3}{4}(x - 6)$ oder $27 - x = \frac{3}{4}(x - 6)$ (oder eine gleichwertige, umgestellte Gleichung)**

Eine Tabelle hilft:

	Alter von Aydin	Alter von Sam
heute	x	$33 - x$
vor 6 Jahren	$x - 6$	$33 - x - 6$

- Vor 6 Jahren war Sams Alter drei Viertel von Aydins Alter.
- Gleichung: $33 - x - 6 = \frac{3}{4}(x - 6)$, also $27 - x = \frac{3}{4}(x - 6)$

9 Geraden zeichnen und bestimmen

4 Punkte

a) **Ergebnis: Gerade durch $(0 / -6)$ und $(3 / 0)$**

- Der y-Achsenabschnitt ist -6 : Punkt $(0 / -6)$.
- Steigung 2: pro Schritt 1 nach rechts geht es 2 nach oben, z. B. zum Punkt $(3 / 0)$.
- Die Gerade durch diese Punkte zeichnen.

b) **Ergebnis:** Gerade $y = 0.4x - 2$ durch $(-5 / -4)$ und $(0 / -2)$

- Steigung $0.4 = \frac{2}{5}$: pro 5 nach rechts geht es 2 nach oben.
- Von $P(-5 / -4)$ aus: 5 nach rechts, 2 nach oben ergibt $(0 / -2)$, dann weiter $(5 / 0)$.
- Die Gerade durch diese Punkte zeichnen (Gleichung $y = 0.4x - 2$).

c) **Ergebnis:** $y = -\frac{3}{5}x + 4$ oder $y = -0.6x + 4$

- Die Gerade schneidet die y-Achse bei 4: y-Achsenabschnitt 4.
- Von $(0 / 4)$ nach $(5 / 1)$: 5 nach rechts, 3 nach unten. Steigung $-\frac{3}{5} = -0.6$.
- $y = -\frac{3}{5}x + 4 = -0.6x + 4$

d) **Ergebnis:** $x = 7$

- $y = 53$ in die Gleichung einsetzen: $53 = 5x + 18$

- $35 = 5x$, also $x = 7$

10 Winkel am Halbkreis

2 Punkte

a) **Ergebnis:** $\alpha = 137^\circ$

- Beide Dreiecke haben eine Seite als Durchmesser ihres Halbkreises und die dritte Ecke auf dem Bogen. Nach Thales ist der Winkel an dieser Ecke 90° .
- Kleines Dreieck (Halbkreis um M_1): Winkel unten links 65° , oben 90° , also unten rechts $180^\circ - 65^\circ - 90^\circ = 25^\circ$.
- Grosses Dreieck (Halbkreis um M_2): Winkel rechts 72° , oben 90° , also unten links $180^\circ - 72^\circ - 90^\circ = 18^\circ$.
- α liegt im Dreieck, das die beiden Geraden mit dem Durchmesser bilden. Dessen Winkel unten sind 18° und 25° .
- $\alpha = 180^\circ - 18^\circ - 25^\circ = 137^\circ$

b) **Ergebnis:** $\beta = 28^\circ$

- Das grosse Dreieck hat den Durchmesser als Seite, seine obere linke Ecke liegt auf dem Bogen. Nach Thales ist der Winkel dort 90° .
- Die Senkrechte in M ist die Mittelsenkrechte des Durchmessers. Der Schnittpunkt mit der oberen Seite ist darum von beiden Enden des Durchmessers gleich weit entfernt. Das Dreieck aus diesem Punkt und dem Durchmesser ist gleichschenkelig: Der Winkel unten rechts ist ebenfalls β .
- Winkelsumme im grossen Dreieck: $(34^\circ + \beta) + \beta + 90^\circ = 180^\circ$
- $2\beta = 56^\circ$, also $\beta = 28^\circ$

11 Dreieck im Thaleskreis

2 Punkte

Ergebnis: $A_{ABC} \approx 55.4 \text{ cm}^2$

- Der grosse Bogen hat den Mittelpunkt M und geht durch A und B: $\overline{AM} = \overline{MB} = 8 \text{ cm}$, also $\overline{AB} = 16 \text{ cm}$.
- Der kleine Bogen hat den Mittelpunkt A und geht durch M und C: $\overline{AC} = \overline{AM} = 8 \text{ cm}$.
- C liegt auf dem Halbkreis über AB (Thales): Das Dreieck ABC ist rechtwinklig bei C.
- Pythagoras: $\overline{BC} = \sqrt{16^2 - 8^2} \text{ cm} \approx 13.86 \text{ cm}$
- Fläche (die Katheten sind Grundlinie und Höhe): $A_{ABC} = \frac{8 \cdot \overline{BC}}{2} \approx 55.4 \text{ cm}^2$

12 Schwerlinie im Koordinatensystem

2 Punkte

Ergebnis: $s_a \approx 9.49$

- Koordinaten ablesen: $A(-7 / -2), B(7 / -4), C(-3 / 6)$.
- Die Schwerlinie s_a verbindet A mit dem Mittelpunkt M der Gegenseite $a = \overline{BC}$.
- $M\left(\frac{7+(-3)}{2} / \frac{-4+6}{2}\right) = M(2 / 1)$
- Von A nach M: 9 nach rechts, 3 nach oben. Pythagoras: $s_a = \overline{AM} = \sqrt{9^2 + 3^2} = \sqrt{90} \approx 9.49$

13 Halbzylinder: Volumen und Raumdiagonale

3 Punkte

a) Ergebnis: $V \approx 31\,415.9 \text{ dm}^3$

- Der Körper ist ein halber Zylinder: Radius $r = 40 : 2 = 20 \text{ dm}$, Länge 50 dm .
- $V = \frac{1}{2} \cdot 20^2 \cdot \pi \cdot 50 \approx 31\,415.9 \text{ dm}^3$

b) Ergebnis: $\overline{AM} \approx 57.4 \text{ dm}$

- M liegt 20 dm über der Mitte der Strecke DC.
- Von A nach M: 20 dm in Richtung B (bis zur Mitte), 50 dm nach hinten (Richtung D), 20 dm nach oben (Radius).
- Pythagoras im Raum: $\overline{AM} = \sqrt{50^2 + 20^2 + 20^2} \text{ dm} = \sqrt{3300} \text{ dm} \approx 57.4 \text{ dm}$

c) Ergebnis: $\approx 37.1 \%$

- Steigung = Höhenunterschied : horizontale Strecke.

- Höhenunterschied: 20 dm. Horizontale Strecke (am Boden von A bis unter M):
 $\sqrt{20^2 + 50^2} \text{ dm} \approx 53.85 \text{ dm}.$
- $\frac{20}{\sqrt{20^2 + 50^2}} \approx 0.371 = 37.1 \%$

14 Felder umdrehen im Handyspiel

3 Punkte

a) **Ergebnis:** $p = \frac{2}{9} \approx 0.222 \approx 22.2 \%$

- Keine Punkte heisst: zweimal eine «0».
- Erstes Feld: 5 von 10 Feldern sind «0». Zweites Feld: noch 4 von 9.
- $p = \frac{5}{10} \cdot \frac{4}{9} = \frac{20}{90} = \frac{2}{9} \approx 22.2 \%$

b) **Ergebnis:** $p = \frac{2}{15} \approx 0.133 \approx 13.3 \%$

- 7 Punkte gibt es nur mit einer «2» und einer «5», in zwei möglichen Reihenfolgen.
- Zuerst «2», dann «5»: $\frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9}$. Zuerst «5», dann «2»: $\frac{2}{10} \cdot \frac{3}{9}$.
- $p = \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} + \frac{2}{10} \cdot \frac{3}{9} = \frac{12}{90} = \frac{2}{15} \approx 13.3 \%$

c) **Ergebnis:** $p = \frac{7}{15} \approx 0.467 \approx 46.7 \%$

- 7 von 10 Feldern zeigen keine «2». Beim zweiten Feld sind es noch 6 von 9.
- $p = \frac{7}{10} \cdot \frac{6}{9} = \frac{42}{90} = \frac{7}{15} \approx 46.7 \%$