

Mathematik

90 Minuten · 16 Aufgaben · 40 Punkte

Name: _____

- 90 Minuten
- Taschenrechner (übliche Sekundarschulrechner) und Zeichenutensilien erlaubt
- Keine Formelsammlung
- 16 Aufgaben, total 40 Punkte
- Der Lösungsweg wird mitbewertet

1 Bruchterm vereinfachen

2 Punkte

Vereinfachen Sie den Term und schreiben Sie das Resultat als Bruchterm.

$$\frac{4c + 3e}{9} - \frac{c + e}{3}$$

Resultat: _____

2 Wurzelterme vereinfachen

3 Punkte

Vereinfachen Sie so weit wie möglich.

$$\frac{\sqrt{(8x)^2 + 3x \cdot 12x}}{4} - \frac{\sqrt{15x^2 + x^2}}{3}$$

Resultat: _____

3 Flächeninhalte der Grösse nach

2 Punkte

Ordnen Sie die folgenden Flächeninhalte der Grösse nach. Tragen Sie die entsprechenden Werte in die Kästchen ein.

7007 cm²

; 70 dm² ; 0.77 m² ; 0.00707 a

< _____ < _____ < _____

1. (kleinster) (7007 cm² / 70 dm² / 0.77 m² / 0.00707 a): _____

2. (7007 cm² / 70 dm² / 0.77 m² / 0.00707 a): _____

3. (7007 cm² / 70 dm² / 0.77 m² / 0.00707 a): _____

4. (grösster) (7007 cm² / 70 dm² / 0.77 m² / 0.00707 a): _____

4 Gleichung mit Brüchen

3 Punkte

Bestimmen Sie die Lösung der Gleichung.

$$\frac{4x + 3}{3} - 5 = -\frac{2x + 7}{5}$$

x: _____

5 Skifahrer und Snowboarder

3 Punkte

In einem Skigebiet sind am Morgen 3500 Personen mehr auf Skis unterwegs als auf Snowboards. Am Nachmittag gehen 400 Skifahrer und 1000 Snowboarder wegen schlechten

Wetters wieder nachhause. Nun befinden sich doppelt so viele Skifahrer wie Snowboarder auf der Piste.

Berechnen Sie die Anzahl Personen, die am Morgen im Skigebiet unterwegs waren.

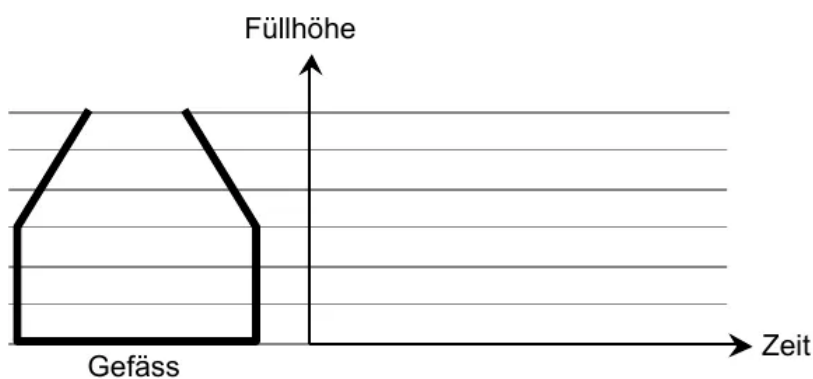
Für die volle Punktzahl wird eine Gleichung verlangt.

Personen am Morgen: _____

6 Füllgraph eines Gefässes

2 Punkte

In das abgebildete Gefäss wird pro Zeiteinheit immer gleichviel Wasser gegossen. Skizzieren Sie den Graphen für die Füllhöhe bezogen auf die Zeit.

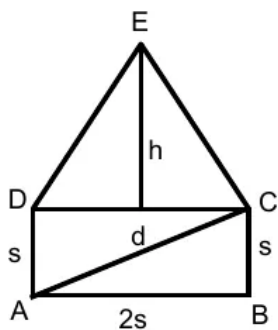


7 Rechteck mit aufgesetztem Dreieck

3 Punkte

Gegeben ist $s = 7$ cm. Zudem sind die Flächeninhalte des Rechtecks ABCD und des gleichschenkligen Dreiecks EDC mit der Basis DC gleich gross.

Genauigkeit: 1 Stelle nach dem Komma



- a) Berechnen Sie die Länge der Diagonalen d.

d: _____ cm

- b) Berechnen Sie die Höhe h des Dreiecks EDC.

h: _____ cm

- c) Berechnen Sie den Umfang der Figur ABCED.

Umfang: _____ cm

8 Höhe im rechtwinkligen Dreieck

2 Punkte

Im abgebildeten rechtwinkligen Dreieck mit der Höhe h sind die folgenden Längen gegeben:

$$\overline{AC} = 130$$

$$\text{cm und } \overline{BC} = 78 \text{ cm}$$

Berechnen Sie die Höhe h des Dreiecks.

Tipp: Suchen Sie ähnliche Dreiecke.

h: _____ cm

9 Glücksrad am Messestand

4 Punkte

An einem Messestand kann an einem Glücksrad gedreht werden. Bleibt das Rad beim weissen Kreissektor stehen, erhält man ein Werbegeschenk.

- a) Drei Personen drehen nacheinander am Rad. Zeichnen Sie dazu einen Wahrscheinlichkeitsbaum und tragen Sie die Wahrscheinlichkeiten bei den Ästen ein.
- b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass alle drei Personen der Aufgabe a) ein Werbegeschenk erhalten.

Wahrscheinlichkeit: _____

- c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass genau zwei Personen der Aufgabe a) ein Werbegeschenk erhalten.

Wahrscheinlichkeit: _____

- d) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass 5 Personen nacheinander **kein** Werbegeschenk erhalten.

Wahrscheinlichkeit: _____

10 Abstimmung über Umfahrungsstrasse

3 Punkte

An einer Abstimmung über den Bau einer Umfahrungsstrasse haben $\frac{4}{9}$ aller Stimmberechtigten «Ja» gestimmt. $\frac{2}{5}$ stimmten «Nein». Die restlichen 217 Stimmberechtigten gaben entweder einen leeren Stimmzettel ab oder nahmen gar nicht an der Abstimmung teil.

Berechnen Sie die Anzahl «Ja»-Stimmen.

Für die volle Punktzahl wird eine Gleichung verlangt.

«Ja»-Stimmen: _____

11 Downhill-Fahrt am Hang

2 Punkte

Ein Downhill-Fahrer rast einen steilen Hang hinunter, der ein Gefälle von 77% aufweist. Die horizontale Strecke AB misst 210 m. Er benötigt für die Fahrt von C nach B 12.5 Sekunden.

Berechnen Sie die Geschwindigkeit des Radsportlers in m/s.

Genauigkeit: 1 Dezimale

Geschwindigkeit: _____ m/s

12 Geradengleichungen bestimmen

2 Punkte

Die Aufgabe kann zeichnerisch oder rechnerisch gelöst werden.

- a) Die Gerade g schneidet die x -Achse in $x_1 = -3$ und die y -Achse in $y_1 = 5$. Bestimmen Sie die Funktionsgleichung von g .

g: _____

- b) Die Gerade h_2 erhält man durch Spiegelung der Geraden $h_1: y = -0.25x + 2$ an der x-Achse. Wie lautet die Funktionsgleichung der Geraden h_2 ?

h_2 : _____

13 Marchzins auf Lottogewinn

2 Punkte

Hanspeter hat im Lotto 25'000 Franken gewonnen. Er bringt seinen Gewinn am 10. März auf die Bank. Dort wird er mit einem Zinssatz von 1.7 % verzinst. Auf welchen Betrag ist sein Gewinn am Ende des Jahres angestiegen?

Betrag: _____ Fr.

14 Prisma mit Trapezgrundfläche

2 Punkte

Der abgebildete Körper hat die Form eines geraden Prismas und hat ein Volumen von $V = 520 \text{ m}^3$.

Berechnen Sie die Länge der Kante a auf dm genau.

a: _____ m

15 Winkel an Kreisbögen

2 Punkte

In der abgebildeten Figur ist A der Mittelpunkt des kleinen Kreisbogens und C der Mittelpunkt des grossen Kreisbogens. Der Winkel α misst 44° .

Berechnen Sie den Winkel β .

(Die Figur ist nicht winkeltreu gezeichnet.)

β : _____ $^\circ$

16 Graue Fläche im Quadrat

3 Punkte

(Die Skizze ist nicht massstabgetreu.)

- a) Stellen Sie einen Term für den Inhalt der grauen Fläche auf. Vereinfachen Sie den Term so, dass er keine Klammern enthält.

Term: _____

- b) Die Angaben in der Skizze sind in cm gegeben. Die graue Fläche hat einen Inhalt von 180 cm^2 . Berechnen Sie die Länge der Strecke x.

Für die volle Punktzahl wird eine Gleichung verlangt.

x: _____ cm

Lösungen

BMS-Aufnahmeprüfung 2015 Mathematik BM2. Lösungswege von Fokus Nachhilfe nach der offiziellen Lösung des Kantons.

1 Bruchterm vereinfachen

2 Punkte

Ergebnis: $\frac{c}{9}$

- Gemeinsamer Nenner 9: $\frac{4c+3e}{9} - \frac{3(c+e)}{9}$
 - Zähler zusammenfassen (Minus vor dem ganzen Bruch!): $\frac{4c+3e-3c-3e}{9}$
 - Ergebnis: $\frac{c}{9}$
-

2 Wurzelterme vereinfachen

3 Punkte

Ergebnis: $\frac{7x}{6}$

- Unter den Wurzeln zusammenfassen: $(8x)^2 + 3x \cdot 12x = 64x^2 + 36x^2 = 100x^2$ und $15x^2 + x^2 = 16x^2$
 - Wurzeln ziehen: $\sqrt{100x^2} = 10x$, $\sqrt{16x^2} = 4x$
 - Also $\frac{10x}{4} - \frac{4x}{3} = \frac{15x}{6} - \frac{8x}{6} = \frac{7x}{6}$
-

3 Flächeninhalte der Grösse nach

2 Punkte

Ergebnis: $70 \text{ dm}^2 < 7007 \text{ cm}^2 < 0.00707 \text{ a} < 0.77 \text{ m}^2$

Alles in dm^2 umrechnen (Faktor 100 pro Flächeneinheit):

- $7007 \text{ cm}^2 = 70.07 \text{ dm}^2$
- 70 dm^2
- $0.77 \text{ m}^2 = 77 \text{ dm}^2$
- $0.00707 \text{ a} = 0.707 \text{ m}^2 = 70.7 \text{ dm}^2$

Ordnen: $70 < 70.07 < 70.7 < 77$, also $70 \text{ dm}^2 < 7007 \text{ cm}^2 < 0.00707 \text{ a} < 0.77 \text{ m}^2$.

4 Gleichung mit Brüchen

3 Punkte

Ergebnis: $x = \frac{3}{2}$

- Mit 15 multiplizieren: $5(4x + 3) - 75 = -3(2x + 7)$

- Klammern auflösen: $20x + 15 - 75 = -6x - 21$
- Ordnen: $26x = 39$
- $x = \frac{39}{26} = \frac{3}{2}$

5 Skifahrer und Snowboarder

3 Punkte

Ergebnis: 13'700 Personen

- Am Morgen: Snowboarder x , Skifahrer $x + 3500$
- Am Nachmittag: Skifahrer $x + 3500 - 400 = x + 3100$, Snowboarder $x - 1000$
- Gleichung: $x + 3100 = 2(x - 1000)$
- $x + 3100 = 2x - 2000 \Rightarrow x = 5100$
- Snowboarder 5100, Skifahrer 8600, zusammen $5100 + 8600 = 13\,700$ Personen.

6 Füllgraph eines Gefässes

2 Punkte

Ergebnis: Zuerst eine Gerade (gleichmässiger Anstieg), danach eine nach oben gekrümmte Kurve, die immer steiler wird.

- **Unterer Teil (senkrechte Wände):** Der Querschnitt bleibt gleich, die Höhe wächst gleichmässig. Graph: eine steigende Gerade ab dem Ursprung bis zur Höhe, wo sich das Gefäss verengt.
- **Oberer Teil (Wände laufen nach innen zusammen):** Der Querschnitt wird nach oben immer kleiner, die Höhe steigt also immer schneller. Graph: eine Kurve, die nach oben gekrümmt ist und immer steiler wird, bis zum oberen Rand.
- Am Übergang gibt es keinen Knick: Die Kurve schliesst mit derselben Steigung an die Gerade an und wird erst danach steiler.

7 Rechteck mit aufgesetztem Dreieck

3 Punkte

a) **Ergebnis: $d \approx 15.7$ cm**

Das Rechteck hat die Seiten $2s = 14$ cm und $s = 7$ cm. Pythagoras:

$$d = \sqrt{7^2 + 14^2} \text{ cm} = \sqrt{245} \text{ cm} \approx 15.7 \text{ cm}$$

b) **Ergebnis: $h = 14$ cm**

- Fläche des Rechtecks: $A = 7 \cdot 14 \text{ cm}^2 = 98 \text{ cm}^2$
- Das Dreieck hat die gleiche Fläche und die Basis $DC = 14 \text{ cm}$: $\frac{14 \cdot h}{2} = 98$
- $h = \frac{2 \cdot 98}{14} \text{ cm} = 14 \text{ cm}$

c) **Ergebnis:** $u \approx 59.3 \text{ cm}$

- Die Höhe h halbiert die Basis DC : Die Schenkel sind Hypotenusen eines rechtwinkligen Dreiecks mit Katheten 7 cm und 14 cm , also gleich lang wie d : $\overline{DE} = \overline{CE} = \sqrt{245} \text{ cm} \approx 15.65 \text{ cm}$.
- Umfang: $u = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CE} + \overline{ED} + \overline{DA} = 14 + 7 + 2 \cdot 15.65 + 7$
- $u = 2 \cdot 15.65 \text{ cm} + 4 \cdot 7 \text{ cm} \approx 59.3 \text{ cm}$

8 Höhe im rechtwinkligen Dreieck

2 Punkte

Ergebnis: $h = 62.4 \text{ cm}$

- Fehlende Kathete mit Pythagoras: $\overline{AB} = \sqrt{130^2 - 78^2} \text{ cm} = \sqrt{10\,816} \text{ cm} = 104 \text{ cm}$
- Die Dreiecke ABD und ACB sind ähnlich (gemeinsamer Winkel bei A , je ein rechter Winkel).
Also gilt $\frac{h}{\overline{AB}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$: $\frac{h}{104} = \frac{78}{130}$
- $h = \frac{78 \cdot 104}{130} \text{ cm} = 62.4 \text{ cm}$

9 Glücksrad am Messestand

4 Punkte

a) **Ergebnis:** Dreistufiger Baum, an jeder Verzweigung Werbegeschenk 0.1 und kein Werbegeschenk 0.9.

- Das Rad hat 10 gleich grosse Sektoren, einer davon ist weiss: Werbegeschenk mit 0.1, kein Werbegeschenk mit 0.9.
- Jede Person ist eine Stufe mit zwei Ästen (0.1 und 0.9). Drei Personen ergeben drei Stufen mit $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ Pfaden.
- Alternativ dürfen Sie bei den Knoten die Pfadwahrscheinlichkeiten eintragen: nach 2 Personen 0.01, 0.09, 0.09, 0.81; nach 3 Personen 0.001, 0.009, 0.009, 0.081, 0.009, 0.081, 0.081, 0.729.

b) **Ergebnis:** $0.001 = 0.1 \%$

Pfadregel (multiplizieren): $0.1^3 = 0.001 = 0.1 \%$

c) **Ergebnis:** $0.027 = 2.7 \%$

- Ein Pfad mit genau zwei Werbegeschenken, z. B. ja–ja–nein: $0.1 \cdot 0.1 \cdot 0.9 = 0.009$
- Die Person ohne Geschenk kann die 1., 2. oder 3. sein: 3 solche Pfade.
- Summenregel: $3 \cdot 0.009 = 0.027 = 2.7 \%$

d) **Ergebnis:** $0.9^5 \approx 0.590 \approx 59 \%$

Fünfmal hintereinander kein Werbegeschenk (je 0.9): $0.9^5 \approx 0.590 \approx 59 \%$

10 Abstimmung über Umfahrungsstrasse

3 Punkte

Ergebnis: 620 «Ja»-Stimmen

- Anzahl Stimmberechtigte: x
- Gleichung: $\frac{4}{9}x + \frac{2}{5}x + 217 = x \quad | \cdot 45$
- $20x + 18x + 45 \cdot 217 = 45x \Rightarrow 45 \cdot 217 = 7x \Rightarrow x = 1395$
- «Ja»-Stimmen: $\frac{4}{9} \cdot 1395 = 620$

11 Downhill-Fahrt am Hang

2 Punkte

Ergebnis: $v \approx 21.2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

- Gefälle 77 % heisst: Höhe = 77 % der horizontalen Strecke: $\overline{AC} = 0.77 \cdot 210 \text{ m} = 161.7 \text{ m}$
- Strecke CB mit Pythagoras: $s = \sqrt{161.7^2 + 210^2} \text{ m} \approx 265.04 \text{ m}$
- Geschwindigkeit: $v = \frac{s}{t} = \frac{265.04 \text{ m}}{12.5 \text{ s}} \approx 21.2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

12 Geradengleichungen bestimmen

2 Punkte

a) **Ergebnis:** $g : y = \frac{5}{3}x + 5$

- Der y-Achsenabschnitt ist 5.
- Von $(-3 | 0)$ nach $(0 | 5)$: 3 nach rechts, 5 nach oben, also Steigung $\frac{5}{3}$.
- $g : y = \frac{5}{3}x + 5$

b) **Ergebnis:** $h_2 : y = 0.25x - 2$

Spiegelung an der x-Achse kehrt alle y-Werte um: $y \rightarrow -y$. Damit wechseln Steigung und y-Achsenabschnitt das Vorzeichen:

- Steigung: $-(-0.25) = 0.25$

- y-Achsenabschnitt: -2
- $h_2 : y = 0.25x - 2$

13 Marchzins auf Lottogewinn

2 Punkte

Ergebnis: CHF 25'342.36

- Zinstage (Bankjahr: jeder Monat 30 Tage, Jahr 360 Tage): Rest März 20 Tage, dazu April bis Dezember $9 \cdot 30$ Tage: $t = 20 + 270 = 290$ Tage
- Zins: $z = \frac{25\,000 \cdot 0.017 \cdot 290}{360} \text{ CHF} \approx 342.36 \text{ CHF}$
- Betrag am Jahresende: $25\,000 + 342.36 = 25\,342.36 \text{ CHF}$

14 Prisma mit Trapezgrundfläche

2 Punkte

Ergebnis: $a \approx 7.8 \text{ m}$

- Grundfläche ist die Trapezfläche vorne (Breite 8 m, Seiten a und 3 m), die Prismenhöhe ist 12 m.
- Trapezfläche: $A = \frac{520}{12} \text{ m}^2 \approx 43.33 \text{ m}^2$
- Mittlere Höhe des Trapezes: $m = \frac{43.33}{8} \text{ m} \approx 5.417 \text{ m}$
- Die mittlere Höhe liegt genau zwischen a und 3 m: $a = m + (m - 3) = 5.417 \text{ m} + 2.417 \text{ m} \approx 7.8 \text{ m}$
- Kontrolle: $\frac{7.83+3}{2} \cdot 8 \cdot 12 \approx 520$

15 Winkel an Kreisbögen

2 Punkte

Ergebnis: $\beta = 34^\circ$

- Linkes Dreieck: Die beiden Seiten ab A sind Radien des kleinen Bogens, also gleichschenkelig mit Spitze $\alpha = 44^\circ$. Basiswinkel: $\frac{180^\circ - 44^\circ}{2} = 68^\circ$, also auch bei C.
- Nebenwinkel bei C: $\gamma = 180^\circ - 68^\circ = 112^\circ$
- Rechtes Dreieck: Die Seiten ab C (zu A und zur rechten Ecke) sind Radien des grossen Bogens, also gleichschenkelig mit Spitze $\gamma = 112^\circ$.
- $\beta = \frac{180^\circ - 112^\circ}{2} = \frac{68^\circ}{2} = 34^\circ$



Graue Fläche im Quadrat

3 Punkte

a) **Ergebnis:** $x^2 - 7x + 10$

- Breite der grauen Fläche: $x - 2$, Höhe: $x - 5$
- Fläche: $(x - 2)(x - 5) = x^2 - 5x - 2x + 10 = x^2 - 7x + 10$

b) **Ergebnis:** $x = 17$ cm

- Gleichung: $x^2 - 7x + 10 = 180$
- $x^2 - 7x - 170 = 0$
- Faktorisieren: $(x - 17)(x + 10) = 0$, also $x = 17$ oder $x = -10$
- Eine Länge ist positiv: $x = 17$ cm. Kontrolle: $(17 - 2)(17 - 5) = 15 \cdot 12 = 180$