

Mathematik

90 Minuten · 16 Aufgaben · 40 Punkte

Name: _____

- 90 Minuten
- Taschenrechner (übliche Sekundarschulrechner)
- Zeichenutensilien erlaubt
- Keine Formelsammlung
- Lösungsweg muss vollständig ersichtlich sein

1 Bruchterme multiplizieren

2 Punkte

Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich. Das Resultat darf keine Klammern enthalten.

$$\frac{2(a+b)}{3b} \cdot \frac{3(b-a)}{4b}$$

2 Wurzelterme vereinfachen

3 Punkte

Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich.

$$\frac{\sqrt{(3c)^2 + 15c^2 + 5c \cdot 5c}}{21c} - \frac{d}{\sqrt{(10d)^2 + 21d^2}}$$

Resultat: _____

3 Bruch aus zwei Zeitangaben

2 Punkte

Berechnen Sie den Wert des Bruchs, der im Zähler und Nenner je eine Zeit enthält.

Genauigkeit: 3 Dezimalen

$$\frac{1:11:00 \text{ h}}{5:00:11 \text{ h}}$$

Wert: _____

4 Gleichung mit Brüchen

3 Punkte

Bestimmen Sie die Lösung der Gleichung.

$$\frac{5(x+3)}{2} - \frac{7x-2}{5} = 9$$

x: _____

5 Briefmarken verschenken

3 Punkte

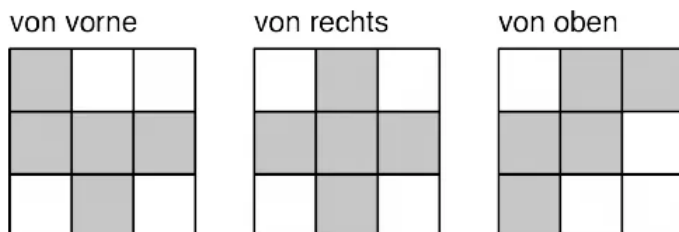
Cinja und Andri sammeln Briefmarken. Andri hat 200 Briefmarken weniger als Cinja. Cinja schenkt ihm 25 ihrer Briefmarken. Jetzt hat sie noch immer doppelt so viele Briefmarken wie Andri. Berechnen Sie die Anzahl Briefmarken, die Andri vor dem Schenken hatte. Für die volle Punktzahl wird eine Gleichung verlangt.

Andri vorher: _____ Briefmarken

6 Würfelkörper aus Ansichten

3 Punkte

Von einem Würfelkörper aus 7 gleich grossen Würfeln sind die drei Ansichten unten gegeben.

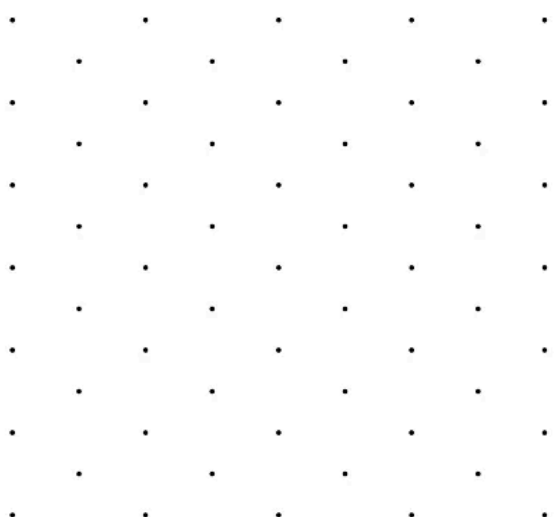


Zeichnen Sie das Raumbild des Würfelkörpers ins Punktepapier rechts. Zeichnen Sie nur sichtbare Kanten ein.

Das Punktepapier links können Sie für Ihre Skizzen verwenden.

Skizze

Lösung



7 Inkreis im eingeschriebenen Quadrat

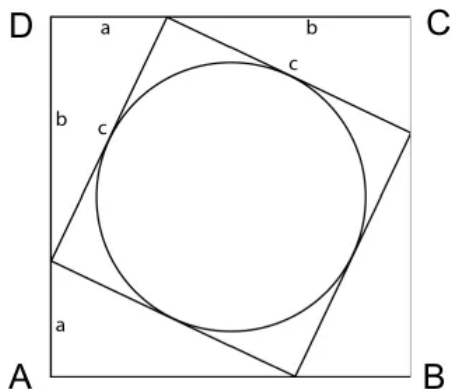
2 Punkte

Einem Quadrat ABCD ist ein kleineres Quadrat einbeschrieben, in welchem sein Inkreis eingezeichnet ist.

Es gilt: $a = 8$ cm und $b = 15$ cm.

Geben Sie den Inhalt der Kreisfläche in Prozent der Quadratfläche ABCD an.

Genauigkeit: 1 Dezimale

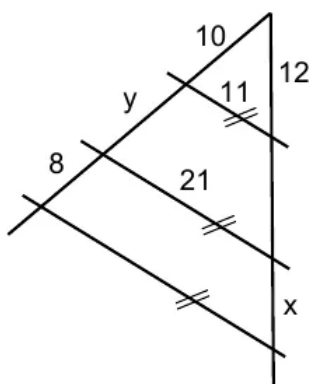


Anteil der Kreisfläche: _____ %

8 Strahlensätze anwenden

2 Punkte

Berechnen Sie x und y auf eine Dezimale genau.



x : _____

y : _____

9**Bonus in der Molkerei**

3 Punkte

Die Grossmolkerei Milky hat ein gutes Betriebsjahr hinter sich und will nun das zusätzlich erwirtschaftete Geld einem Teil der Angestellten zukommen lassen. $\frac{3}{4}$ aller Mitarbeiter erhalten einen grosszügigen Bonus ausbezahlt, an $\frac{1}{5}$ aller Mitarbeiter wird ein Geschenk abgegeben und 32 erst kürzlich eingestellte Personen gehen leer aus. Wie viele Angestellte hat die Molkerei?

Für die volle Punktzahl wird eine Gleichung verlangt.

Anzahl Angestellte: _____

10**Steigung auf der Landkarte**

2 Punkte

Die Karte ist nicht massstabsgetreu abgedruckt. Verwenden Sie die eingetragenen Masse.

- a) Berechnen Sie die durchschnittliche Steigung der direkten Strecke von Thusis (720 m. ü. M.) bis zum Piz Beverin (2998 m. ü. M.). Geben Sie Ihr Resultat auf 1 % genau an. (Die Höhenangaben beziehen sich auf die in der Karte eingekreisten Kreuzchen.)

Steigung: _____ %

- b) Die durchschnittliche Steigung der direkten Strecke vom Piz Beverin bis Chur (595 m. ü. M.) beträgt ca. 9 %. Berechnen Sie die horizontale Distanz von Chur bis zum Piz Beverin. Geben Sie Ihr Resultat auf 100 m genau an.

Horizontale Distanz: _____ km

11 Wäscheklammern ziehen

3 Punkte

In einem Sack voller Wäscheklammern befinden sich 10 rote, 15 grüne und 12 violette Wäscheklammern. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit in Prozent für das jeweilige zufällige Ereignis. Genauigkeit: 2 Dezimalen

- a) Es wird einmal gezogen. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Klammer rot ist?

P(rot): _____ %

- b) Es wird zweimal mit Zurücklegen gezogen. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass die erste Klammer grün ist und die zweite violett?

P(grün, violett): _____ %

- c) Es wird zweimal ohne Zurücklegen gezogen. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass die erste Klammer rot ist und die zweite grün?

P(rot, grün): _____ %

12 Gewicht ab- und zunehmen

2 Punkte

Ein übergewichtiger Mann schafft es, sein Gewicht um 31% zu verringern. Nach einer gewissen Zeit stellt er mit Schrecken fest, dass sein reduziertes Gewicht wieder um 11% zugenommen hat und er nun 112 kg wiegt.

Berechnen Sie sein ursprüngliches Gewicht auf kg genau.

Ursprüngliches Gewicht: _____ kg

13 Taxitarife vergleichen

4 Punkte

Jeannine vergleicht die Tarife von zwei Taxiunternehmen:

	Grundtarif in CHF	Kilometertarif in CHF
Taxi A	5	4
Taxi B	8	3

- a) Stellen Sie die Tarife im vorgegebenen Diagramm grafisch dar.

- b) Bestimmen Sie grafisch, ab welcher Distanz Taxi B günstiger ist als Taxi A.

Distanz: _____ km

- c) Stellen Sie eine Funktionsgleichung für den Tarif von Taxi B auf. Stellen Sie diese in der Form $y = \dots$ dar.

Funktionsgleichung: _____

- d) Taxiunternehmen C verlangt keinen Grundtarif und der Kilometertarif beträgt 5 Franken. Bestimmen Sie mit einer Gleichung, bei welcher Distanz bei Taxi B und Taxi C gleich viel bezahlt werden muss.

Distanz: _____ km

14 Hohlzylinder und Zylinder

2 Punkte

Vom Hohlzylinder ist Folgendes gegeben:

- Der Aussenradius R misst 17 cm.
- Der Innenradius r misst 11 cm.
- Die Höhe h_1 misst 18 cm.

Berechnen Sie die Höhe h_2 eines Zylinders, dessen Durchmesser $d = 12$ cm misst und der das gleiche Volumen wie der Hohlzylinder besitzt.

h_2 : _____ cm

15 Winkel im Halbkreis

2 Punkte

Bestimmen Sie α und β .

α : _____ °

β : _____ °

16 **Quadrat verkleinern**

2 Punkte

Die Seiten eines Quadrates werden um 3 cm verkürzt, wodurch ein neues Quadrat entsteht, dessen Flächeninhalt um 63 cm^2 kleiner ist. Berechnen Sie die Seitenlänge des ursprünglichen Quadrates.

Für die volle Punktzahl wird eine Gleichung verlangt.

Seitenlänge: _____ cm

Lösungen

BMS-Aufnahmeprüfung 2016 Mathematik BM2. Lösungswege von Fokus Nachhilfe nach der offiziellen Lösung des Kantons.

1 Bruchterme multiplizieren

2 Punkte

Ergebnis: $\frac{b^2 - a^2}{2b^2}$

- Zähler mal Zähler, Nenner mal Nenner: $\frac{2(a+b)}{3b} \cdot \frac{3(b-a)}{4b} = \frac{6(b+a)(b-a)}{12b^2}$
 - Mit 6 kürzen: $\frac{(b+a)(b-a)}{2b^2}$
 - Klammern auflösen (3. binomische Formel): $(b+a)(b-a) = b^2 - a^2$
 - Resultat: $\frac{b^2 - a^2}{2b^2}$
-

2 Wurzelterme vereinfachen

3 Punkte

Ergebnis: $\frac{8}{33}$

- Unter der ersten Wurzel zusammenfassen: $9c^2 + 15c^2 + 25c^2 = 49c^2$, also $\sqrt{49c^2} = 7c$
 - Unter der zweiten Wurzel: $100d^2 + 21d^2 = 121d^2$, also $\sqrt{121d^2} = 11d$
 - Einsetzen: $\frac{7c}{21c} - \frac{d}{11d} = \frac{1}{3} - \frac{1}{11}$
 - Gleichnamig machen: $\frac{11}{33} - \frac{3}{33} = \frac{8}{33}$
-

3 Bruch aus zwei Zeitangaben

2 Punkte

Ergebnis: 0.237 (ohne Einheit)

- Beide Zeiten in dieselbe Einheit umrechnen, z. B. in Sekunden:
 - $1:11:00 \text{ h} = 3600 + 11 \cdot 60 = 4260 \text{ s}$
 - $5:00:11 \text{ h} = 5 \cdot 3600 + 11 = 18011 \text{ s}$
 - $\frac{4260 \text{ s}}{18011 \text{ s}} \approx 0.237$
 - Die Einheiten kürzen sich weg: Das Resultat hat keine Einheit.
-

4 Gleichung mit Brüchen

3 Punkte

Ergebnis: $x = 1$

- Linke Seite auf den Hauptnenner 10 bringen: $\frac{25x+75-2(7x-2)}{10} = 9$
- Mit 10 multiplizieren und Klammer auflösen (Minus vor der Klammer!): $25x + 75 - 14x + 4 = 90$
- Zusammenfassen: $11x + 79 = 90$, also $11x = 11$
- $x = 1$

5 Briefmarken verschenken

3 Punkte

Ergebnis: Andri hatte zu Beginn 125 Briefmarken.

- Andri hat am Anfang x Briefmarken, Cinja $x + 200$.
- Nach dem Schenken: Andri $x + 25$, Cinja $x + 200 - 25 = x + 175$.
- Cinja hat doppelt so viele wie Andri: $2(x + 25) = x + 175$
- $2x + 50 = x + 175$, also $x = 125$
- Andri hatte zu Beginn 125 Briefmarken.

(Ebenso möglich: Cinja x , Andri $x - 200$; Gleichung $2(x - 175) = x - 25$ ergibt $x = 325$ für Cinja, also $325 - 200 = 125$ für Andri.)

6 Würfelkörper aus Ansichten

3 Punkte

Ergebnis: Raumbild siehe offizielle Lösungsskizze.

- Die Ansicht von vorne zeigt drei Höhen: oben 1 Würfel (links), in der Mitte 3 Würfel, unten 1 Würfel (Mitte).
- Die Ansicht von rechts zeigt: Der obere und der untere Würfel liegen beide in der mittleren Tiefe.
- In der mittleren Höhe liegen also 5 Würfel; ihr Grundriss entspricht genau der Ansicht von oben.
- Darüber sitzt 1 Würfel (links, mittlere Reihe), darunter hängt 1 Würfel (Mitte, mittlere Reihe): $5 + 1 + 1 = 7$ Würfel.
- Im Raumbild auf dem Punktepapier nur die sichtbaren Kanten zeichnen (siehe offizielle Lösung).

7 Inkreis im eingeschriebenen Quadrat

2 Punkte

Ergebnis: $\approx 42.9\%$

- Der Kreisdurchmesser ist gleich der Seite c des kleinen Quadrats. Sie ist die Hypotenuse im rechtwinkligen Dreieck mit den Katheten a und b : $c^2 = a^2 + b^2 = (8^2 + 15^2) \text{ cm}^2 = 289 \text{ cm}^2$
- Kreisfläche: $A_{Kr} = \frac{\pi}{4} c^2 = \frac{\pi}{4} \cdot 289 \text{ cm}^2 \approx 226.98 \text{ cm}^2$
- Seite des grossen Quadrats: $a + b = 23 \text{ cm}$, Fläche $23^2 = 529 \text{ cm}^2$
- Anteil: $\frac{226.98}{529} \approx 42.9\%$

8 Strahlensätze anwenden

2 Punkte

Ergebnis: $x = 9.6, y \approx 9.1$

- **x:** Durch den unteren Endpunkt der Strecke 21 eine Parallele zur linken Geraden ziehen (gestrichelt in der Lösungsskizze). Auf ihr liegt wieder die Strecke 8. Das entstehende kleine Dreieck ist ähnlich zum obersten Dreieck (Seiten 10, 12, 11): $\frac{x}{8} = \frac{12}{10} \Rightarrow x = 9.6$
- **y:** Das Dreieck mit der Grundseite 21 ist ähnlich zum obersten Dreieck mit der Grundseite 11: $\frac{y+10}{21} = \frac{10}{11} \Rightarrow y = \frac{210}{11} - 10 \approx 9.1$

9 Bonus in der Molkerei

3 Punkte

Ergebnis: Die Molkerei hat 640 Angestellte.

- Anzahl Angestellte: x
 - Alle Gruppen zusammen ergeben alle Angestellten: $\frac{3}{4}x + \frac{1}{5}x + 32 = x$
 - Umformen: $32 = \left(1 - \frac{3}{4} - \frac{1}{5}\right)x = \frac{1}{20}x$
 - $x = 32 \cdot 20 = 640$
-

10 Steigung auf der Landkarte

2 Punkte

a) Ergebnis: $\approx 29\%$

- Horizontale Distanz aus der Karte: 2 cm entsprechen 1 km, also $\frac{15.9}{2} \cdot 1000 \text{ m} = 7950 \text{ m}$
- Höhenunterschied: $2998 \text{ m} - 720 \text{ m} = 2278 \text{ m}$
- Steigung = Höhenunterschied : horizontale Distanz: $\frac{2278}{7950} \approx 0.29 = 29\%$

b) Ergebnis: $\approx 26.7 \text{ km}$

- Höhenunterschied: $2998 \text{ m} - 595 \text{ m} = 2403 \text{ m}$
 - Steigung = Höhenunterschied : horizontale Distanz, also horizontale Distanz =
Höhenunterschied : Steigung: $\frac{2403 \text{ m}}{0.09} = 26\,700 \text{ m} \approx 26.7 \text{ km}$
-

11 Wäscheklammern ziehen

3 Punkte

a) Ergebnis: $\approx 27.03\%$

- Insgesamt $10 + 15 + 12 = 37$ Klammern, davon 10 rot.

- $P(r) = \frac{10}{37} \approx 27.03 \%$

b) **Ergebnis:** $\approx 13.15 \%$

- Mit Zurücklegen bleiben es bei beiden Zügen 37 Klammern.
- $P(g, v) = \frac{15}{37} \cdot \frac{12}{37} = \frac{180}{1369} \approx 13.15 \%$

c) **Ergebnis:** $\approx 11.26 \%$

- Erster Zug rot: $\frac{10}{37}$
- Danach liegen nur noch 36 Klammern im Sack (9 rote, 15 grüne, 12 violette): zweiter Zug grün mit $\frac{15}{36}$
- $P(r, g) = \frac{10}{37} \cdot \frac{15}{36} \approx 11.26 \%$

12 Gewicht ab- und zunehmen

2 Punkte

Ergebnis: $\approx 146 \text{ kg}$

- Zunahme um 11 % heisst Faktor 1.11. Reduziertes Gewicht: $m_2 = \frac{112 \text{ kg}}{1.11} \approx 100.9 \text{ kg}$
- Abnahme um 31 % heisst Faktor 0.69. Ursprüngliches Gewicht: $m_1 = \frac{m_2}{0.69} \approx 146 \text{ kg}$

13 Taxitarife vergleichen

4 Punkte

a) **Ergebnis: Zwei Geraden: A durch (0 | 5) und (3 | 17), B durch (0 | 8) und (3 | 17).**

- Taxi A: Start bei 5 CHF auf der y-Achse, pro km 4 CHF mehr, z. B. (0 | 5), (1 | 9), (3 | 17).
- Taxi B: Start bei 8 CHF, pro km 3 CHF mehr, z. B. (0 | 8), (1 | 11), (3 | 17).
- Beide Punkte verbinden und die Geraden mit A und B beschriften (siehe offizielle Grafik).

b) **Ergebnis: Ab 3 km ist Taxiunternehmen B günstiger.**

- Die beiden Geraden schneiden sich bei $x = 3$ km (beide 17 CHF).
- Rechts vom Schnittpunkt liegt die Gerade B tiefer: Ab 3 km ist Taxi B günstiger.

c) **Ergebnis: $y = 3x + 8$**

- Kilometertarif = Steigung: 3. Grundtarif = y-Achsenabschnitt: 8.
- $y = 3x + 8$ (x = Distanz in km, y = Kosten in CHF)

d) **Ergebnis: Bei einer Fahrstrecke von 4 km sind beide Taxi gleich teuer.**

- Taxi C: $y = 5x$, Taxi B: $y = 3x + 8$
- Gleich teuer: $5x = 3x + 8 \Rightarrow 2x = 8 \Rightarrow x = 4$
- Bei 4 km kosten beide 20 CHF.

14 Hohlzylinder und Zylinder

2 Punkte

Ergebnis: $h_2 = 84$ cm

- Volumen Hohlzylinder = Grundfläche (Kreisring) mal Höhe: $V = (17^2 - 11^2) \cdot \pi \cdot 18 \text{ cm}^3 = 168 \cdot 18 \cdot \pi \text{ cm}^3 \approx 9500.2 \text{ cm}^3$

- Zylinder mit $r = \frac{d}{2} = 6 \text{ cm}$: $h_2 = \frac{V}{\left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot \pi} = \frac{3024\pi}{36\pi} \text{ cm} = 84 \text{ cm}$

15 Winkel im Halbkreis

2 Punkte

Ergebnis: $\alpha = 20.5^\circ, \beta = 41^\circ$

- **α :** Das Dreieck aus M, dem linken Kreispunkt (Ende des Radius mit dem 41° -Winkel) und dem rechten Ende des Durchmessers ist gleichschenkelig, weil zwei Seiten Radien sind. Der Winkel bei M beträgt $180^\circ - 41^\circ = 139^\circ$, also sind die Basiswinkel je $\frac{41^\circ}{2}$: $\alpha = \frac{41^\circ}{2} = 20.5^\circ$
- **β :** Der Radius mit dem 41° -Winkel steht senkrecht (90°) auf der Sehne vom linken Durchmesser-Ende zum unteren Punkt. Er halbiert darum den Mittelpunktswinkel über dieser Sehne: Dieser beträgt $2 \cdot 41^\circ = 82^\circ$.
- Im gleichschenkligen Dreieck aus M, dem unteren Punkt und dem rechten Durchmesser-Ende ist der Winkel bei M somit $180^\circ - 2 \cdot 41^\circ = 98^\circ$: $2\beta + (180^\circ - 2 \cdot 41^\circ) = 180^\circ \Rightarrow \beta = 41^\circ$

16 Quadrat verkleinern

2 Punkte

Ergebnis: Die Seitenlänge des ursprünglichen Quadrates misst 12 cm.

- Ursprüngliche Seite $a_1 = x \text{ cm}$, neue Seite $a_2 = (x - 3) \text{ cm}$
- Die alte Fläche ist um 63 grösser: $x^2 = (x - 3)^2 + 63$
- Binomische Formel: $x^2 = x^2 - 6x + 9 + 63$, das x^2 fällt weg: $0 = -6x + 72$
- $x = 12$