

Mathematik

90 Minuten · 14 Aufgaben · 40 Punkte

Name: _____

- 90 Minuten
- Taschenrechner (übliche Sekundarschulrechner) und Zeichenutensilien erlaubt
- Keine Formelsammlung
- Lösungsweg wird mitbewertet
- 14 Aufgaben, total 40 Punkte

1 Bruchterm faktorisieren und kürzen

2 Punkte

Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich.

$$\frac{a^2 - 5a + 6}{a^2 - 6a + 9}$$

Vereinfachter Term: _____

2 Term mit Wurzeln vereinfachen

3 Punkte

Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich.

$$\frac{\sqrt{81x^2}}{3} : \frac{2x}{3} + \frac{\sqrt{169x^2 - (12x)^2}}{2x}$$

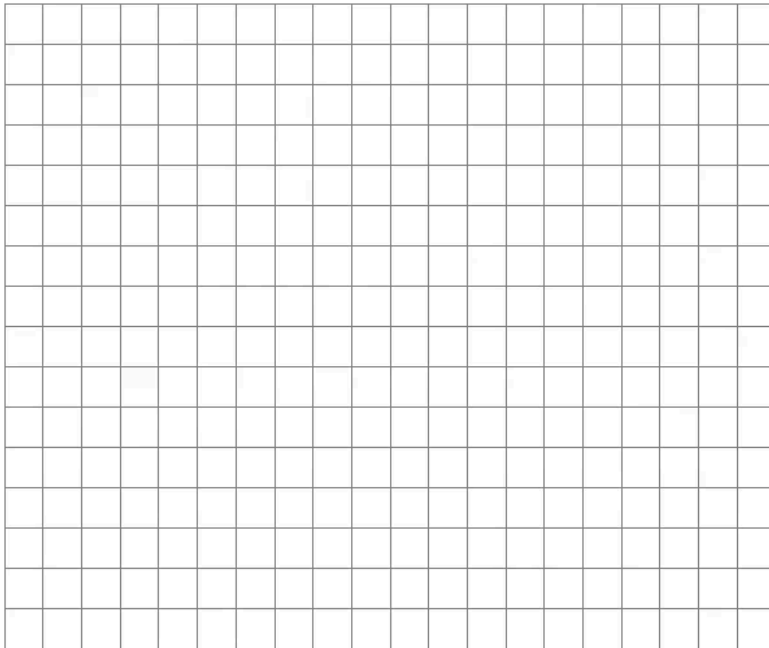
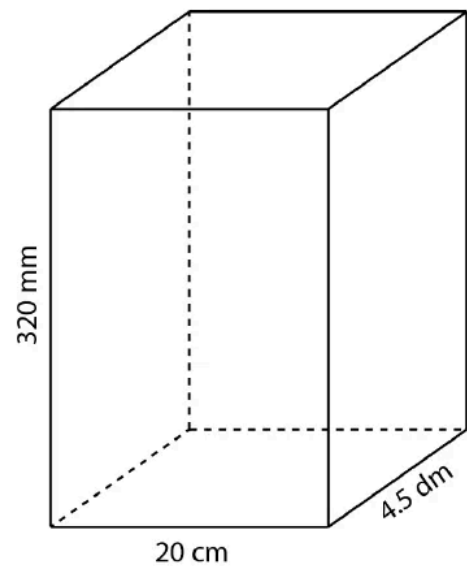
Ergebnis: _____

3

Volumen eines Quaders

2 Punkte

Berechnen Sie das Volumen des abgebildeten Quaders. Geben Sie das Resultat in Litern an.



Volumen: _____ l

4

Gleichung mit Brüchen lösen

3 Punkte

Bestimmen Sie die Lösung der Gleichung.

$$3x - \frac{x - 4}{5} = \frac{2(x - 6)}{3}$$

X: _____



5 Autos in zwei Parkhäusern

2 Punkte

Im Parkhaus West stehen zu Beginn 110 Autos mehr als im Parkhaus Ost. Im Parkhaus Ost fahren 140 Autos weg und im Parkhaus West erhöht sich die Anzahl Autos um 50. Nun sind im Parkhaus West viermal so viele Autos wie im Parkhaus Ost. Berechnen Sie die Anzahl Fahrzeuge im Parkhaus Ost zu Beginn. Für die volle Punktzahl wird eine Gleichung verlangt.

Autos im Parkhaus Ost zu Beginn: _____ Autos

6 Durchschnittsgeschwindigkeit berechnen

2 Punkte

Lucas fährt um 13 Uhr im Ort A los. Er fährt mit einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von 50 km/h in den 40 km entfernten Ort B. Eric fährt gleichzeitig im Ort A los. Er kommt 8 min vor Lucas im Ort B an. Berechnen Sie Erics durchschnittliche Geschwindigkeit in km/h.

Erics Geschwindigkeit: _____ km/h

7 Mietzins in Prozent

4 Punkte

Im Jahr 2015 hat ein Mieter für seine Wohnung monatlich CHF 1500.– bezahlt. Für das Jahr 2016 ist die monatliche Miete um 8% gestiegen. Im Jahr 2017 beträgt die Miete nun CHF 1525.–.

- a) Berechnen Sie die prozentuale Zu- oder Abnahme des monatlichen Mietzinses vom Jahr 2016 zum Jahr 2017. Geben Sie Ihr Resultat auf 0.1% genau an.

Ihre Antwort: Die monatliche Miete hat um _____ % zugenommen / abgenommen.

Veränderung: _____ %

Richtung (zugenommen / abgenommen): _____

- b) Im Jahr 2018 wird die monatliche Miete um 2% höher als im Jahr 2017 sein. Um wie viele Schweizer Franken wird die monatliche Miete im Jahr 2018 gegenüber dem Jahr 2015 zu- oder abgenommen haben? Genauigkeit: 2 Dezimalen.

Ihre Antwort: Die monatliche Miete hat um CHF _____ zugenommen / abgenommen.

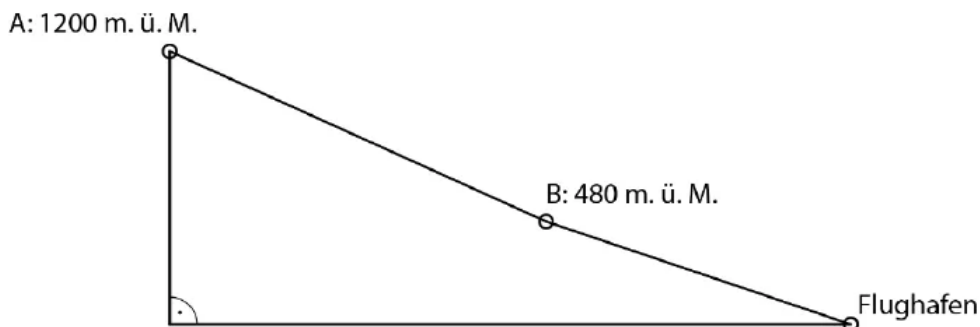
Betrag: _____ CHF

Richtung (zugenommen / abgenommen): _____

8 Landeanflug eines Segelflugzeugs

4 Punkte

Ein Segelflugzeug befindet sich im Landeanflug auf einen Flughafen. Die Flughöhe ist 1200 m. ü. M. (Punkt A). In der ersten Phase sinkt das Flugzeug bis auf 480 m. ü. M. (Punkt B) und in der zweiten Phase landet es am Flughafen.



- a) Berechnen Sie das durchschnittliche Gefälle in der ersten Phase, wenn die Distanz zwischen Punkt A und B 3.2 km beträgt. Geben Sie Ihr Resultat auf 0.1% genau an.

Gefälle: _____ %

- b) In der zweiten Phase sinkt das Flugzeug um 379 m mit einem durchschnittlichen Gefälle von 18%. Berechnen Sie die Distanz von Punkt B zum Flughafen. Geben Sie Ihr Resultat auf ganze Meter genau an.

Distanz B bis Flughafen: _____ m

9 Bonbons am Glücksrad

3 Punkte

An einem Marktstand kann man an den zwei abgebildeten Glücksrädern drehen. Die Zahlen, die beim Pfeil stehen bleiben, werden miteinander multipliziert, und man erhält diese Anzahl Bonbons geschenkt.

- a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, mehr als 3 Bonbons zu gewinnen.

Wahrscheinlichkeit: _____

- b) Die Betreiber des Marktstandes rechnen damit, dass während der Messe ca. 1700 Leute ihr Glück an den Rädern versuchen werden. Müssen eher 600, 1600, 2600 oder 3600 Bonbons für die Gewinne bereitgehalten werden? Begründen Sie Ihre Antwort mit einer Rechnung.

Anzahl Bonbons (600 / 1600 / 2600 / 3600): _____

10 Holzpellets: zwei Anbieter vergleichen

4 Punkte

Zwei Anbieter A und B verkaufen Holzpellets für das Beheizen von Häusern. Anbieter A verlangt pro Tonne Pellets einen Betrag von CHF 300.–. Dazu kommt eine Lieferpauschale von CHF 150.–. Bei Anbieter B bezahlt man CHF 400.– pro Tonne. Dafür ist kein Zuschlag für die Lieferung fällig.

- a) Zeichnen Sie die Graphen für die Gesamtkosten der beiden Anbieter in das Koordinatensystem.

- b) Bei wie vielen Tonnen gelieferter Holzpellets sind die Gesamtkosten der beiden Anbieter gleich hoch?

Menge: _____ t

- c) Bestimmen Sie die Funktionsgleichung für die Gesamtkosten des Anbieters A. Stellen Sie diese in der Form $y = \dots$ dar.

Funktionsgleichung A: _____

- d) Bestimmen Sie die Funktionsgleichung für die Gesamtkosten des Anbieters B. Stellen Sie diese in der Form $y = \dots$ dar.

Funktionsgleichung B: _____

11

Gleiche Würfelkörper erkennen

3 Punkte

- a) Von den 9 unten abgebildeten Würfelkörpern sind 5 gleich wie der rechts abgebildete Würfelkörper. Kreuzen Sie die fünf gleichen Würfelkörper an.

(Für die Eingabe sind die 9 Körper zeilenweise von links oben nach rechts unten nummeriert: Körper 1–3 in der ersten Reihe, 4–6 in der zweiten, 7–9 in der dritten.)

Körper 1 (gleich / nicht gleich): _____

Körper 2 (gleich / nicht gleich): _____

Körper 3 (gleich / nicht gleich): _____

Körper 4 (gleich / nicht gleich): _____

Körper 5 (gleich / nicht gleich): _____

Körper 6 (gleich / nicht gleich): _____

Körper 7 (gleich / nicht gleich): _____

Körper 8 (gleich / nicht gleich): _____

Körper 9 (gleich / nicht gleich): _____

- b) Das Volumen eines solchen Würfelkörpers beträgt $13'182 \text{ cm}^3$. Berechnen Sie die Kantenlänge eines Würfels.

Kantenlänge: _____ cm

12 Kreis mit eingeschriebenem Quadrat

3 Punkte

Dem Kreis ist das Quadrat ABCD eingeschrieben. Der Radius r des Kreises misst 6 cm. Berechnen Sie den Inhalt der grauen Fläche. Genauigkeit: 1 Dezimale.

Graue Fläche: _____ cm^2

13 Raumdiagonalen im Würfelbau

3 Punkte

Die Kantenlänge eines Würfels in der folgenden Figur beträgt 1 cm.

- a) Berechnen Sie die Länge der Strecke AB. Genauigkeit: 1 Dezimale.

AB: _____ cm

- b) Berechnen Sie die Länge der Strecke CD. Genauigkeit: 1 Dezimale.

CD: _____ cm

- c) Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks EFG.

Fläche EFG: _____ cm²



Gegeben ist folgende Figur:

- a) Stellen Sie einen Term für den Flächeninhalt von A_1 auf. Der Term muss nicht vereinfacht werden.

- b) Stellen Sie einen Term für den Flächeninhalt von A_2 auf. Der Term muss nicht vereinfacht werden.

Lösungen

BMS-Aufnahmeprüfung 2017 Mathematik BM2. Lösungswege von Fokus Nachhilfe nach der offiziellen Lösung des Kantons.

1 Bruchterm faktorisieren und kürzen

2 Punkte

Ergebnis: $\frac{a-2}{a-3}$

Zähler und Nenner in Faktoren zerlegen, dann kürzen:

- Zähler: $a^2 - 5a + 6 = (a - 2)(a - 3)$, denn $(-2) \cdot (-3) = 6$ und $(-2) + (-3) = -5$.
- Nenner (2. binomische Formel): $a^2 - 6a + 9 = (a - 3)^2$.

$$\frac{a^2 - 5a + 6}{a^2 - 6a + 9} = \frac{(a - 2)(a - 3)}{(a - 3)^2} = \frac{a - 2}{a - 3}$$

2 Term mit Wurzeln vereinfachen

3 Punkte

Ergebnis: 7

- $\sqrt{81x^2} = 9x$, und Dividieren heisst mit dem Kehrwert multiplizieren: $\frac{9x}{3} \cdot \frac{3}{2x} = \frac{9}{2}$
 - Unter der Wurzel: $169x^2 - (12x)^2 = 169x^2 - 144x^2 = 25x^2$, also $\frac{\sqrt{25x^2}}{2x} = \frac{5x}{2x} = \frac{5}{2}$
 - Zusammen: $\frac{9}{2} + \frac{5}{2} = \frac{14}{2} = 7$
-

3 Volumen eines Quaders

2 Punkte

Ergebnis: 28.8 l

Alle Masse zuerst in dm umrechnen, denn $1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ l}$:

- $20 \text{ cm} = 2 \text{ dm}$, $320 \text{ mm} = 3.2 \text{ dm}$, 4.5 dm
 - $V = 2 \text{ dm} \cdot 4.5 \text{ dm} \cdot 3.2 \text{ dm} = 28.8 \text{ dm}^3 = 28.8 \text{ l}$
-

4 Gleichung mit Brüchen lösen

3 Punkte

Ergebnis: $x = -\frac{9}{4} = -2.25$

- Linke Seite auf einen Bruch bringen, rechte Seite ausmultiplizieren (Achtung: das Minus vor dem Bruch wirkt auf x **und** -4):

$$\frac{15x - x + 4}{5} = \frac{2x - 12}{3}$$

- Mit 15 multiplizieren: $45x - 3x + 12 = 10x - 60$
- Zusammenfassen: $32x = -72$
- $x = -\frac{72}{32} = -\frac{9}{4} = -2.25$

5 Autos in zwei Parkhäusern

2 Punkte

Ergebnis: Im Parkhaus Ost waren zu Beginn 240 Autos.

x

= Anzahl Autos im Parkhaus Ost zu Beginn.

	vorher	nachher
Ost	x	$x - 140$
West	$x + 110$	$x + 110 + 50 = x + 160$

Nachher hat West viermal so viele Autos wie Ost:

$$4(x - 140) = x + 160$$

$$4x - 560 = x + 160 \Rightarrow 3x = 720 \Rightarrow x = 240$$

Im Parkhaus Ost waren zu Beginn 240 Autos.

6 Durchschnittsgeschwindigkeit berechnen

2 Punkte

Ergebnis: 60 km/h

- Fahrzeit von Lucas: $\frac{40}{50} \text{ h} = 0.8 \text{ h} = 48 \text{ min}$
- Fahrzeit von Eric: $48 \text{ min} - 8 \text{ min} = 40 \text{ min} = \frac{2}{3} \text{ h} = 0.\overline{6} \text{ h}$
- Geschwindigkeit von Eric: $\frac{40 \text{ km}}{0.\overline{6} \text{ h}} = 60 \text{ km/h}$

7**Mietzins in Prozent**

4 Punkte

a) **Ergebnis: Die monatliche Miete hat um 5.9% abgenommen.**

- Miete 2016: $1500 \cdot 1.08 = 1620$ CHF
- Abnahme von 2016 auf 2017: $\frac{1620-1525}{1620} = \frac{95}{1620} \approx 0.059 = 5.9\%$
- Die Miete ist gesunken, also **abgenommen**. Grundwert ist die Miete 2016 (der Wert, von dem aus man vergleicht).

b) **Ergebnis: Die monatliche Miete hat um CHF 55.50 zugenommen.**

- Miete 2018: $1525 \cdot 1.02 = 1555.50$ CHF
- Vergleich mit 2015: $1555.50 - 1500 = 55.50$ CHF
- Die Miete ist höher als 2015, also **zugewonnen**.

8**Landeanflug eines Segelflugzeugs**

4 Punkte

a) **Ergebnis: 23.1%**

Gefälle = Höhenunterschied : horizontale Distanz. Die 3.2 km sind die schräge Flugstrecke, die horizontale Distanz liefert Pythagoras.

- Höhenunterschied: $1200 \text{ m} - 480 \text{ m} = 720 \text{ m}$
- Horizontale Distanz: $\sqrt{3200^2 - 720^2} \text{ m} \approx 3117.95 \text{ m}$
- Gefälle: $\frac{720}{3117.95} \approx 0.231 = 23.1\%$

b) **Ergebnis: 2139 m**

- 18% Gefälle heisst: 18 m Höhenverlust auf 100 m horizontal. Horizontale Distanz: $379 \cdot \frac{100}{18} \text{ m} \approx 2105.56 \text{ m}$
- Gesucht ist die schräge Strecke (Pythagoras): $\sqrt{379^2 + 2105.56^2} \text{ m} \approx 2139 \text{ m}$

9**Bonbons am Glücksrad**

3 Punkte

a) **Ergebnis: $P = \frac{2}{12} = \frac{1}{6} = 0.1\bar{6} = 16.\bar{6}\%$**

Rad 1 hat 4 gleich grosse Felder (0, 1, 2, 3), Rad 2 hat 3 gleich grosse Felder (0, 1, 2). Das ergibt $4 \cdot 3 = 12$ gleich wahrscheinliche Kombinationen. Produkte in einer Tabelle:

R1/R2	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	0	1	2	3
2	0	2	4	6

Mehr als 3 Bonbons gibt es nur bei 4 und 6, also in 2 von 12 Fällen:

$$P = \frac{2}{12} = \frac{1}{6} = 0.1\bar{6} = 16.\bar{6}\%$$

b) **Ergebnis: Es sind 2600 Bonbons bereitzuhalten.**

- Summe aller 12 Felder der Tabelle aus a): $1 + 2 + 3 + 2 + 4 + 6 = 18$ Bonbons auf 12 Drehungen.
- Hochgerechnet auf 1700 Personen: $\frac{1700}{12} \cdot 18 = 2550$ Bonbons
- Von den vorgegebenen Zahlen passt **2600** am besten.

10 Holzpellets: zwei Anbieter vergleichen

4 Punkte

a) **Ergebnis: Anbieter A: Gerade durch (0 | 150) und (2 | 750). Anbieter B: Gerade durch (0 | 0) und (2 | 800).**

Für jede Gerade zwei Punkte berechnen und verbinden:

- Anbieter A: bei 0 t kostet es 150 CHF (nur die Lieferpauschale), bei 2 t $2 \cdot 300 + 150 = 750$ CHF.
- Anbieter B: bei 0 t kostet es 0 CHF, bei 2 t $2 \cdot 400 = 800$ CHF.

Die beiden Geraden schneiden sich bei 1.5 t und 600 CHF.

b) **Ergebnis: Bei 1.5 Tonnen sind beide Anbieter gleich teuer.**

Ablesen am Schnittpunkt der Graphen oder Gleichung lösen:

$$300x + 150 = 400x \quad \Rightarrow \quad 150 = 100x \quad \Rightarrow \quad x = 1.5$$

Bei 1.5 Tonnen sind beide Anbieter gleich teuer (je 600 CHF).

c) **Ergebnis: $y = 300x + 150$**

Preis pro Tonne = Steigung (300), Lieferpauschale = fester Betrag (150):

$$y = 300x + 150$$

d) **Ergebnis: $y = 400x$**

Preis pro Tonne = Steigung (400), keine Pauschale:

$$y = 400x$$

11

Gleiche Würfelkörper erkennen

3 Punkte

a) **Ergebnis: Anzukreuzen: Körper 1, 3, 5, 7 und 9.**

Der Vergleichskörper besteht aus 6 Würfeln. Drehen Sie jeden Körper gedanklich, bis er gleich liegt wie der Vergleichskörper, und prüfen Sie Anzahl und Lage der Würfel.

Gleich sind die Körper 1 und 3 (erste Reihe), 5 (Mitte der zweiten Reihe) sowie 7 und 9 (dritte Reihe). Die Körper 2, 4, 6 und 8 sind anders gebaut.

b) **Ergebnis: 13 cm**

Der Körper besteht aus 6 Würfeln.

- Volumen eines Würfels: $13182 \text{ cm}^3 : 6 = 2197 \text{ cm}^3$

- Kantenlänge: $s = \sqrt[3]{2197} \text{ cm} = 13 \text{ cm}$

12 Kreis mit eingeschriebenem Quadrat

3 Punkte

Ergebnis: $A_{\text{graue Fläche}} \approx 41.1 \text{ cm}^2$

Graue Fläche = Kreisfläche minus Quadratfläche.

- Die Diagonale des Quadrats ist der Durchmesser $2r = 12 \text{ cm}$. Ein Quadrat mit Diagonale d hat die Fläche $\frac{d^2}{2}$: $A_{\text{Quadrat}} = \frac{12^2}{2} = 2r^2 = 72 \text{ cm}^2$ (Seite $\overline{AB} \approx 8.49 \text{ cm}$).
- $A_{\text{Kreis}} = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 36 \text{ cm}^2 \approx 113.1 \text{ cm}^2$
- $A_{\text{graue Fläche}} \approx 113.1 - 72 = 41.1 \text{ cm}^2$

13 Raumdiagonalen im Würfelbau

3 Punkte

a) **Ergebnis:** $\overline{AB} = \sqrt{53} \text{ cm} \approx 7.3 \text{ cm}$

Die Strecke ist die Raumdiagonale eines Quaders. Kästchen und Würfel abzählen:
Seitenlängen 6 cm, 4 cm und 1 cm.

$$\overline{AB} = \sqrt{6^2 + 4^2 + 1^2} \text{ cm} = \sqrt{53} \text{ cm} \approx 7.3 \text{ cm}$$

b) **Ergebnis:** $\overline{CD} = \sqrt{14} \text{ cm} \approx 3.7 \text{ cm}$

Auch hier eine Raumdiagonale: C liegt 1 cm höher als D und horizontal 2 cm und 3 cm versetzt.

$$\overline{CD} = \sqrt{2^2 + 1^2 + 3^2} \text{ cm} = \sqrt{14} \text{ cm} \approx 3.7 \text{ cm}$$

c) **Ergebnis:** $A_{EFG} = 5 \text{ cm}^2$

- Grundseite $\overline{EF} = 2 \text{ cm}$ (waagrecht, zwei Würfelkanten).
- Die Höhe auf $\overline{EF}$ führt zu G: 3 cm hinunter und 4 cm zur Seite, also $h = \sqrt{4^2 + 3^2} \text{ cm} = 5 \text{ cm}$.

$$A_{EFG} = \frac{2 \cdot \sqrt{4^2 + 3^2}}{2} \text{ cm}^2 = 5 \text{ cm}^2$$

14 Flächenterme mit Halbkreis

2 Punkte

a) **Ergebnis:** $A_1 = (5 - 2x)(x + 6) = -2x^2 - 7x + 30$

- Der Halbkreis hat den Radius x , also ist A_2 $2x$ breit. Für A_1 bleibt die Breite $5 - 2x$.
- Die Höhe der ganzen Figur ist Radius plus 6: $x + 6$.

$$A_1 = (5 - 2x)(x + 6) = -2x^2 - 7x + 30$$

b) **Ergebnis:** $A_2 = 2x(x + 6) - \frac{x^2 \cdot \pi}{2} = 2x^2 + 12x - \frac{x^2 \cdot \pi}{2}$

Rechteck ($2x$ breit, $x + 6$ hoch) minus Halbkreis mit Radius x :

$$A_2 = 2x(x + 6) - \frac{x^2 \cdot \pi}{2} = 2x^2 + 12x - \frac{x^2 \cdot \pi}{2}$$