

Mathematik

90 Minuten · 14 Aufgaben · 40 Punkte

Name: _____

- 90 Minuten
- Taschenrechner erlaubt (kein CAS-, kein Grafikrechner)
- Zeichenutensilien erlaubt
- Keine Formelsammlung
- Der Lösungsweg wird mitbewertet

1 Terme vereinfachen

3 Punkte

Vereinfachen Sie die folgenden Terme so weit wie möglich.

a)

$$\frac{\sqrt{100x^2}}{\sqrt{(6x)^2 - 11x^2}}$$

Term: _____

b)

$$\frac{5x}{12} + \frac{14x}{4} \cdot \frac{1}{6} - \frac{x}{24}$$

Term: _____

2 Bruchterme kürzen und addieren

3 Punkte

Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich.

$$\frac{x^2 + 8x + 16}{x + 4} + \frac{x^2 - 3x - 4}{x + 1}$$

Term: _____

3 Volumeneinheiten umrechnen

2 Punkte

Kreuzen Sie die **zwei** Grössen an, die einem Volumen von 2'000 cm³ entsprechen.

Hinweis: Sie dürfen auch nur eine Grösse ankreuzen; in diesem Fall erhalten Sie maximal 1 P.
Der Lösungsweg wird bei dieser Aufgabe nicht bewertet.

1. 0.2 l
2. 20 dl
3. 2'000 cl
4. 20'000 mm³
5. 20 dm³
6. 0.002 m³

0.2 l (ankreuzen / nicht ankreuzen): _____

20 dl (ankreuzen / nicht ankreuzen): _____

2'000 cl (ankreuzen / nicht ankreuzen): _____

20'000 mm³ (ankreuzen / nicht ankreuzen): _____

20 dm³ (ankreuzen / nicht ankreuzen): _____

0.002 m³ (ankreuzen / nicht ankreuzen): _____

4 Gleichung mit Brüchen

3 Punkte

Bestimmen Sie die Lösung der Gleichung.

$$\frac{x+3}{6} - \frac{2x-3}{9} = \frac{7(x+1)}{2}$$

x: _____

5 Kinopläte nach Renovation

2 Punkte

In einem Kino kostet ein Platz CHF 18.–. Das Kino wird renoviert und es stehen neu 50 Plätze weniger zur Verfügung. Damit die Einnahmen bei vollbesetztem Kino gleichbleiben, wird der Preis für einen Platz auf CHF 22.– erhöht. Berechnen Sie, wie viele Plätze das Kino vor der Renovation hatte. Für die volle Punktzahl wird eine Gleichung verlangt.

Plätze vor der Renovation: _____ Plätze

6 Fahrzeiten und Geschwindigkeiten

3 Punkte

Die Distanz zwischen zwei Orten A und B beträgt 40 km.

- a) Marco fährt mit einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von 50 km/h von A nach B. Anina fährt 8 Minuten später in A los und trifft gleichzeitig mit Marco in B ein. Berechnen Sie Aninas durchschnittliche Geschwindigkeit in km/h.

Aninas Geschwindigkeit: _____ km/h

- b) Auf dem Rückweg von B nach A wird Marco wegen einer Baustelle umgeleitet. Er fährt mit durchschnittlich 50 km/h und braucht 4 Minuten und 30 Sekunden länger als auf dem Hinweg. Berechnen Sie die Länge des Rückweges in Kilometer.

Länge des Rückwegs: _____ km

7 Zinssatz und Kapital

4 Punkte

- a) Bei einem geliehenen Kapital von CHF 8800.– wird nach 190 Tagen ein Zins von CHF 83.60 fällig. Berechnen Sie den Jahreszinssatz in Prozent.

Jahreszinssatz: _____ %

- b) Bei einem anderen geliehenen Kapital ist nach 225 Tagen ein Zins von CHF 85.– fällig. Der vereinbarte Zinssatz beträgt 0.25 %. Berechnen Sie, wie viel Kapital in CHF geliehen wurde.

Kapital: _____ CHF

8 Kugeln ziehen ohne Zurücklegen

3 Punkte

In einer Schachtel liegen drei blaue und sechs gelbe Kugeln. Sie ziehen nacheinander zwei Kugeln, ohne sie wieder zurückzulegen.

- a) Zeichnen Sie einen entsprechenden Wahrscheinlichkeitsbaum und tragen Sie die Wahrscheinlichkeiten bei den Ästen ein.

- b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, zwei blaue Kugeln zu ziehen.

P(zwei blaue): _____

- c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, eine blaue und eine gelbe Kugel zu ziehen, egal in welcher Reihenfolge.

P(eine blaue, eine gelbe): _____

9 Wasser in zwei Becken

4 Punkte

Aus zwei Regensammelbecken, die zu Beginn vollständig gefüllt sind, fliesst konstant Wasser ab. In Becken A sind zu Beginn 12'000 Liter vorhanden. Pro Minute fliessen 1'000 Liter aus dem Becken. In Becken B sind sechs Minuten nach Beginn noch 5'000 Liter vorhanden. Nach insgesamt 14 Minuten ist das Becken noch zu 1'000 Liter gefüllt.

- a) Zeichnen Sie die dazugehörigen Graphen ins Koordinatensystem.

- b) Bestimmen Sie die Anzahl Liter Wasser in Becken A nach fünf Minuten.

Wasser in Becken A: _____ l

- c) Bestimmen Sie die Funktionsgleichung für die Menge Wasser in Becken B. Stellen Sie diese in der Form $y = \dots$ dar.

$y =$: _____

- d) Nach wie vielen Minuten ist in beiden Becken gleich viel Wasser vorhanden?

Zeit: _____ min

10 Steigung einer Spirale

2 Punkte

Eine Säule hat einen Durchmesser von 110 cm und eine Höhe von 210 cm. Auf die Säule wird ein Plakat mit den rechts eingezeichneten Linien aufgeklebt. Es entsteht so eine Spirale mit drei Windungen. Berechnen Sie die Steigung der Spirale. Geben Sie Ihr Resultat auf 0.1 % genau an.

Steigung: _____ %

11 Würfel und Würfelnetz

3 Punkte

Der abgebildete Würfel wird so **auf** das Netz gestellt, dass die graue Fläche und der Punkt A sich decken. Anschliessend wird der Würfel zum abgebildeten Netz aufgefaltet.

- a) Zeichnen Sie den Punkt P im Würfelnetz ein.
- b) Zeichnen Sie die Strecke QR im Würfel ein.
- c) In der hinteren Fläche des Würfels ist ein F eingezeichnet. Zeichnen Sie dieses F im Netz in seiner korrekten Lage ein.

12 Dreieck mit Halbkreis

3 Punkte

Berechnen Sie den Inhalt der grau markierten Fläche. Genauigkeit: 1 Dezimale.

Graue Fläche: _____ cm^2

13 Wasser umfüllen

3 Punkte

Ein quaderförmiges Gefäss hat eine quadratische Grundfläche mit 6 cm Kantenlänge. Das Gefäss ist 15 cm hoch mit Wasser gefüllt.

- a) Das Wasser wird in einen zweiten Quader mit quadratischer Grundfläche mit 5 cm Kantenlänge umgefüllt. Berechnen Sie die Füllhöhe des zweiten Quaders. Genauigkeit: 1 Dezimale.

Füllhöhe: _____ cm

- b) Das Wasser wird in eines der neun unten rechts abgebildeten Gefässe umgefüllt. Die Grafik links zeigt die Abhängigkeit zwischen Inhalt I und Füllhöhe h . Kreuzen Sie das Gefäss an, welches gefüllt wurde.

14 Winkel im Halbkreis

2 Punkte

In der Grafik bezeichnen M_1 und M_2 die Mittelpunkte der Kreisbogen. Der Winkel α misst 40° . Berechnen Sie die Winkel β und γ . Die Abbildung ist nicht massstabgetreu.

β : _____ $^\circ$

γ : _____ $^\circ$

Lösungen

BMS-Aufnahmeprüfung 2018 Mathematik BM2. Lösungswege von Fokus Nachhilfe nach der offiziellen Lösung des Kantons.

1 Terme vereinfachen

3 Punkte

a) Ergebnis: 2

- Zähler: $\sqrt{100x^2} = 10x$
- Nenner: $(6x)^2 - 11x^2 = 36x^2 - 11x^2 = 25x^2$, also $\sqrt{25x^2} = 5x$
- $\frac{10x}{5x} = 2$

b) Ergebnis: $\frac{23x}{24}$

- Punkt vor Strich: $\frac{14x}{4} \cdot \frac{1}{6} = \frac{14x}{24}$
- Gemeinsamer Nenner 24: $\frac{10x}{24} + \frac{14x}{24} - \frac{x}{24} = \frac{10x+14x-x}{24} = \frac{23x}{24}$

2 Bruchterme kürzen und addieren

3 Punkte

Ergebnis: $2x$

- Zähler faktorisieren: $x^2 + 8x + 16 = (x + 4)^2$ (binomische Formel) und $x^2 - 3x - 4 = (x - 4)(x + 1)$
- Kürzen: $\frac{(x+4)^2}{x+4} = x + 4$ und $\frac{(x-4)(x+1)}{x+1} = x - 4$
- Addieren: $x + 4 + x - 4 = 2x$

3 Volumeneinheiten umrechnen

2 Punkte

Ergebnis: Nr. 2 (20 dl) und Nr. 6 (0.002 m³)

- $2'000 \text{ cm}^3 = 2 \text{ dm}^3 = 2 \text{ l}$
- $2 \text{ l} = 20 \text{ dl} \checkmark$ (0.2 l und 2'000 cl = 20 l passen nicht)
- $1 \text{ cm}^3 = 1'000 \text{ mm}^3$, also $2'000 \text{ cm}^3 = 2'000'000 \text{ mm}^3$ (nicht 20'000)
- $1 \text{ m}^3 = 1'000'000 \text{ cm}^3$, also $2'000 \text{ cm}^3 = 0.002 \text{ m}^3 \checkmark$

4 Gleichung mit Brüchen

3 Punkte

Ergebnis: $x = -\frac{3}{4} = -0.75$

- Gemeinsamer Nenner 18: $\frac{3x+9}{18} - \frac{4x-6}{18} = \frac{63x+63}{18}$
- Mit 18 multiplizieren. Achtung, das Minus vor dem Bruch wirkt auf den ganzen Zähler:
 $3x + 9 - 4x + 6 = 63x + 63$
- Zusammenfassen: $-x + 15 = 63x + 63 \Rightarrow -64x = 48$
- $x = -\frac{48}{64} = -\frac{3}{4} = -0.75$

5 Kinoplätzte nach Renovation

2 Punkte

Ergebnis: 275 Sitzplätze

- x : Anzahl Sitzplätze vor der Renovation
- Einnahmen vorher = Einnahmen nachher: $18x = 22(x - 50)$
- $18x = 22x - 1100 \Rightarrow 4x = 1100 \Rightarrow x = 275$

- Das Kino hatte vor der Renovation 275 Sitzplätze.

6 Fahrzeiten und Geschwindigkeiten

3 Punkte

a) Ergebnis: 60 km/h

- Fahrzeit von Marco: $\frac{40}{50} \text{ h} = 0.8 \text{ h} = 48 \text{ min}$
- Fahrzeit von Anina: $48 \text{ min} - 8 \text{ min} = 40 \text{ min} = \frac{2}{3} \text{ h}$
- Geschwindigkeit von Anina: $40 : \frac{2}{3} = 60 \text{ km/h}$

b) Ergebnis: 43.75 km

- In den zusätzlichen 4.5 min fährt Marco $50 \cdot \frac{4.5}{60} \text{ km} = 3.75 \text{ km}$
- Rückweg: $40 \text{ km} + 3.75 \text{ km} = 43.75 \text{ km}$

7 Zinssatz und Kapital

4 Punkte

a) Ergebnis: 1.8 %

- Jahreszins (360 Tage): $83.60 \cdot \frac{360}{190} = 158.40 \text{ CHF}$
- Zinssatz: $\frac{158.40}{8'800} = 0.018 = 1.8 \%$
- Oder mit Gleichung: $83.60 = \frac{8'800 \cdot p \cdot 190}{360 \cdot 100}$, Lösung $p = 1.8$

b) Ergebnis: CHF 54'400.–

- Jahreszins (360 Tage): $85 \cdot \frac{360}{225} = 136 \text{ CHF}$
- 136 CHF entsprechen 0.25 %: Kapital = $\frac{136}{0.25} \cdot 100 = 54'400 \text{ CHF}$
- Oder mit Gleichung: $85 = \frac{K_0 \cdot 0.25 \cdot 225}{360 \cdot 100}$, Lösung $K_0 = 54'400$

8 Kugeln ziehen ohne Zurücklegen

3 Punkte

a) Ergebnis: Baum mit 1. Zug: b $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$, g $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$; 2. Zug nach b: b $\frac{2}{8}$, g $\frac{6}{8}$; nach g: b $\frac{3}{8}$, g $\frac{5}{8}$

- 1. Zug (9 Kugeln): blau $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$, gelb $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$
- 2. Zug (noch 8 Kugeln, ohne Zurücklegen):
 - nach blau: blau $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$, gelb $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$
 - nach gelb: blau $\frac{3}{8}$, gelb $\frac{5}{8}$
- Pfadwahrscheinlichkeiten (zur Kontrolle): bb $\frac{6}{72}$, bg $\frac{18}{72}$, gb $\frac{18}{72}$, gg $\frac{30}{72}$

b) Ergebnis: $\frac{1}{12} \approx 8.3 \%$

- Pfad blau–blau: $\frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8} = \frac{6}{72} = \frac{1}{12} \approx 8.3 \%$

c) **Ergebnis:** $\frac{1}{2} = 50\%$

- Zwei Pfade: blau-gelb und gelb-blau
- $\frac{3}{9} \cdot \frac{6}{8} + \frac{6}{9} \cdot \frac{3}{8} = \frac{18}{72} + \frac{18}{72} = \frac{36}{72} = \frac{1}{2} = 50\%$

9 Wasser in zwei Becken

4 Punkte

a) **Ergebnis:** A: Gerade von (0 | 12'000) bis (12 | 0); B: Gerade durch (6 | 5'000) und (14 | 1'000), von (0 | 8'000) bis (16 | 0)

- Becken A: Start bei (0 | 12'000), pro Minute 1'000 l weniger. Die Gerade geht z. B. durch (5 | 7'000) und erreicht 0 nach 12 min.
- Becken B: Gerade durch (6 | 5'000) und (14 | 1'000). In 8 min fließen 4'000 l ab, also 500 l pro Minute. Sie beginnt bei (0 | 8'000) und erreicht 0 nach 16 min.
- Die beiden Geraden schneiden sich in (8 | 4'000).

b) **Ergebnis:** 7'000 l

- Aus der Grafik ablesen oder rechnen: $12'000 - 5 \cdot 1'000 = 7'000$
- In Becken A sind nach fünf Minuten 7'000 l vorhanden.

c) **Ergebnis:** $y = 8'000 - 500x$

- Steigung aus den Punkten (6 | 5'000) und (14 | 1'000): $m = \frac{1'000 - 5'000}{14 - 6} = \frac{-4'000}{8} = -500$
- Startwert: $5'000 + 6 \cdot 500 = 8'000$
- $y = 8'000 - 500x$

d) **Ergebnis:** nach 8 min

- Schnittpunkt der Graphen ablesen oder Gleichung lösen: $12'000 - 1'000x = 8'000 - 500x$
- $4'000 = 500x \Rightarrow x = 8$

- Nach 8 min ist in den Becken A und B gleich viel Wasser vorhanden (je 4'000 l).

10 Steigung einer Spirale

2 Punkte

Ergebnis: $\approx 20.3 \%$

- Das Plakat ist so breit wie der Umfang der Säule: $u = d \cdot \pi = 110 \cdot \pi \text{ cm} \approx 345.58 \text{ cm}$
 - Eine Windung steigt auf dieser Breite um $210 : 3 = 70 \text{ cm}$
 - Steigung: $\frac{70}{110 \cdot \pi} \approx 0.203 = 20.3 \%$
-

11 Würfel und Würfelnetz

3 Punkte

a) **Ergebnis: P liegt in der linken oberen Ecke des Quadrats direkt über der grauen Fläche.**

- Die graue Fläche ist die rechte Seitenfläche des Würfels; der Würfel steht mit ihr auf dem Netz, A deckt sich mit A.
- Beim Auffalten wird P zur linken oberen Ecke des Quadrats direkt über der grauen Fläche (dort, wo es an das linke Quadrat stösst). Siehe Lösungsgrafik.

b) **Ergebnis: QR ist die linke untere Kante des Würfels, die nach hinten verläuft.**

- Im Netz ist QR die gemeinsame Kante der beiden Quadrate in der Mitte (Spalte Mitte und rechte Spalte).
- Im Würfel ist das die untere Kante der linken Seitenfläche: von der vorderen unteren linken Ecke R nach hinten zur verdeckten Ecke Q. Siehe Lösungsgrafik.

- c) **Ergebnis: Das F gehört ins oberste Quadrat der rechten Spalte, Lage wie in der Lösungsgrafik.**
- Die hintere Fläche des Würfels ist im Netz das oberste Quadrat der rechten Spalte.
 - Das F steht dort mit dem Längsstrich rechts und den beiden Querstrichen nach links (oben und in der Mitte), so wie es im Würfelbild erscheint. Siehe Lösungsgrafik.

12 Dreieck mit Halbkreis

3 Punkte

Ergebnis: $\approx 85.8 \text{ cm}^2$

- Das Dreieck steht im Halbkreis über der 15-cm-Strecke, also ist es rechtwinklig (Thaleskreis) mit Hypotenuse 15 cm.
- Zweite Kathete: $\sqrt{15^2 - 12^2} \text{ cm} = \sqrt{81} \text{ cm} = 9 \text{ cm}$
- $A_{\text{Dreieck}} = \frac{9 \cdot 12}{2} \text{ cm}^2 = 54 \text{ cm}^2$
- Der graue Halbkreis hat diese Kathete als Durchmesser: $r = \frac{9}{2} \text{ cm} = 4.5 \text{ cm}$
- $A_{\text{Halbkreis}} = \frac{\pi \cdot r^2}{2} \approx 31.81 \text{ cm}^2$
- $A_{\text{graue Fläche}} \approx 54 + 31.81 \approx 85.8 \text{ cm}^2$

13 Wasser umfüllen

3 Punkte

a) Ergebnis: 21.6 cm

- Wasservolumen: $V = 6 \text{ cm} \cdot 6 \text{ cm} \cdot 15 \text{ cm} = 540 \text{ cm}^3$
- Füllhöhe im zweiten Quader: $h_2 = \frac{540}{5 \cdot 5} \text{ cm} = 21.6 \text{ cm}$

b) Ergebnis: Das letzte Gefäss in der zweiten Zeile (sechseckige Form).

- Je steiler der Graph, desto schneller steigt h, also desto schmaler ist das Gefäss an dieser Stelle.
- Der Graph ist unten steil und wird flacher: das Gefäss wird nach oben breiter.

- Danach wird er wieder steiler: das Gefäss wird oben wieder schmaler.
- Das passt zum Gefäss rechts in der zweiten Zeile, das sich zuerst gleichmässig verbreitert und dann wieder verengt.

14 Winkel im Halbkreis

2 Punkte

Ergebnis: $\beta = 20^\circ, \gamma = 30^\circ$

Bezeichnungen: L und R = linker und rechter Endpunkt des Durchmessers, T = Punkt oben links auf dem Halbkreis, X und Y = Punkte, in denen der kleine Bogen um M_2 die Strecken LM_2 und M_1M_2 schneidet (beide liegen auf der Strecke TR).

- Dreieck LM_1M_2 : M_1L und M_1M_2 sind Radien, also gleichschenkelig. Darum ist $\angle M_2LM_1 = \alpha = 40^\circ$.
- Dreieck XM_2Y : M_2X und M_2Y sind Radien des kleinen Bogens, also gleichschenkelig mit Spitzenwinkel 40° . Basiswinkel: $\frac{180^\circ - 40^\circ}{2} = 70^\circ$.
- Dreieck LXR : Winkel bei X ist der Nebenwinkel $180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$, Winkel bei L ist 40° . Also $\gamma = 180^\circ - 40^\circ - 110^\circ = 30^\circ$.
- Dreieck LTR : Bei T liegt ein rechter Winkel (Thaleskreis), also $\beta + 40^\circ + \gamma = 90^\circ$ und $\beta = 90^\circ - 40^\circ - 30^\circ = 20^\circ$.