

Mathematik

90 Minuten · 14 Aufgaben · 40 Punkte

Name: _____

- 90 Minuten
- Taschenrechner erlaubt (keine CAS- oder Grafikrechner)
- Keine Formelsammlung
- Zeichenutensilien erlaubt
- Lösungsweg muss vollständig ersichtlich sein

1 Wurzelterm vereinfachen

2 Punkte

Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich.

$$\sqrt{50x^2 - x^2} + \sqrt{3} \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt{27x}$$

Term: _____

2 Binome ausmultiplizieren

2 Punkte

Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich.

$$(x - 2)^2 - (x - 1)(x - 5)$$

Term: _____

3 Bruchterme vereinfachen

4 Punkte

Vereinfachen Sie die Terme und kürzen Sie die Resultate so weit wie möglich.

a)

$$\frac{5x}{2} : \frac{15}{4} - \frac{2x}{21} \cdot \frac{7}{6}$$

Term: _____

b)

$$\frac{4xy + 4y^2}{x^2 - 2xy + y^2} \cdot \frac{6(x - y)^2}{x + y}$$

Term: _____

4 Lineare Gleichung mit Brüchen

2 Punkte

Berechnen Sie die Lösung der Gleichung.

$$-\frac{x}{8} - 2x = \frac{x-12}{4} - \frac{1}{2} + \frac{x}{8}$$

x: _____

5 Flächen- und Volumeneinheiten umrechnen

2 Punkte

a) Berechnen Sie und geben Sie das Resultat in cm^2 an.

$$0.00001 \text{ km}^2 + 0.5 \text{ m}^2 + 30'000 \text{ mm}^2 = \text{ ______ cm}^2$$

Resultat: _____ cm^2

b) Berechnen Sie und geben Sie das Resultat in dl an.

$$0.3 \text{ m}^3 + 700 \text{ cl} + 40'000 \text{ cm}^3 = \text{ ______ dl}$$

Resultat: _____ dl

6 Rote und weisse Mietwagen

3 Punkte

Bei einer Autovermietung stehen am Montag insgesamt 56 rote und weisse Wagen. Bis am Mittwoch wurden von jeder Farbe 4 Wagen abgeholt. Nun beträgt die Anzahl der weissen Wagen genau fünf Siebtel der roten Wagen.

Berechnen Sie die Anzahl der roten Wagen am Montag.

Für die volle Punktzahl wird eine Gleichung verlangt.

Rote Wagen am Montag: _____

7 Jahreszins und Wettbewerb

4 Punkte

a) Ein Kapital von CHF 51'000.– wird 120 Tage lang verzinst. Der Zins beträgt CHF 17.–. Berechnen Sie den Jahreszinssatz in Prozent.

Jahreszinssatz: _____ %

- b1) An einem Wettbewerb sind 60 % der teilnehmenden Personen Frauen. 94 % der Frauen haben die korrekte Antwort auf die Wettbewerbsfrage notiert. 45 Frauen haben eine falsche Antwort gegeben.

1) Berechnen Sie die gesamte Anzahl Teilnehmerinnen und Teilnehmer am Wettbewerb.

Anzahl Teilnehmende: _____

- b2) 2) 8 % der Männer haben eine falsche Antwort notiert. Berechnen Sie den prozentualen Anteil aller Teilnehmerinnen und Teilnehmer, die die korrekte Antwort gegeben haben.

Anteil korrekt: _____ %

8 Würfelspiel mit Tetraedern

3 Punkte

Beim folgenden Spiel können Sie Ihre Spielfigur auf Feld A, B, C, D oder E setzen.

Anschliessend würfeln Sie mit zwei Tetraedern mit den Zahlen 1 bis 4 und addieren die gewürfelten Zahlen.

Falls Ihre Spielfigur auf einem Feld steht, das an die gewürfelte Summe angrenzt, erhalten Sie einen Punkt.

Beispiel Tetraeder: Im linken Fall wurde die Zahl 4, im rechten Fall die Zahl 1 gewürfelt.

- a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, auf Feld B einen Punkt zu gewinnen.

Wahrscheinlichkeit: _____

- b) Es wird 1'000-mal gewürfelt. Wie viele Punkte erwarten Sie mit Ihrer Spielfigur auf Feld D zu gewinnen? Sind es eher 300, 400, 500, 600 oder 700 Punkte? Begründen Sie Ihre Antwort mit einer Rechnung.

Erwartete Punkte (300 / 400 / 500 / 600 / 700): _____

9 Geraden und Funktionsgleichungen

4 Punkte

- a) Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der abgebildeten Geraden.

Ihre Antwort: $y =$ _____

$y =$: _____

- b) Zeichnen Sie die Gerade mit der Funktionsgleichung $y = -0.6x + 3$.

- c) Bestimmen Sie die Funktionsgleichung derjenigen Geraden, welche parallel zur Geraden mit der Funktionsgleichung $y = -5x - 3$ verläuft und die y-Achse bei $y = 5$ schneidet.

y =: _____

- d) Berechnen Sie die x-Koordinate des Schnittpunktes der beiden Geraden mit den Funktionsgleichungen $y = -4x + 60$ und $y = 38x - 150$.

x: _____

10 Steigung im Quader

3 Punkte

- a) Im folgenden Quader hat die Strecke BA eine Steigung von 50 %. Berechnen Sie die Steigung der Strecke CB in Prozent.

Steigung CB: _____ %

- b) Gegeben ist der folgende Quader. Berechnen Sie die Steigung der Strecke BA in Prozent. Genauigkeit: 1 Dezimale.

Steigung BA: _____ %

11 Graue Dreiecke im Rechteck

3 Punkte

Gegeben ist folgende Figur:

Der Flächeninhalt der grau markierten Figur beträgt $2'400 \text{ cm}^2$. Berechnen Sie x .

x : _____ cm

12 Volumen und Gewicht eines Rohres

3 Punkte

Ein Rohr hat:

- einen Innendurchmesser d_i von 7 cm
- eine Länge ℓ von 50 cm
- eine Querschnittsfläche Q von 5 cm^2

Genauigkeit für alle Teilaufgaben: 1 Dezimale.

- a) Das Rohr wird mit Wasser gefüllt. Berechnen Sie, wie viele cm^3 Wasser im Rohr Platz haben.

Wasser: _____ cm^3

- b) Das Rohr wird aus Aluminium gefertigt. 1 cm^3 Aluminium wiegt 2.7 g. Berechnen Sie das Gewicht des Rohres in g.

Gewicht: _____ g

- c) Berechnen Sie den Aussendurchmesser d_a des Rohres in cm.

d_a : _____ cm

13 Flächenterme aufstellen

2 Punkte

Gegeben ist die rechts abgebildete Figur.

Die Fläche A_1 ist ein Rechteck.

Die Fläche A_2 ist ein Rechteck mit einem angefügten Halbkreis an der rechten Seite.

- a) Stellen Sie einen Term für den Flächeninhalt von A_1 auf. Der Term muss nicht vereinfacht werden.
- b) Stellen Sie einen Term für den Flächeninhalt von A_2 auf. Der Term muss nicht vereinfacht werden.

14 Würfelkörper in verschiedenen Lagen

3 Punkte

- a) Die beiden Würfelkörper A und B sind unten in verschiedenen Lagen abgebildet.
Bestimmen Sie, welche 5 Abbildungen vom Würfelkörper A und welche 5 Abbildungen vom Würfelkörper B sind.

Die Abbildungen sind in 3 Reihen zu je 4 Bildern angeordnet, von links nach rechts gezählt. In Reihe 1 sind Bild 1 (A) und Bild 2 (B) vorgegeben.

Reihe 1, Bild 3 (A / B): _____

Reihe 1, Bild 4 (A / B): _____

Reihe 2, Bild 1 (A / B): _____

Reihe 2, Bild 2 (A / B): _____

Reihe 2, Bild 3 (A / B): _____

Reihe 2, Bild 4 (A / B): _____

Reihe 3, Bild 1 (A / B): _____

Reihe 3, Bild 2 (A / B): _____

Reihe 3, Bild 3 (A / B): _____

Reihe 3, Bild 4 (A / B): _____

b) Der oben links eingerahmte Würfelkörper wird ...

- erst nach rechts gekippt,
- dann im Gegenuhrzeigersinn um 90° gedreht,
- anschliessend nach hinten gekippt,
- und am Schluss nach links gekippt.

Kreuzen Sie die Abbildung an, die den Würfelkörper in seiner neuen Lage zeigt.

Reihe 1 enthält links den eingerahmten Würfelkörper (Bild 1) und rechts davon Bild 2 bis 4.

Reihe 2 und Reihe 3 enthalten je 4 Bilder, von links nach rechts gezählt.

Abbildung (Reihe 1, Bild 2 / Reihe 1, Bild 3 / Reihe 1, Bild 4 / Reihe 2, Bild 1 / Reihe 2, Bild 2 / Reihe 2, Bild 3 / Reihe 2, Bild 4 / I

Lösungen

BMS-Aufnahmeprüfung 2019 Mathematik BM2. Lösungswege von Fokus Nachhilfe nach der offiziellen Lösung des Kantons.

1 Wurzelterm vereinfachen

2 Punkte

Ergebnis: $16x$

- Unter der ersten Wurzel zusammenfassen: $50x^2 - x^2 = 49x^2$, also $\sqrt{49x^2} = 7x$.
- Wurzeln multiplizieren: $\sqrt{3} \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt{27x} = \sqrt{81x^2} = 9x$.
- $7x + 9x = 16x$

2 Binome ausmultiplizieren

2 Punkte

Ergebnis: $2x - 1$

- $(x - 2)^2 = x^2 - 4x + 4$ und $(x - 1)(x - 5) = x^2 - 6x + 5$.
- Wichtig: Das zweite Produkt in Klammern setzen, weil das Minus davor für alle Glieder gilt: $x^2 - 4x + 4 - (x^2 - 6x + 5) = x^2 - 4x + 4 - x^2 + 6x - 5$
- $= 2x - 1$

3 Bruchterme vereinfachen

4 Punkte

a) Ergebnis: $\frac{5x}{9}$

- Punkt vor Strich. Division = Multiplikation mit dem Kehrwert: $\frac{5x}{2} \cdot \frac{4}{15} = \frac{2x}{3}$
- $\frac{2x}{21} \cdot \frac{7}{6} = \frac{x}{9}$
- Gleichnamig machen: $\frac{2x}{3} - \frac{x}{9} = \frac{6x-x}{9} = \frac{5x}{9}$

b) Ergebnis: $24y$

- Zähler und Nenner faktorisieren: $4xy + 4y^2 = 4y(x + y)$ und $x^2 - 2xy + y^2 = (x - y)^2$ (binomische Formel).
- $\frac{4y(x+y)}{(x-y)^2} \cdot \frac{6(x-y)^2}{x+y}$
- $(x + y)$ und $(x - y)^2$ kürzen sich weg: $4y \cdot 6 = 24y$

4 Lineare Gleichung mit Brüchen

2 Punkte

Ergebnis: $x = \frac{7}{5} = 1.4$

- Alles auf den Hauptnenner 8 bringen: $-\frac{x}{8} - \frac{16x}{8} = \frac{2x-24}{8} - \frac{4}{8} + \frac{x}{8}$
- Mit 8 multiplizieren: $-x - 16x = 2x - 24 - 4 + x$
- Zusammenfassen: $-17x = 3x - 28$, also $-20x = -28$
- $x = \frac{28}{20} = \frac{7}{5} = 1.4$

5 Flächen- und Volumeneinheiten umrechnen

2 Punkte

a) Ergebnis: $105'300 \text{ cm}^2$

Bei Flächen ist der Umrechnungsfaktor das Quadrat des Längenfaktors ($1 \text{ m}^2 = 10'000 \text{ cm}^2$, $1 \text{ cm}^2 = 100 \text{ mm}^2$).

- $0.00001 \text{ km}^2 = 10 \text{ m}^2 = 100'000 \text{ cm}^2$
- $0.5 \text{ m}^2 = 5'000 \text{ cm}^2$
- $30'000 \text{ mm}^2 = 300 \text{ cm}^2$
- Summe: $100'000 + 5'000 + 300 = 105'300 \text{ cm}^2$

b) **Ergebnis:** 3'470 dl

Merke: $1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ l} = 10 \text{ dl} = 100 \text{ cl}$ und $1 \text{ m}^3 = 1'000 \text{ l}$.

- $0.3 \text{ m}^3 = 300 \text{ l} = 3'000 \text{ dl}$
- $700 \text{ cl} = 7 \text{ l} = 70 \text{ dl}$
- $40'000 \text{ cm}^3 = 40 \text{ dm}^3 = 40 \text{ l} = 400 \text{ dl}$
- Summe: $3'000 + 70 + 400 = 3'470 \text{ dl}$

6 Rote und weisse Mietwagen

3 Punkte

Ergebnis: Am Montag stehen 32 rote Wagen bei der Autovermietung.

- Variablen: x = Anzahl roter Wagen am Montag, $56 - x$ = Anzahl weisser Wagen am Montag.
- Am Mittwoch: $x - 4$ rote und $56 - x - 4$ weisse Wagen.
- Gleichung (weisse = fünf Siebtel der roten): $\frac{5}{7}(x - 4) = 56 - x - 4$
- Mit 7 multiplizieren: $5x - 20 = 364 - 7x$, also $12x = 384$ und $x = 32$.
- Probe: Am Mittwoch 28 rote und 20 weisse Wagen, $\frac{5}{7} \cdot 28 = 20$.

Am Montag stehen **32 rote Wagen** bei der Autovermietung.

7 Jahreszins und Wettbewerb

4 Punkte

a) **Ergebnis:** Der Zinssatz beträgt 0.1 %.

- Jahreszins (Jahr = 360 Tage): 120 Tage $\triangleq$ CHF 17.–, also 360 Tage $\triangleq 3 \cdot 17 =$ CHF 51.–
- Zinssatz: CHF 51'000.– $\triangleq 100 \%$, also CHF 51.– $\triangleq \frac{51}{51'000} \cdot 100 \% = 0.1 \%$
- Mit 365 Tagen gerechnet ist ebenfalls korrekt: Jahreszins CHF 51.7083, Zinssatz ca. $0.10138 \% \approx 0.1 \%$.

b1) **Ergebnis:** Insgesamt nehmen 1'250 Teilnehmerinnen und Teilnehmer am Wettbewerb teil (750 Frauen und 500 Männer).

- $100 \% - 94 \% = 6 \%$ der Frauen antworteten falsch: 6% der Frauen $\triangleq 45$ Frauen.
- 100% der Frauen $\triangleq \frac{45}{6} \cdot 100 = 750$ Frauen.
- Die Frauen sind 60% aller Teilnehmenden: $60 \% \triangleq 750$, also $100 \% \triangleq \frac{750}{60} \cdot 100 = 1'250$ Teilnehmende.
- Das sind 750 Teilnehmerinnen und 500 Teilnehmer.

b2) **Ergebnis:** 93.2 %

- Männer: 40% aller Teilnehmenden, davon 92% korrekt.
- Frauen: 60% aller Teilnehmenden, davon 94% korrekt.
- Anteil korrekt: $0.4 \cdot 0.92 + 0.6 \cdot 0.94 = 0.368 + 0.564 = 0.932 = 93.2 \%$

8 Würfelspiel mit Tetraedern

3 Punkte

a) **Ergebnis:** $P = \frac{6}{16} = \frac{3}{8} = 0.375 = 37.5 \%$

- Alle $4 \cdot 4 = 16$ Ergebnisse sind gleich wahrscheinlich. Summen-Tabelle:

T1/T2	1	2	3	4
1	2	3	4	5
2	3	4	5	6
3	4	5	6	7
4	5	6	7	8

- Feld B grenzt an die Zahlen 2, 3, 7 und 8.
- Günstige Fälle: Summe 2 (1-mal), 3 (2-mal), 7 (2-mal), 8 (1-mal), zusammen 6.
- $P = \frac{6}{16} = \frac{3}{8} = 37.5\%$

b) **Ergebnis: Etwa 500 Punkte.**

- Feld D grenzt an die Zahlen 2, 3, 6 und 7.
- Günstige Fälle aus der Summen-Tabelle: Summe 2 (1-mal), 3 (2-mal), 6 (3-mal), 7 (2-mal), zusammen 8 von 16.
- Erwartung: $1'000 \cdot \frac{8}{16} = 500$

Daher wird erwartet, dass auf Feld D etwa **500 Punkte** gewonnen werden.

9 Geraden und Funktionsgleichungen

4 Punkte

a) **Ergebnis:** $y = \frac{1}{2}x - 2$

- y-Achsenabschnitt ablesen: Die Gerade schneidet die y-Achse bei -2 .
- Steigung: Die Gerade geht durch $(0 \mid -2)$ und $(4 \mid 0)$, also $m = \frac{0 - (-2)}{4 - 0} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.
- $y = \frac{1}{2}x - 2$

b) **Ergebnis: Gerade durch $(0 \mid 3)$ und $(5 \mid 0)$**

- y-Achsenabschnitt: Punkt $(0 \mid 3)$.
- Steigung $-0.6 = -\frac{3}{5}$: 5 nach rechts, 3 nach unten, also Punkt $(5 \mid 0)$.
- Weitere Punkte zur Kontrolle: $(-5 \mid 6)$, $(-10 \mid 9)$, $(10 \mid -3)$.
- Die Punkte mit dem Lineal zu einer Geraden verbinden.

c) **Ergebnis:** $y = -5x + 5$

- Parallele Geraden haben dieselbe Steigung: $m = -5$.
- Schnitt mit der y-Achse bei 5: $q = 5$.
- $y = -5x + 5$

d) **Ergebnis:** $x = 5$

- Im Schnittpunkt sind die y-Werte gleich: $-4x + 60 = 38x - 150$
- $210 = 42x$
- $x = 5$

10 Steigung im Quader

3 Punkte

a) **Ergebnis:** 125 %

Steigung = Höhenunterschied : horizontale Strecke.

- Von B zu A: horizontal 5 m, Steigung 50 %, also Höhenunterschied $0.5 \cdot 5 \text{ m} = 2.5 \text{ m}$.
- Von C zu B: Höhenunterschied $10 \text{ m} - 2.5 \text{ m} = 7.5 \text{ m}$, horizontal 6 m.
- Steigung CB: $\frac{7.5}{6} = 1.25 = 125 \%$

b) **Ergebnis:** $\approx 141.4 \%$

- Die horizontale Strecke von B nach A ist die Diagonale der quadratischen Grundfläche: $\sqrt{10^2 + 10^2} = \sqrt{2 \cdot 10^2} = 10\sqrt{2} \approx 14.1 \text{ m}$
- Höhenunterschied: 20 m
- Steigung BA: $\frac{20}{10\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} \approx 1.414 \approx 141.4 \%$

11 Graue Dreiecke im Rechteck

3 Punkte

Ergebnis: $x = 101 \text{ cm}$

- Kathete $\overline{DM_1}$ im rechtwinkligen Dreieck DM_1M_2 : $\overline{DM_1} = \sqrt{29^2 - 21^2} \text{ cm} = \sqrt{400} \text{ cm} = 20 \text{ cm}$. Die Rechtecksseite AD ist also 40 cm lang.
- Dreieck AM_2D : Grundseite 40 cm, Höhe 21 cm, Fläche $\frac{40 \cdot 21}{2} = 420 \text{ cm}^2$. Das Dreieck BCM_2 hat somit $2'400 - 420 = 1'980 \text{ cm}^2$.
- Dreieck BCM_2 : Grundseite $BC = 40 \text{ cm}$, Höhe $\overline{M_2M_3}$: $1'980 = \frac{40 \cdot \overline{M_2M_3}}{2}$, also $\overline{M_2M_3} = 99 \text{ cm}$.
- Hypotenuse x im Dreieck CM_2M_3 (Katheten 20 cm und 99 cm): $x = \sqrt{20^2 + 99^2} \text{ cm} = \sqrt{10'201} \text{ cm} = 101 \text{ cm}$

12 Volumen und Gewicht eines Rohres

3 Punkte

a) **Ergebnis:** $V \approx 1'924.2 \text{ cm}^3$

- Das Wasser füllt einen Zylinder mit Innenradius $r_i = 3.5 \text{ cm}$ und Länge 50 cm.
- $V = 3.5^2 \cdot \pi \cdot 50 \text{ cm}^3 \approx 1'924.2 \text{ cm}^3$

b) **Ergebnis:** 675 g

- Materialvolumen = Querschnittsfläche $\cdot$ Länge: $5 \cdot 50 = 250 \text{ cm}^3$
- Gewicht: $5 \cdot 50 \cdot 2.7 \text{ g} = 675 \text{ g}$

c) **Ergebnis:** $d_a \approx 7.4 \text{ cm}$

- Die Querschnittsfläche Q ist ein Kreisring: grosser Kreis minus kleiner Kreis.
- $5 = \pi \cdot (r_a^2 - 3.5^2)$
- $r_a^2 = \frac{5}{\pi} + 12.25 \approx 13.84$, also $r_a \approx 3.72 \text{ cm}$
- $d_a = 2 \cdot r_a \approx 7.4 \text{ cm}$

13 Flächenterme aufstellen

2 Punkte

a) **Ergebnis:** $A_1 = (x - 10)(2y + 5) = 2xy + 5x - 20y - 50$

- Breite von A_1 : Gesamtbreite x minus 10, also $x - 10$.
- Höhe von A_1 : $2y + 5$ (Höhe von A_2 plus 5).
- $A_1 = (x - 10)(2y + 5) = 2xy + 5x - 20y - 50$

b) **Ergebnis:** $A_2 = 10 \cdot 2y + \frac{y^2 \cdot \pi}{2} = 20y + \frac{y^2 \cdot \pi}{2}$

- Rechteck: Breite 10, Höhe $2y$, Fläche $10 \cdot 2y = 20y$.
- Halbkreis: Durchmesser $2y$, also Radius y , Fläche $\frac{y^2 \cdot \pi}{2}$.
- $A_2 = 10 \cdot 2y + \frac{y^2 \cdot \pi}{2} = 20y + \frac{y^2 \cdot \pi}{2}$

14 Würfelkörper in verschiedenen Lagen

3 Punkte

- a) **Ergebnis: Reihe 1: A, B, B, A · Reihe 2: A, B, B, A · Reihe 3: A, A, B, B**

Vorgehen: Merken Sie sich bei jedem Körper eine markante Eigenschaft, die in jeder Lage erhalten bleibt, und drehen Sie die Abbildung in Gedanken, bis sie mit A oder B übereinstimmt. Achten Sie dabei darauf, in welche Richtung die einzelnen Würfel vom Mittelteil abstehen: Ein Spiegelbild ist nicht derselbe Körper.

Offizielle Zuordnung (Reihe für Reihe, von links nach rechts):

	Bild 1	Bild 2	Bild 3	Bild 4
Reihe 1	A	B	B	A
Reihe 2	A	B	B	A
Reihe 3	A	A	B	B

- b) **Ergebnis: Das 2. Bild in der 2. Reihe.**

Führen Sie die vier Bewegungen nacheinander aus und zeichnen oder stellen Sie sich nach jedem Schritt die neue Lage vor:

1. nach rechts kippen (R)
2. im Gegenuhrzeigersinn um 90° drehen (G)
3. nach hinten kippen (H)
4. nach links kippen (L)

Die offizielle Lösung zeigt die Zwischenlagen nach jedem Schritt. Die Endlage entspricht dem **2. Bild in der 2. Reihe**.