

Mathematik

90 Minuten · 14 Aufgaben · 40 Punkte

Name: _____

- 90 Minuten
- Taschenrechner erlaubt (kein CAS, nicht grafikfähig)
- Keine Formelsammlung
- Zeichenutensilien erlaubt
- Lösungsweg muss vollständig ersichtlich sein

1 Wurzeln und Klammern vereinfachen

3 Punkte

a) Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich.

$$\sqrt{(7x)^2 + 16x^2 - x^2}$$

Term: _____

b) Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich.

$$\sqrt{2x} \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt{50}$$

Term: _____

c) Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich und schreiben Sie ohne Klammern.

$$2(x + 3)(x + 4)$$

Term: _____

2 Gleichungen lösen

4 Punkte

Berechnen Sie jeweils die Lösung der Gleichung.

a) $7 + 5(1 - x) = 4 - (3x + 3)$

x: _____

b) $x^2 + 10 = (x + 3)^2$

x: _____

3 Bruchterme vereinfachen

6 Punkte

a) Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich.

$$\frac{4b^2}{2a} : \frac{b^2}{3a^2} - \frac{a}{5}$$

Term: _____

b) Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich.

$$\frac{3(x-2)}{4} - \frac{x+4}{6}$$

Term: _____

c) Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich.

$$\frac{x-4}{x^2+5x} \cdot \frac{x^2+6x+5}{x^2-16}$$

Term: _____

4

Durchschnittsgeschwindigkeit eines Radfahrers

2 Punkte

Ein Radfahrer fährt von seinem Wohnort zu seinem Arbeitsplatz. Zu Beginn fährt er während 15 Minuten mit 30 km/h. An einer Ampel muss er für 3 Minuten halten. Anschliessend fährt er während 30 Minuten mit 20 km/h und kommt an seinem Arbeitsplatz an.

Berechnen Sie die durchschnittliche Geschwindigkeit des Radfahrers von seinem Wohnort bis zum Arbeitsplatz in km/h.

Durchschnittsgeschwindigkeit: _____ km/h

5 Flächen- und Volumeneinheiten zuordnen

2 Punkte

Je zwei Grössen bilden ein Paar mit gleichem Wert. Eine Grösse bleibt jedoch allein.
Bestimmen Sie die beiden Paare und die Grösse, die allein bleibt.

Der Lösungsweg wird bei dieser Aufgabe nicht bewertet.

a)

A 4.8 dm^2

B $48'000 \text{ cm}^2$

C $4'800 \text{ cm}^2$

D $48'000 \text{ mm}^2$

E 4.8 m^2

Partner von A (A / B / C / D / E): _____

Partner von B (A / B / C / D / E): _____

allein (A / B / C / D / E): _____

b)

A $74'300 \text{ dm}^3$

B $7'430'000 \text{ l (Liter)}$

C 743 m^3

D $743'000 \text{ dm}^3$

E $74'300'000 \text{ cm}^3$

Partner von A (A / B / C / D / E): _____

Partner von C (A / B / C / D / E): _____

allein (A / B / C / D / E): _____

6 Steigung im Höhenprofil

2 Punkte

Die abgebildete Grafik zeigt ein Höhen- und Längenprofil der drei Orte A, B und C. Das Profil ist nicht massstabsgetreu dargestellt.

- a) Berechnen Sie die Steigung der Strecke von A nach B. Genauigkeit: 0.1 %.

Steigung: _____ %

- b) Die Steigung der Strecke von B nach C beträgt 30 %. Berechnen Sie die horizontale Länge x zwischen den Orten B und C.

x: _____ m



Wasserflaschen in Packungen

2 Punkte

In einem Geschäft können Wasserflaschen in 4er- oder 6er-Packungen gekauft werden. Eine Kundin kauft total 17 Packungen mit insgesamt 88 Flaschen.

Berechnen Sie, wie viele 4er-Packungen die Kundin gekauft hat.

Für die volle Punktzahl wird eine Gleichung verlangt.

Anzahl 4er-Packungen: _____

8 Zinsen und Prozentrechnen

3 Punkte

- a) Ein Kapital von CHF 12'000 wird von Anfang Januar bis Ende August mit einem Zinssatz von 0.3 % angelegt. Von Anfang September bis Ende Dezember beträgt der Zinssatz 0.2 %.

Berechnen Sie die Höhe des Kapitals mit Zinsen Ende Dezember.

Kapital Ende Dezember: _____ CHF

- b1) Die Dufourspitze ist 4'634 m hoch.

1) Die Höhe des Gotthardpasses beträgt 54.53 % weniger als die Höhe der Dufourspitze.

Berechnen Sie die Höhe des Gotthardpasses. Genauigkeit: 1 m.

Höhe Gotthardpass: _____ m

- b2) Die Dufourspitze ist 4'634 m hoch.

2) Der Mont Blanc ist 4'810 m hoch. Berechnen Sie, wie viel % höher der Mont Blanc als die Dufourspitze liegt. Genauigkeit: 0.1 %.

Mont Blanc höher um: _____ %

9 Geraden und Funktionsgleichungen

4 Punkte

- a) Zeichnen Sie die Gerade mit der Funktionsgleichung $y = -0.5x + 1$ ins Koordinatensystem ein.

- b) Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der abgebildeten Geraden.

y: _____

- c) Prüfen Sie, ob der Punkt $P(40/17)$ auf der Geraden mit der Funktionsgleichung $y = 0.25x + 7$ liegt. Begründen Sie Ihre Antwort mit einer Rechnung.

Antwort (Ja, der Punkt P liegt auf der Geraden. / Nein, der Punkt P liegt nicht auf der Geraden.):

- d) Eine Gerade schneidet die x-Achse bei $x = 5$ und die y-Achse bei $y = 3$. Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Geraden. Nutzen Sie als Hilfe das abgebildete Koordinatensystem.

y: _____

10 Zwei Personen zufällig auswählen

2 Punkte

Aus einer Gruppe mit fünf Frauen und drei Männern werden zufällig zwei Personen ausgewählt.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass beide Personen Frauen sind.

Wahrscheinlichkeit: _____

11 Graue Figur mit Viertelkreisen

3 Punkte

Gegeben ist folgende Figur:

- a) Berechnen Sie den Umfang der grauen Figur für $x = 7$ cm. Genauigkeit: 1 Dezimale.

Umfang: _____ cm

- b) Berechnen Sie den Flächeninhalt der grauen Figur für $x = 7$ cm. Genauigkeit: 1 Dezimale.

Flächeninhalt: _____ cm^2

- c) Erstellen Sie einen Term mit der Variablen x für den Flächeninhalt der grauen Figur. Der Term muss nicht vereinfacht werden.

12 Winkel im Halbkreis

2 Punkte

In der folgenden Figur ist M ein Kreismittelpunkt. Die Figur ist nicht massstabsgetreu.

Berechnen Sie die Winkel α und β .

Der Lösungsweg wird bei dieser Aufgabe nicht bewertet.

α : _____ °

β : _____ °

13 **Quadratische Pyramide**

3 Punkte

Gegeben ist eine Pyramide mit der quadratischen Grundfläche $G = 100 \text{ cm}^2$ und der Höhe $h = 12 \text{ cm}$:

a) Berechnen Sie das Volumen der Pyramide.

Volumen: _____ cm^3

b) Berechnen Sie den Oberflächeninhalt der Pyramide.

Oberflächeninhalt: _____ cm^2

14 Streckenzug auf einem Quader

2 Punkte

Im abgebildeten Netz eines Quaders sind Strecken eingezeichnet, die auf dem Quader einen geschlossenen Streckenzug bilden. Die Streckenenden sind Kantenmittelpunkte des Quaders.

Zeichnen Sie den Streckenzug im unten vergrößert gezeichneten Quader ein.

Lösungen

BMS-Aufnahmeprüfung 2020 Mathematik BM2. Lösungswege von Fokus Nachhilfe nach der offiziellen Lösung des Kantons.

1 Wurzeln und Klammern vereinfachen

3 Punkte

a) **Ergebnis:** $8x$

- Zuerst unter der Wurzel zusammenfassen: $(7x)^2 = 49x^2$, also $49x^2 + 16x^2 - x^2 = 64x^2$.
- $\sqrt{64x^2} = 8x$.

b) **Ergebnis:** $10x$

- Wurzeln darf man multiplizieren, indem man die Radikanden multipliziert:
 $\sqrt{2x \cdot x \cdot 50} = \sqrt{100x^2}$.
- $\sqrt{100x^2} = 10x$.

c) **Ergebnis:** $2x^2 + 14x + 24$

- Zuerst die beiden Klammern ausmultiplizieren: $(x + 3)(x + 4) = x^2 + 4x + 3x + 12 = x^2 + 7x + 12$.
 - Dann mit 2 multiplizieren (nur einmal!): $2(x^2 + 7x + 12) = 2x^2 + 14x + 24$.
-

2 Gleichungen lösen

4 Punkte

a) **Ergebnis:** $x = \frac{11}{2} = 5.5$

- Klammern auflösen (Minus vor der Klammer dreht beide Vorzeichen): $7 + 5 - 5x = 4 - 3x - 3$
- Zusammenfassen: $12 - 5x = 1 - 3x$
- $+5x$ und -1 auf beiden Seiten: $11 = 2x$
- $x = \frac{11}{2} = 5.5$

b) **Ergebnis:** $x = \frac{1}{6} = 0.1\bar{6}$

- Rechte Seite mit der binomischen Formel ausmultiplizieren: $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$ (nicht $x^2 + 9$!).
- $x^2 + 10 = x^2 + 6x + 9$
- x^2 fällt auf beiden Seiten weg: $10 = 6x + 9$, also $1 = 6x$.

- $x = \frac{1}{6} = 0.\overline{16}$

3 Bruchterme vereinfachen

6 Punkte

a) **Ergebnis:** $\frac{29a}{5} = 5.8a$

- Punkt vor Strich: zuerst die Division. Durch einen Bruch teilen = mit dem Kehrwert multiplizieren: $\frac{4b^2}{2a} \cdot \frac{3a^2}{b^2} = \frac{12a^2b^2}{2ab^2} = 6a$
- Dann subtrahieren: $6a - \frac{a}{5} = \frac{30a}{5} - \frac{a}{5} = \frac{29a}{5} = 5.8a$

b) **Ergebnis:** $\frac{7x-26}{12} = \frac{7x}{12} - \frac{13}{6}$

- Gemeinsamer Nenner ist 12: den ersten Bruch mit 3, den zweiten mit 2 erweitern.

$$\frac{9(x-2)}{12} - \frac{2(x+4)}{12}$$
- Zähler ausmultiplizieren, dabei das Minus vor dem zweiten Bruch auf beide Glieder anwenden: $\frac{9x-18-2x-8}{12} = \frac{7x-26}{12}$
- Aufgeteilt: $\frac{7x}{12} - \frac{13}{6}$

c) **Ergebnis:** $\frac{x+1}{x(x+4)} = \frac{x+1}{x^2+4x}$

- Alle Zähler und Nenner faktorisieren:
 - $x^2 + 5x = x(x + 5)$ (ausklammern)
 - $x^2 + 6x + 5 = (x + 1)(x + 5)$ (zwei Zahlen mit Produkt 5 und Summe 6)
 - $x^2 - 16 = (x - 4)(x + 4)$ (3. binomische Formel)
- $\frac{x-4}{x(x+5)} \cdot \frac{(x+1)(x+5)}{(x-4)(x+4)}$
- $(x - 4)$ und $(x + 5)$ kürzen: $\frac{x+1}{x(x+4)} = \frac{x+1}{x^2+4x}$

4 Durchschnittsgeschwindigkeit eines Radfahrers

2 Punkte

Ergebnis: 21.875 km/h

- Durchschnittsgeschwindigkeit = Gesamtdistanz : Gesamtzeit. Die Wartezeit an der Ampel zählt zur Zeit.
- Gesamtdistanz: $30 \text{ km/h} \cdot 0.25 \text{ h} + 20 \text{ km/h} \cdot 0.5 \text{ h} = 7.5 \text{ km} + 10 \text{ km} = 17.5 \text{ km}$
- Gesamtdauer: $15 \text{ min} + 3 \text{ min} + 30 \text{ min} = 48 \text{ min} = 0.8 \text{ h}$
- $\frac{17.5 \text{ km}}{0.8 \text{ h}} = 21.875 \text{ km/h}$

5 Flächen- und Volumeneinheiten zuordnen

2 Punkte

a) Ergebnis: Paare: A, D und B, E; allein: C

Alles in cm^2 umrechnen ($1 \text{ dm}^2 = 100 \text{ cm}^2$, $1 \text{ m}^2 = 10'000 \text{ cm}^2$, $1 \text{ cm}^2 = 100 \text{ mm}^2$):

- A: $4.8 \text{ dm}^2 = 480 \text{ cm}^2$
- B: $48'000 \text{ cm}^2$
- C: $4'800 \text{ cm}^2$
- D: $48'000 \text{ mm}^2 = 480 \text{ cm}^2$
- E: $4.8 \text{ m}^2 = 48'000 \text{ cm}^2$

Paare: A und D, B und E. C bleibt allein.

b) Ergebnis: Paare: A, E und C, D; allein: B

Alles in m^3 umrechnen ($1 \text{ m}^3 = 1'000 \text{ dm}^3 = 1'000 \text{ l}$, $1 \text{ dm}^3 = 1'000 \text{ cm}^3$):

- A: $74'300 \text{ dm}^3 = 74.3 \text{ m}^3$
- B: $7'430'000 \text{ l} = 7'430 \text{ m}^3$
- C: 743 m^3
- D: $743'000 \text{ dm}^3 = 743 \text{ m}^3$
- E: $74'300'000 \text{ cm}^3 = 74'300 \text{ dm}^3 = 74.3 \text{ m}^3$

Paare: A und E, C und D. B bleibt allein.

6 Steigung im Höhenprofil

2 Punkte

a) Ergebnis: $\approx 19.2 \%$

- Steigung = Höhenunterschied : horizontale Länge, beides in derselben Einheit ($2.6 \text{ km} = 2'600 \text{ m}$).
- $\frac{500 \text{ m}}{2'600 \text{ m}} = 0.1923 \dots \approx 19.2 \%$

b) Ergebnis: $x = 800 \text{ m} = 0.8 \text{ km}$

- $30 \% = 0.3 = \frac{240 \text{ m}}{x}$
- $x = \frac{240 \text{ m}}{0.3} = 800 \text{ m} = 0.8 \text{ km}$

7 Wasserflaschen in Packungen

2 Punkte

Ergebnis: Die Kundin kauft sieben 4er-Packungen.

- x : Anzahl 4er-Packungen, dann sind es $17 - x$ 6er-Packungen.
 - Flaschen zählen: $4x + 6(17 - x) = 88$
 - $4x + 102 - 6x = 88$, also $-2x = -14$ und $x = 7$.
 - Kontrolle: $7 \cdot 4 + 10 \cdot 6 = 28 + 60 = 88$ Flaschen.
-

8 Zinsen und Prozentrechnen

3 Punkte

a) Ergebnis: CHF 12'032

- Zinssätze gelten pro Jahr: Januar bis August sind 8 Monate, September bis Dezember 4 Monate.
- Zins Jan–Aug: $12'000 \cdot \frac{0.3}{100} \cdot \frac{8}{12} = 24$
- Zins Sep–Dez: $12'000 \cdot \frac{0.2}{100} \cdot \frac{4}{12} = 8$
- $12'000 + 24 + 8 = 12'032$, also CHF 12'032.

b1) Ergebnis: 2'107 m

- 54.53 % weniger heisst: es bleiben $100 \% - 54.53 \% = 45.47 \%$.
- $4'634 \cdot (1 - 0.5453) = 2'107.08 \approx 2'107 \text{ m}$

b2) Ergebnis: 3.8 %

- Grundwert ist die Dufourspitze (Vergleich «als die Dufourspitze»).
 - $\frac{4'810}{4'634} = 1.0379 \dots = 103.79 \%$
 - $103.79 \% - 100 \% \approx 3.8 \%$
-

9 Geraden und Funktionsgleichungen

4 Punkte

a) Ergebnis: Gerade durch (0/1) und (2/0)

- y-Achsenabschnitt 1: Die Gerade geht durch (0/1).
- Steigung -0.5 : 2 nach rechts, 1 nach unten, also durch (2/0) (weiter z. B. (10/ -4) und ($-10/6$)).
- Diese Punkte verbinden.

b) **Ergebnis:** $y = 3x - 7$

- Die Gerade schneidet die y-Achse bei -7 (markierter Punkt $(0/-7)$).
- Zweiter markierter Punkt: $(1/-4)$. Von $(0/-7)$ aus 1 nach rechts, 3 nach oben, also Steigung $m = 3$.
- $y = 3x - 7$

c) **Ergebnis:** Ja, der Punkt P liegt auf der Geraden.

- $x = 40$ in die Gleichung einsetzen: $0.25 \cdot 40 + 7 = 10 + 7 = 17$.
- Das ergibt genau die y-Koordinate von P. Also gilt $17 = 0.25 \cdot 40 + 7$ und P liegt auf der Geraden.

d) **Ergebnis:** $y = -\frac{3}{5}x + 3$

- Die Gerade geht durch $(0/3)$ und $(5/0)$.
- y-Achsenabschnitt: $q = 3$.
- Steigung: von $(0/3)$ nach $(5/0)$ geht es 5 nach rechts und 3 nach unten, also $m = -\frac{3}{5}$.
- $y = -\frac{3}{5}x + 3$

10 Zwei Personen zufällig auswählen

2 Punkte

Ergebnis: $p = \frac{5}{14} \approx 35.7\%$

- Ziehen ohne Zurücklegen, Baumdiagramm mit zwei Stufen.
- Erste Person ist eine Frau: $\frac{5}{8}$ (5 von 8 Personen).
- Zweite Person ist auch eine Frau: $\frac{4}{7}$ (noch 4 Frauen unter 7 Personen).
- Entlang des Pfades multiplizieren: $p = \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{7} = \frac{20}{56} = \frac{5}{14} \approx 35.7 \%$

11 Graue Figur mit Viertelkreisen

3 Punkte

a) **Ergebnis:** $u \approx 86.0 \text{ cm}$

- Die graue Figur ist das Rechteck ($4x$ breit, $3x$ hoch) ohne zwei Viertelkreise mit Radius $2x$ um die unteren Ecken; sie treffen sich in M.
- Für $x = 7$: Rechteck $28 \text{ cm} \times 21 \text{ cm}$, Radius 14 cm .
- Rand: obere Seite $4 \cdot 7 = 28$, zwei senkrechte Reststücke von je $21 - 14 = 7$, zwei Viertelkreisbögen = ein halber Kreisumfang.
- $u = 4 \cdot 7 + 2 \cdot 7 + \frac{2 \cdot \pi \cdot 14}{2} = 28 + 14 + 43.98 \approx 86.0 \text{ cm}$

b) **Ergebnis:** $A \approx 280.1 \text{ cm}^2$

- Rechteck minus zwei Viertelkreise (zusammen ein Halbkreis mit Radius 14 cm).
- $A = 28 \cdot 21 - \frac{14^2 \cdot \pi}{2} = 588 - 307.88 \approx 280.1 \text{ cm}^2$

c) **Ergebnis:** $A = 3x \cdot 4x - \frac{(2x)^2 \cdot \pi}{2} = 12x^2 - 2x^2 \cdot \pi$

- Rechteck: $3x \cdot 4x$
- Die zwei Viertelkreise mit Radius $2x$ ergeben zusammen einen Halbkreis: $\frac{(2x)^2 \cdot \pi}{2}$
- $A = 3x \cdot 4x - \frac{(2x)^2 \cdot \pi}{2} = 12x^2 - 2x^2 \cdot \pi$
- Andere gleichwertige Terme sind ebenfalls richtig.

12 Winkel im Halbkreis

2 Punkte

Ergebnis: $\alpha = 42^\circ, \beta = 42^\circ$

- Bezeichnungen: L linker und R rechter Endpunkt des Durchmessers, P der Punkt oben auf dem Kreis, F der Fusspunkt des Lotes von P.
- Dreieck LMP ist gleichschenkelig, weil $ML = MP$ (beides Radien). Bei M liegt der Winkel 96° , also $\alpha = \frac{180^\circ - 96^\circ}{2} = 42^\circ$.
- Satz des Thales: Der Winkel bei P im Dreieck LRP ist 90° . Damit ist der Winkel bei R: $180^\circ - 90^\circ - 42^\circ = 48^\circ$.
- Im rechtwinkligen Dreieck PFR: $\beta = 180^\circ - 90^\circ - 48^\circ = 42^\circ$.

13 Quadratische Pyramide

3 Punkte

a) Ergebnis: $V = 400 \text{ cm}^3$

- Pyramidenvolumen: $V = \frac{G \cdot h}{3}$ (nicht $G \cdot h$).
- $V = \frac{100 \cdot 12}{3} \text{ cm}^3 = 400 \text{ cm}^3$

b) Ergebnis: $S = 360 \text{ cm}^2$

- Grundkante: $a = \sqrt{100} = 10 \text{ cm}$.
- Höhe eines Seitendreiecks mit Pythagoras (halbe Grundkante 5 cm und Körperhöhe 12 cm): $h_{\text{Seite}} = \sqrt{5^2 + 12^2} \text{ cm} = 13 \text{ cm}$
- Oberfläche = Grundfläche + 4 Seitendreiecke: $S = 10^2 + 4 \cdot \frac{10 \cdot 13}{2} = 100 + 260 = 360 \text{ cm}^2$

14 Streckenzug auf einem Quader

2 Punkte

Ergebnis: Geschlossener Streckenzug aus sechs Strecken durch sechs Kantenmittelpunkte (siehe Lösungsgrafik).

- Die Ecken A, B, C und D im Netz zeigen, wie das Netz zum Quader gefaltet wird. Ordnen Sie jede Netzfläche einer Quaderfläche zu und übertragen Sie jede Strecke Fläche für Fläche.
- Der Streckenzug verbindet sechs Kantenmittelpunkte: Mitte von AB $\rightarrow$ Mitte der senkrechten Kante über A $\rightarrow$ Mitte der oberen linken Kante (nach hinten) $\rightarrow$ Mitte der oberen hinteren Kante $\rightarrow$ Mitte der senkrechten Kante über C $\rightarrow$ Mitte von BC $\rightarrow$ zurück zur Mitte von AB.

- Jede Strecke liegt auf einer anderen Fläche des Quaders. Strecken auf verdeckten Flächen dürfen gestrichelt gezeichnet werden.