

Mathematik

90 Minuten · 14 Aufgaben · 40 Punkte

Name: _____

- 90 Minuten
 - Taschenrechner erlaubt (keine CAS- oder Grafikrechner)
 - Keine Formelsammlung
 - Zeichenutensilien erlaubt
 - Lösungsweg wird mitbewertet
-

1 Gleichungen lösen

4 Punkte

Berechnen Sie jeweils die Lösung der Gleichung.

a)

$$2x^2 + 4x = (x + 3)(2x + 1) - 9$$

x: _____

b)

$$\frac{7x}{6} - \frac{2(9 - 5x)}{3} = 3x$$

x: _____

2 Terme vereinfachen

4 Punkte

a) Schreiben Sie ohne Klammern und vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich.

$$b - (8 - (3a - 2b) - (4a + b))$$

Term: _____

- b) Schreiben Sie ohne Klammern und vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich.

$$3(x - 5)(x + 5)$$

Term: _____

- c) Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich.

$$\frac{\sqrt{12x} \cdot \sqrt{3x}}{\sqrt{25 + 144}}$$

Term: _____

3 Bruchterme vereinfachen

5 Punkte

- a) Schreiben Sie als einen einzigen Bruch und vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich.

$$3 - \frac{2x - 5}{4}$$

Term: _____

- b) Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich.

$$\frac{a}{2} + \frac{15a^2c}{7b} : \frac{20ac}{14b}$$

Term: _____

- c) Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich.

$$\frac{3x + 4}{x - 7} : \frac{5x + 10}{x^2 - 5x - 14}$$

Term: _____

4 **Verspäteter Zug**

2 Punkte

Ein Zug fährt von Zürich nach Luzern. Die Strecke misst 56 km. Normalerweise hat der Zug eine durchschnittliche Geschwindigkeit von 70 km/h. Heute fährt der Zug mit einer Verspätung von 9 min in Zürich ab.

Berechnen Sie, mit welcher durchschnittlichen Geschwindigkeit der Zug fahren muss, um trotz verspäteter Abfahrt pünktlich in Luzern anzukommen.

Genauigkeit: 1 Dezimale.

Geschwindigkeit: _____ km/h

5 Zinssatz und Wertzunahme

3 Punkte

a) Frau Moos erhält für den Kauf einer Eigentumswohnung Geld von zwei Banken:

- CHF 350'000 mit einem Jahreszinssatz von 1.5 % von der Bank 1
- CHF 150'000 mit einem Jahreszinssatz von 0.6 % von der Bank 2

Sie möchte die beiden Beträge ersetzen und die CHF 500'000 bei der Bank 3 beziehen.
Der Jahreszins soll gleich hoch sein wie die beiden bisherigen Jahreszinsen zusammen.

Berechnen Sie den Zinssatz bei der Bank 3.

Genauigkeit: 1 Dezimale.

Zinssatz: _____ %

b) Der Wert eines wertvollen Gemäldes nimmt jährlich um 5 % zu.

Berechnen Sie, um wie viel Prozent der Wert nach zehn Jahren gestiegen ist.

Genauigkeit: 1 Dezimale.

Zunahme: _____ %

6 Augensumme zweier Würfel

3 Punkte

In einem Spiel wird mit zwei Würfeln gewürfelt. Anschliessend werden die gewürfelten Zahlen addiert.

Auf dem ersten Würfel sind die Zahlen 1, 2, 2, 3, 3 und 4 aufgedruckt. Beim zweiten Würfel sind es die Zahlen 2, 3, 3, 5, 5 und 6.

- a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Summe grösser ist als 6.

Wahrscheinlichkeit: _____

- b) Es wird 500-mal mit beiden Würfeln gewürfelt und die Summe der beiden Zahlen bestimmt.

Wird die Summe 5 eher 50-mal, 80-mal, 110-mal, 140-mal oder 170-mal gewürfelt?

Begründen Sie Ihre Antwort mit einer Rechnung.

Summe 5 wird eher gewürfelt (50-mal / 80-mal / 110-mal / 140-mal / 170-mal): _____

7 Fläche und Volumen umrechnen

2 Punkte

- a) Ein Pokerkarten-Set besteht aus 52 Karten. Eine Karte hat die Masse 63 mm x 88 mm.

Berechnen Sie, welche Fläche in Quadratzentimetern (cm²) alle Karten zusammen einnehmen.

Genauigkeit: 1 Dezimale.

Fläche: _____ cm²

- b) Ein grosses Fass Currysauce wird in 2'200 Flaschen wie folgt abgefüllt:

1'500 Flaschen à 0.5 l

200 Flaschen à 150 ml

500 Fläschchen à 10 cl

Berechnen Sie, wie viele Kubikdezimeter (dm³) Currysauce ein Fass beinhaltet.

Volumen: _____ dm^3

8 Alter von Peter

2 Punkte

Peter und seine Eltern sind zusammen genau 100 Jahre alt. Peters Vater ist dreimal so alt wie Peter. Die Mutter ist um 5 Jahre jünger als der Vater.

Berechnen Sie das Alter von Peter.

Für die volle Punktzahl wird eine Gleichung verlangt.

Alter von Peter: _____ Jahre

9 Trapez und Dreieck

2 Punkte

Das rechtwinklige Dreieck CDE besitzt den halben Flächeninhalt des Trapezes ABCD.

Die Strecke M_1M_2 ist die Mittellinie des Trapezes ABCD.

Berechnen Sie die Länge der Strecke x.

Die Skizze ist nicht massstabgetreu.

x: _____ cm

10 Steigungen im Dreieck

3 Punkte

Gegeben ist die folgende Skizze:

Die Steigung von A nach C beträgt 22.5 %. Die Strecke von B nach C ist 2'600 m kürzer als die Strecke von A nach C. Berechnen Sie die Steigung der Strecke von B nach C. Die Skizze ist nicht massstabgetreu.

Steigung von B nach C: _____ %

11 Kosten von Hotlines

4 Punkte

Die Kosten für die Hotlines A, B, C und D bestehen aus einem Grundtarif und den Kosten pro Minute. Die Gesamtkosten werden jeweils mit y bezeichnet, die Anzahl Minuten mit x .

- a) Die Kosten für die Hotline A werden durch die folgende Gerade beschrieben:
Bestimmen Sie die entsprechende Funktionsgleichung.

$y =$: _____

- b) Die Hotline B verlangt einen Grundtarif von CHF 10 und pro Minute CHF 3.50. Bestimmen Sie die entsprechende Funktionsgleichung.

y =: _____

- c) Die Kosten für die Hotline C werden durch die Funktionsgleichung $y = 2.5x + 6$ beschrieben. Zeichnen Sie die entsprechende Gerade ins Koordinatensystem ein.

- d) Die Kosten für die Hotline D werden durch die Funktionsgleichung $y = 3x + 4$ beschrieben. Eine Kundin bezahlt für ein Gespräch CHF 58. Berechnen Sie die Dauer des Gesprächs in Minuten.

Dauer: _____ min

12 **Volumen Würfel mit Pyramide**

2 Punkte

Gegeben ist folgender Körper:

Erstellen Sie einen Term für das Volumen des ganzen Körpers.

Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich.

$V =$: _____

13 **Drei Viertel eines Zylinders**

2 Punkte

Der graue Körper entspricht drei Vierteln des Zylinders.

- a) Die Höhe h beträgt 16 cm und der Radius 5 cm.
Berechnen Sie das Volumen des grauen Körpers.
Genauigkeit: 1 Dezimale.

Volumen: _____ cm^3

- b) Die Höhe h beträgt 10 cm. Das Volumen des grauen Körpers beträgt $1'200 \text{ cm}^3$.
Berechnen Sie den Radius r des grauen Körpers.
Genauigkeit: 1 Dezimale.

r : _____ cm

14 Streckenzug im Körpernetz

2 Punkte

Im rechts abgebildeten Körper sind Kantenmittelpunkte zu einem Streckenzug verbunden.
Übertragen Sie den Streckenzug ins Netz des Körpers.

Lösungen

BMS-Aufnahmeprüfung 2021 Mathematik BM2. Lösungswege von Fokus Nachhilfe nach der offiziellen Lösung des Kantons.

1 Gleichungen lösen

4 Punkte

a) **Ergebnis:** $x = 2$

- Rechte Seite ausmultiplizieren: $2x^2 + 4x = 2x^2 + 7x + 3 - 9$
- $2x^2$ fällt auf beiden Seiten weg: $4x = 7x - 6$
- $6 = 3x$
- $x = 2$

b) **Ergebnis:** $x = 4$

- Alles auf den Nenner 6 bringen: $\frac{7x}{6} - \frac{36-20x}{6} = \frac{18x}{6}$
 - Mit 6 multiplizieren. Achtung: Das Minus vor dem Bruch wirkt auf den ganzen Zähler:
 $7x - 36 + 20x = 18x$
 - $27x - 36 = 18x$, also $9x = 36$
 - $x = 4$
-

2 Terme vereinfachen

4 Punkte

a) **Ergebnis:** $7a - 8$

- Innere Klammern auflösen (Minus davor kehrt die Vorzeichen um): $b - (8 - 3a + 2b - 4a - b)$
- Äussere Klammer auflösen: $b - 8 + 3a - 2b + 4a + b$
- Zusammenfassen: $b - 2b + b = 0$ und $3a + 4a = 7a$, also $7a - 8$

b) **Ergebnis:** $3x^2 - 75$

- 3. binomische Formel: $(x - 5)(x + 5) = x^2 - 25$
- Mit 3 multiplizieren: $3(x^2 - 25) = 3x^2 - 75$

c) **Ergebnis:** $\frac{6x}{13}$

- Zähler: Wurzeln zusammenfassen: $\sqrt{12x} \cdot \sqrt{3x} = \sqrt{36x^2} = 6x$
- Nenner: zuerst addieren, dann Wurzel ziehen: $\sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} = 13$

- Ergebnis: $\frac{6x}{13}$

3 Bruchterme vereinfachen

5 Punkte

a) Ergebnis: $\frac{17-2x}{4}$

- 3 als Bruch mit Nenner 4 schreiben: $3 = \frac{12}{4}$
- Das Minus wirkt auf den ganzen Zähler: $\frac{12-(2x-5)}{4} = \frac{12-2x+5}{4}$
- Zusammenfassen: $\frac{17-2x}{4}$

b) Ergebnis: $2a$

- Punkt vor Strich: zuerst die Division. Durch einen Bruch dividieren = mit dem Kehrwert multiplizieren: $\frac{15a^2c}{7b} \cdot \frac{14b}{20ac} = \frac{15 \cdot 14 \cdot a^2bc}{7 \cdot 20 \cdot abc} = \frac{3a}{2}$
- Addieren: $\frac{a}{2} + \frac{3a}{2} = \frac{4a}{2} = 2a$

c) Ergebnis: $\frac{3x+4}{5}$

- Faktorisieren: $x^2 - 5x - 14 = (x - 7)(x + 2)$ (denn $-7 \cdot 2 = -14$ und $-7 + 2 = -5$) und $5x + 10 = 5(x + 2)$
- Mit dem Kehrwert multiplizieren: $\frac{3x+4}{x-7} \cdot \frac{(x-7)(x+2)}{5(x+2)}$
- $(x - 7)$ und $(x + 2)$ kürzen: $\frac{3x+4}{5}$

4 Verspäteter Zug

2 Punkte

Ergebnis: $v \approx 86.2 \text{ km/h}$

- Normale Fahrzeit: $t = \frac{56}{70} \text{ h} = 0.8 \text{ h} = 48 \text{ min}$
- Verbleibende Fahrzeit: $48 \text{ min} - 9 \text{ min} = 39 \text{ min} = 0.65 \text{ h}$
- Geschwindigkeit: $v = \frac{56}{0.65} \text{ km/h} \approx 86.2 \text{ km/h}$

5 Zinssatz und Wertzunahme

3 Punkte

a) Ergebnis: $p \approx 1.2 \%$

- Beide Jahreszinsen zusammen: $z = 350'000 \cdot \frac{1.5}{100} + 150'000 \cdot \frac{0.6}{100} = 5'250 + 900 = \text{CHF } 6'150$
- Zinssatz bei Bank 3: $p = \frac{6'150}{500'000} = 0.0123 \approx 1.2 \%$

b) **Ergebnis:** $\approx 62.9 \%$

- Jedes Jahr wird der Wert mit dem Faktor 1.05 multipliziert, nach zehn Jahren also mit $1.05^{10} \approx 1.629$.
- Zunahme: $1.05^{10} - 1 \approx 0.629 = 62.9 \%$
- Achtung: nicht $10 \cdot 5 \% = 50 \%$, denn der Zins wächst jedes Jahr mit.

6 Augensumme zweier Würfel

3 Punkte

a) **Ergebnis:** $P = \frac{18}{36} = \frac{1}{2} = 0.5 = 50 \%$

Alle $6 \cdot 6 = 36$ Kombinationen in einer Tabelle (Spalten: Würfel 1, Zeilen: Würfel 2, Eintrag = Summe):

T1/T2	1	2	2	3	3	4
2	3	4	4	5	5	6
3	4	5	5	6	6	7
3	4	5	5	6	6	7
5	6	7	7	8	8	9
5	6	7	7	8	8	9
6	7	8	8	9	9	10

- Summen grösser als 6 zählen: $0 + 1 + 1 + 5 + 5 + 6 = 18$
- $P = \frac{18}{36} = \frac{1}{2} = 50 \%$

b) **Ergebnis: eher 80-mal**

- Für die Summe 5 gibt es gemäss Tabelle aus a) sechs von 36 Möglichkeiten, also $P = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.
- Bei vielen Würfeln gibt also etwa jeder sechste Wurf die Summe 5.
- Rechnung: $\frac{500}{6} \approx 83.3$
- Die Summe 5 wird am ehesten 80-mal gewürfelt.

7 Fläche und Volumen umrechnen

2 Punkte

a) **Ergebnis:** $\approx 2882.9 \text{ cm}^2$

- Fläche aller Karten: $52 \cdot 63 \text{ mm} \cdot 88 \text{ mm} = 288'288 \text{ mm}^2$
- Umrechnen ($1 \text{ cm}^2 = 100 \text{ mm}^2$): $288'288 : 100 \approx 2882.9 \text{ cm}^2$

b) **Ergebnis:** 830 dm^3

- Alles in Liter: $1'500 \cdot 0.5 \text{ l} = 750 \text{ l}$, $200 \cdot 150 \text{ ml} = 30'000 \text{ ml} = 30 \text{ l}$, $500 \cdot 10 \text{ cl} = 5'000 \text{ cl} = 50 \text{ l}$
- Summe: $750 + 30 + 50 = 830 \text{ l}$
- $1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3$, also 830 dm^3

8 Alter von Peter

2 Punkte

Ergebnis: Peter ist 15 Jahre alt.

- Bezeichne: x = Alter von Peter, $3x$ = Alter des Vaters, $3x - 5$ = Alter der Mutter (je in Jahren)
- Gleichung: $x + 3x + 3x - 5 = 100$
- $7x = 105$, also $x = 15$
- Peters Alter beträgt 15 Jahre (Vater 45, Mutter 40).

9 Trapez und Dreieck

2 Punkte

Ergebnis: $x = 7.5 \text{ cm}$

- Flächeninhalt Trapez = Mittellinie mal Höhe: $A = 12 \cdot 5 \text{ cm}^2 = 60 \text{ cm}^2$
- Die Mittellinie ist der Mittelwert der parallelen Seiten: $\frac{16 + \overline{CD}}{2} = 12$, also $\overline{CD} = 8 \text{ cm}$
- Das Dreieck CDE hat die halbe Fläche, also 30 cm^2 . Rechter Winkel bei C, die Katheten sind x und $\overline{CD}$: $\frac{x \cdot \overline{CD}}{2} = 30 \Rightarrow \frac{x \cdot 8}{2} = 30 \Rightarrow x = 7.5 \text{ cm}$

10 Steigungen im Dreieck

3 Punkte

Ergebnis: 75 %

- Steigung = Höhe : horizontale Strecke. Von A nach C: $\frac{900}{\overline{AF}} = 0.225 \Rightarrow \overline{AF} = 4'000 \text{ m}$
- Pythagoras im Dreieck AFC: $\overline{AC} = \sqrt{4'000^2 + 900^2} \text{ m} = 4'100 \text{ m}$
- $\overline{BC} = 4'100 \text{ m} - 2'600 \text{ m} = 1'500 \text{ m}$
- Pythagoras im Dreieck FBC: $\overline{FB} = \sqrt{1'500^2 - 900^2} \text{ m} = 1'200 \text{ m}$

- Steigung von B nach C: $\frac{900}{1200} = 0.75 = 75 \%$

11 Kosten von Hotlines

4 Punkte

a) **Ergebnis:** $y = 2x + 19$

- Grundtarif = Schnittpunkt mit der y-Achse: Die Gerade beginnt bei $x = 0$ auf $y = 19$.
- Steigung ablesen: Von $x = 0$ bis $x = 10$ steigt die Gerade von 19 auf 39, also $\frac{39-19}{10} = 2$ (CHF pro Minute).
- $y = 2x + 19$

b) **Ergebnis:** $y = 3.5x + 10$

- Kosten pro Minute = Steigung: 3.5
- Grundtarif = y-Achsenabschnitt: 10
- $y = 3.5x + 10$

c) **Ergebnis: Gerade durch $(0 \mid 6)$ und $(10 \mid 31)$**

- Startpunkt auf der y-Achse: $(0 \mid 6)$
- Einen zweiten Punkt berechnen, z. B. $x = 10$: $y = 2.5 \cdot 10 + 6 = 31$, also $(10 \mid 31)$
- Kontrolle bei $x = 15$: $y = 2.5 \cdot 15 + 6 = 43.5$
- Die Gerade durch diese Punkte ziehen (siehe Grafik).

d) **Ergebnis: 18 min**

- $y = 58$ einsetzen: $3x + 4 = 58$
- $3x = 54$, also $x = 18$
- Die Dauer des Gesprächs beträgt 18 min.

12 **Volumen Würfel mit Pyramide**

2 Punkte

Ergebnis: $V = 20x^3$

- Der Körper besteht aus einem Würfel mit Kantenlänge $2x$ und einer quadratischen Pyramide mit Grundkante $2x$ und Höhe $9x$.
- Würfel: $(2x)^3 = 8x^3$
- Pyramide: $\frac{1}{3} \cdot (2x)^2 \cdot 9x = \frac{1}{3} \cdot 4x^2 \cdot 9x = 12x^3$
- Gesamt: $V = 8x^3 + 12x^3 = 20x^3$



13 Drei Viertel eines Zylinders

2 Punkte

a) **Ergebnis:** $V \approx 942.5 \text{ cm}^3$

- Volumen = drei Viertel des Zylindervolumens: $V = \frac{3}{4} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$
- $V = \frac{3}{4} \cdot \pi \cdot 5^2 \cdot 16 \text{ cm}^3 = 300\pi \text{ cm}^3 \approx 942.5 \text{ cm}^3$

b) **Ergebnis:** $r \approx 7.1 \text{ cm}$

- Formel $V = \frac{3}{4} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$ nach r auflösen: $r = \sqrt{\frac{4V}{3 \cdot \pi \cdot h}}$
- Einsetzen: $r = \sqrt{\frac{4 \cdot 1'200}{3 \cdot \pi \cdot 10}} \text{ cm} \approx 7.1 \text{ cm}$

14 Streckenzug im Körpernetz

2 Punkte

Ergebnis: Sechs Strecken in sechs Dreiecken des Netzes (siehe Grafik).

- Der Streckenzug besteht aus sechs Strecken. Jede liegt in einer anderen Dreiecksfläche und verbindet dort die Mittelpunkte von zwei Kanten.
- Orientieren Sie sich an den Ecken A und B: Bestimmen Sie für jede Fläche im Körper, welche zwei Kanten der Streckenzug trifft, und suchen Sie dieselbe Fläche und dieselben Kanten im Netz.
- Zwei Flächen des Körpers enthalten keine Strecke.
- Die Strecken dürfen auch gestrichelt eingezeichnet werden.
- Lage der sechs Strecken: siehe offizielle Grafik.