

Mathematik

90 Minuten · 14 Aufgaben · 40 Punkte

Name: _____

- 90 Minuten
 - Taschenrechner erlaubt (TI-30 ECO RS, TI-30X IIS, CASIO FX-82 Solar II, Sharp EL-501 T)
 - Zeichenutensilien erlaubt, keine Formelsammlung
 - 14 Aufgaben, total 40 Punkte
 - Der Lösungsweg wird mitbewertet
-

1 Terme vereinfachen

4 Punkte

a) Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich und schreiben Sie ohne Klammern.

$$5a - b - (-3a - b + 2ab) - b^2 + b(2a + b)$$

Term: _____

b) Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich und schreiben Sie ohne Klammern.

$$3(2a - 1)(3b + 2a)$$

Term: _____

c) Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich.

$$\frac{\sqrt{169x^2 - (12x)^2}}{3x} + \frac{13x}{\sqrt{9x^2}}$$

Term: _____

2 Bruchterme vereinfachen

4 Punkte

Vereinfachen Sie die Terme jeweils so weit wie möglich.

a)

$$\frac{1}{4} \cdot \left(4 - \frac{x}{2}\right) - \left(\frac{3x}{8} - \frac{3x}{2}\right)$$

Term: _____

b)

$$\frac{2a + 10}{a^2 + 10a + 25}$$

Term: _____

3 Gleichung mit Klammern

3 Punkte

Berechnen Sie die Lösung der Gleichung.

$$(x + 4)(x - 3) - 5(x - 8) = (x - 2)^2 + 4x$$

X: _____

4 Alter von Mutter und Tochter

2 Punkte

Eine Mutter ist heute viermal so alt wie ihre Tochter. In 16 Jahren wird sie nur noch doppelt so alt sein wie ihre Tochter. Bestimmen Sie das heutige Alter der Mutter und der Tochter mit Hilfe einer Gleichung.

Mutter: _____ Jahre

Tochter: _____ Jahre

5 Flächen- und Volumeneinheiten

2 Punkte

Je zwei Grössen bilden ein Paar mit gleichem Wert. Eine Grösse bleibt jedoch allein. Kreuzen Sie diejenige Grösse an, die allein bleibt. Der Lösungsweg wird bei dieser Aufgabe nicht bewertet.

- a)
- 312 ha
 - 3 120 000 cm²
 - 3120 a
 - 31 200 000 dm²
 - 3 120 000 m²

Allein bleibt (312 ha / 3 120 000 cm² / 3120 a / 31 200 000 dm² / 3 120 000 m²): _____

- b)
- 0.0468 m³
 - 4.68 l

- 468 dm^3
- 4680 cl
- 46.8 dl

Allein bleibt (0.0468 m^3 / 4.68 l / 468 dm^3 / 4680 cl / 46.8 dl): _____

6 Verspätung des Intercitys aufholen

2 Punkte

Ein Intercity-Zug legt eine Strecke von 90 km normalerweise mit einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von 30 m/s zurück.

Heute soll der Zug auf dieser Strecke eine Verspätung von 5 Minuten aufholen.

Berechnen Sie, mit welcher durchschnittlichen Geschwindigkeit in km/h der Zug heute fahren muss, um pünktlich am Zielbahnhof anzukommen.

Geschwindigkeit: _____ km/h

7 Rabatt, Gewinn und Marchzins

4 Punkte

a1) Der Listenpreis eines Fahrrads beträgt CHF 2550. Der Einkaufspreis für Händler beträgt CHF 1657.50

1) Berechnen Sie den Rabatt für Händler in %.

Rabatt: _____ %

- a2) 2) Ein Händler verkauft das Fahrrad mit einem Rabatt von 15 % auf den Listenpreis. Berechnen Sie den Gewinn des Händlers in % seines Einkaufspreises.

Genauigkeit: 1 Dezimale.

Gewinn: _____ %

- b) Ryan und seine Schwester Emma haben am 1. Januar jeweils ein Guthaben von CHF 1200 auf ihrem Jugendsparkonto. Der Zinssatz auf Ryans Konto beträgt 1.25 %. Emma macht die KV-Lehre auf der Bank und profitiert von einem höheren Zinssatz: 1.75 %.
- Berechnen Sie, nach wie vielen Monaten der Marchzins von Emmas Guthaben um CHF 5 grösser ist als der Marchzins von Ryans Guthaben.

Anzahl Monate: _____ Monate

8 **Penaltys halten**

2 Punkte

Mia spielt regelmässig als Goalie im Eishockey.

Ihr Trainer stellt fest, dass sie durchschnittlich 70 % aller Penaltys hält.

- a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit in %, dass Mia fünf aufeinanderfolgende Penaltys hält.

Genauigkeit: 1 Dezimale.

Wahrscheinlichkeit: _____ %

- b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit in %, dass Mia genau zwei von drei aufeinanderfolgenden Penaltys hält.

Wahrscheinlichkeit: _____ %

9 Geraden im Koordinatensystem

4 Punkte

- a) Eine Gerade verläuft durch die Punkte $P(5/1)$ und $Q(10/5)$. Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Geraden. Nutzen Sie als Hilfe das abgebildete Koordinatensystem.

Ihre Antwort: $y =$ _____

$y:$ _____

- b) Zeichnen Sie die Gerade mit der Funktionsgleichung $y = -1.5x + 6$ ins Koordinatensystem ein.

- c) Prüfen Sie für jeden Punkt, ob er auf der Geraden mit der Funktionsgleichung $y = -x - 7$ liegt.

Der Lösungsweg wird bei dieser Aufgabe nicht bewertet. Hinweis: Punkte erhält für diese Aufgabe nur, wer alle drei Kreuze richtig setzt.

	Der Punkt liegt auf der Geraden.	Der Punkt liegt nicht auf der Geraden.
A(0/-7)	☐	☐
B(-1/-8)	☐	☐
C(2/-9)	☐	☐

A(0/-7) (liegt auf der Geraden / liegt nicht auf der Geraden): _____

B(-1/-8) (liegt auf der Geraden / liegt nicht auf der Geraden): _____

C(2/-9) (liegt auf der Geraden / liegt nicht auf der Geraden): _____

- d) Gegeben ist die Gerade g mit der Funktionsgleichung $y = 3x + 9$. Notieren Sie die Funktionsgleichung einer Geraden, welche mit der Geraden g **keinen** Schnittpunkt hat.

10 Steigung in Prozent

4 Punkte

- a) Die Steigung von A nach B beträgt 32 %.
- Die durchschnittliche Steigung von A nach C beträgt 20 %.
- Berechnen Sie die Länge der Strecke x.
- Die Skizze ist nicht massstabsgetreu.

x: _____ m

- b) Die Pyramide hat eine rechteckige Grundfläche.
- Die Kante k hat die Steigung 240 %.
- Berechnen Sie die Höhe h der Pyramide.

h: _____ m

11 Winkel an zwei Kreisen

2 Punkte

In der folgenden Figur sind M_1 und M_2 Kreismittelpunkte. Die Figur ist nicht massstabsgetreu.

Berechnen Sie die Winkel α und β .

Der Lösungsweg wird bei dieser Aufgabe nicht bewertet.

α : _____ °

β : _____ °

12 Kreisfiguren: Fläche und Umfang

3 Punkte

a) Gegeben ist die rechts abgebildete Figur.

M_1 und M_2 sind Kreismittelpunkte.

Berechnen Sie den Flächeninhalt der grauen Figur.

Genauigkeit: 1 Dezimale.

Flächeninhalt: _____ cm^2

b) Gegeben ist die rechts abgebildete Figur.

M ist ein Kreismittelpunkt.

Erstellen Sie einen Term für den Umfang der grauen Figur.

Der Term muss nicht vereinfacht werden.

13 Ansichten eines Würfelkörpers

2 Punkte

Der rechts abgebildete Würfelkörper aus sechs Würfeln wird mehrfach gedreht und gekippt.

Anschliessend wird eine Ansicht gezeichnet. Zwei der abgebildeten Ansichten sind keine Ansichten des Würfelkörpers. Kreuzen Sie die zwei **falschen** Ansichten an. Sie dürfen höchstens zwei Kreuze setzen.

(Nummerierung hier: obere Reihe von links nach rechts Ansicht 1 bis 4, untere Reihe Ansicht 5 bis 8.)

Ansicht 1 (Ansicht des Körpers / keine Ansicht (ankreuzen)): _____

Ansicht 2 (Ansicht des Körpers / keine Ansicht (ankreuzen)): _____

Ansicht 3 (Ansicht des Körpers / keine Ansicht (ankreuzen)): _____

Ansicht 4 (Ansicht des Körpers / keine Ansicht (ankreuzen)): _____

Ansicht 5 (Ansicht des Körpers / keine Ansicht (ankreuzen)): _____

Ansicht 6 (Ansicht des Körpers / keine Ansicht (ankreuzen)): _____

Ansicht 7 (Ansicht des Körpers / keine Ansicht (ankreuzen)): _____

Ansicht 8 (Ansicht des Körpers / keine Ansicht (ankreuzen)): _____

14 **Stahlwürfel im Wassergefäss**

2 Punkte

Ein quaderförmiges Gefäss mit quadratischer Grundfläche ist 5 cm hoch mit Wasser gefüllt. Ein Stahlwürfel mit einer Kantenlänge von 4 cm wird ins Gefäss gelegt. Berechnen Sie, wie hoch das Wasser jetzt im Gefäss steht. Genauigkeit: 1 Dezimale.

Wasserhöhe h: _____ cm

Lösungen

BMS-Aufnahmeprüfung 2022 Mathematik BM2. Lösungswege von Fokus Nachhilfe nach der offiziellen Lösung des Kantons.

1 Terme vereinfachen

4 Punkte

a) **Ergebnis:** $8a$

- Minusklammer auflösen (alle Vorzeichen in der Klammer kehren): $-(-3a - b + 2ab) = +3a + b - 2ab$
- Ausmultiplizieren: $b(2a + b) = 2ab + b^2$
- Zusammenfassen: $5a - b + 3a + b - 2ab - b^2 + 2ab + b^2 = 8a$

b) **Ergebnis:** $18ab + 12a^2 - 9b - 6a$

- Zuerst die beiden Klammern ausmultiplizieren (jedes Glied mit jedem): $(2a - 1)(3b + 2a) = 6ab + 4a^2 - 3b - 2a$
- Dann mit 3 multiplizieren: $3(6ab + 4a^2 - 3b - 2a) = 18ab + 12a^2 - 9b - 6a$

c) **Ergebnis:** 6

- Erste Wurzel: $169x^2 - (12x)^2 = 169x^2 - 144x^2 = 25x^2$, also $\sqrt{25x^2} = 5x$
 - Zweite Wurzel: $\sqrt{9x^2} = 3x$
 - Einsetzen: $\frac{5x}{3x} + \frac{13x}{3x} = \frac{5}{3} + \frac{13}{3} = \frac{18}{3} = 6$
-

2 Bruchterme vereinfachen

4 Punkte

a) **Ergebnis:** $1 + x$

- Erste Klammer mit $\frac{1}{4}$ multiplizieren: $\frac{1}{4} \cdot 4 - \frac{1}{4} \cdot \frac{x}{2} = 1 - \frac{x}{8}$
- Minusklammer auflösen: $-\left(\frac{3x}{8} - \frac{3x}{2}\right) = -\frac{3x}{8} + \frac{3x}{2}$
- Auf Nenner 8 bringen: $1 - \frac{x}{8} - \frac{3x}{8} + \frac{12x}{8} = 1 + \frac{8x}{8} = 1 + x$

b) **Ergebnis:** $\frac{2}{a+5}$

- Zähler: 2 ausklammern: $2a + 10 = 2(a + 5)$
- Nenner: 1. binomische Formel: $a^2 + 10a + 25 = (a + 5)^2$
- Kürzen mit $(a + 5)$: $\frac{2(a+5)}{(a+5)^2} = \frac{2}{a+5}$

3 Gleichung mit Klammern

3 Punkte

Ergebnis: $x = 6$

- Ausmultiplizieren: $(x + 4)(x - 3) = x^2 + x - 12$ und $(x - 2)^2 = x^2 - 4x + 4$
- Achtung Vorzeichen: $-5(x - 8) = -5x + 40$
- Gleichung: $x^2 + x - 12 - 5x + 40 = x^2 - 4x + 4 + 4x$
- x^2 fällt auf beiden Seiten weg: $28 - 4x = 4$
- $24 = 4x$, also $x = 6$

4 Alter von Mutter und Tochter

2 Punkte

Ergebnis: Tochter: 8 Jahre, Mutter: 32 Jahre

- Alter der Tochter heute: x Jahre, Alter der Mutter heute: $4x$ Jahre
- In 16 Jahren: Tochter $x + 16$, Mutter $4x + 16$
- Die Mutter ist dann doppelt so alt: $2(x + 16) = 4x + 16$
- $2x + 32 = 4x + 16 \Rightarrow 16 = 2x \Rightarrow x = 8$
- Tochter 8 Jahre, Mutter $4 \cdot 8 = 32$ Jahre (Kontrolle: in 16 Jahren 24 und 48)

5 Flächen- und Volumeneinheiten

2 Punkte

a) Ergebnis: 3 120 000 cm² bleibt allein.

Alles in m² umrechnen ($1 \text{ ha} = 10\,000 \text{ m}^2$, $1 \text{ a} = 100 \text{ m}^2$, $1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2 = 10\,000 \text{ cm}^2$):

- $312 \text{ ha} = 3\,120\,000 \text{ m}^2$, also Paar mit $3\,120\,000 \text{ m}^2$
- $3120 \text{ a} = 312\,000 \text{ m}^2$ und $31\,200\,000 \text{ dm}^2 = 312\,000 \text{ m}^2$, also ein Paar
- $3\,120\,000 \text{ cm}^2 = 312 \text{ m}^2$, passt zu keiner anderen Grösse

b) Ergebnis: 468 dm³ bleibt allein.

Alles in Liter umrechnen ($1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ l}$, $1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ l}$, $1 \text{ l} = 10 \text{ dl} = 100 \text{ cl}$):

- $0.0468 \text{ m}^3 = 46.8 \text{ l}$ und $4680 \text{ cl} = 46.8 \text{ l}$, also ein Paar
- 4.68 l und $46.8 \text{ dl} = 4.68 \text{ l}$, also ein Paar
- $468 \text{ dm}^3 = 468 \text{ l}$, passt zu keiner anderen Grösse

6 Verspätung des Intercity aufholen

2 Punkte

Ergebnis: 120 km/h

- Umrechnen: $30 \text{ m/s} = 30 \cdot 3.6 \text{ km/h} = 108 \text{ km/h}$
 - Normale Fahrzeit: $t_1 = \frac{90 \text{ km}}{108 \text{ km/h}} = 0.8\overline{3} \text{ h} = 50 \text{ min}$
 - Neue Fahrzeit: $t_2 = 50 \text{ min} - 5 \text{ min} = 45 \text{ min} = 0.75 \text{ h}$
 - Neue Geschwindigkeit: $v = \frac{90 \text{ km}}{0.75 \text{ h}} = 120 \text{ km/h}$
-

7 Rabatt, Gewinn und Marchzins

4 Punkte

a1) Ergebnis: Der Rabatt beträgt 35 %.

- Anteil des Einkaufspreises am Listenpreis: $\frac{1657.50}{2550} = 0.65 = 65 \%$
- Rabatt: $100 \% - 65 \% = 35 \%$

a2) Ergebnis: Der Gewinn beträgt 30.8 %.

- Verkaufspreis: $0.85 \cdot 2550 = 2167.50 \text{ CHF}$
- Verhältnis zum Einkaufspreis: $\frac{2167.50}{1657.50} \approx 1.308$
- Der Verkaufspreis liegt also rund 30.8 % über dem Einkaufspreis: Gewinn $\approx 30.8 \%$

b) Ergebnis: Nach 10 Monaten

- Jahreszins Ryan: $1200 \cdot 0.0125 = 15 \text{ CHF}$
 - Jahreszins Emma: $1200 \cdot 0.0175 = 21 \text{ CHF}$
 - Unterschied pro Jahr: CHF 6, also pro Monat $\frac{6}{12} = 0.50 \text{ CHF}$ (oder: Marchzins pro Monat $\frac{15}{12} = 1.25 \text{ CHF}$ bzw. $\frac{21}{12} = 1.75 \text{ CHF}$)
 - CHF 5 Unterschied: $5 : 0.50 = 10 \text{ Monate}$ (entspricht $\frac{5}{6}$ eines Jahres)
-

8 Penaltys halten

2 Punkte

a) Ergebnis: 16.8 %

Jeder Penalty wird mit Wahrscheinlichkeit 0.7 gehalten, fünfmal hintereinander heisst multiplizieren:

$$p = 0.7^5 \approx 0.168 = 16.8 \%$$

b) Ergebnis: 44.1 %

Der nicht gehaltene Penalty (Wahrscheinlichkeit 0.3) kann der erste, zweite oder dritte sein. Das gibt drei Pfade:

$$p = 0.7 \cdot 0.7 \cdot 0.3 + 0.7 \cdot 0.3 \cdot 0.7 + 0.3 \cdot 0.7 \cdot 0.7 = 3 \cdot 0.147 = 0.441 = 44.1 \%$$

9 Geraden im Koordinatensystem

4 Punkte

a) **Ergebnis:** $y = 0.8x - 3$

- Steigung: $m = \frac{5-1}{10-5} = \frac{4}{5} = 0.8$
- P einsetzen in $y = 0.8x + b$: $1 = 0.8 \cdot 5 + b = 4 + b \Rightarrow b = -3$
- $y = 0.8x - 3$

b) **Ergebnis: Gerade durch (0/6), (2/3) und (4/0)**

- Der y-Achsenabschnitt ist 6: Startpunkt (0/6).
- Steigung $-1.5 = \frac{-3}{2}$: von (0/6) aus 2 nach rechts und 3 nach unten, das gibt (2/3), dann (4/0).
- Die Punkte mit dem Lineal verbinden und über das ganze Koordinatensystem verlängern.

c) **Ergebnis: A liegt auf der Geraden, B liegt nicht auf der Geraden, C liegt auf der Geraden.**

Die x-Koordinate in $y = -x - 7$ einsetzen und mit der y-Koordinate vergleichen:

- A: $-0 - 7 = -7$, stimmt: liegt auf der Geraden
- B: $-(-1) - 7 = -6 \neq -8$: liegt nicht auf der Geraden
- C: $-2 - 7 = -9$, stimmt: liegt auf der Geraden

d) **Ergebnis:** Jede Gerade $y = 3x + a$ mit $a \neq 9$, z. B. $y = 3x$

Zwei Geraden haben keinen Schnittpunkt, wenn sie parallel sind und nicht zusammenfallen: gleiche Steigung 3, aber anderer y-Achsenabschnitt. Also $y = 3x + a$ mit $a \neq 9$, zum Beispiel $y = 3x + 1$.

10 Steigung in Prozent

4 Punkte

a) **Ergebnis:** $x = 100$ m

Steigung = Höhenunterschied : horizontale Distanz.

- Horizontale Distanz von A nach B: $\frac{600 \text{ m}}{0.32} = 1875 \text{ m}$
- Horizontale Distanz von A nach C: $1875 \text{ m} + 1625 \text{ m} = 3500 \text{ m}$
- Gleichung: $\frac{x+600}{1625+1875} = 0.2 \Rightarrow x + 600 = 700 \Rightarrow x = 100 \text{ m}$

b) **Ergebnis:** $h = 18$ m

Die Spitze liegt über dem Schnittpunkt der Diagonalen. Die Kante k steigt also über eine halbe Diagonale an.

- Diagonale der Grundfläche: $\sqrt{9^2 + 12^2} \text{ m} = \sqrt{225} \text{ m} = 15 \text{ m}$, halbe Diagonale 7.5 m
- Steigung 240 % heisst: Höhe = $2.4 \cdot$ horizontale Strecke
- $h = 2.4 \cdot 7.5 \text{ m} = 18 \text{ m}$

11 Winkel an zwei Kreisen

2 Punkte

Ergebnis: $\alpha = 46^\circ, \beta = 22^\circ$

Bezeichnungen: P = Punkt auf dem Halbkreis (Ecke bei α), E = rechter Endpunkt der Grundlinie, Q = obere Spitze auf dem gestrichelten Kreisbogen.

- Dreieck M_1M_2P ist gleichschenkelig ($M_2M_1 = M_2P =$ Radius des Halbkreises), also $\angle M_1PM_2 = 44^\circ$.
- Thales: P liegt auf dem Halbkreis über M_1E , also $\angle M_1PE = 90^\circ$. Damit $\alpha = 90^\circ - 44^\circ = 46^\circ$.
- Im Dreieck M_1PE : $\angle M_1EP = 180^\circ - 90^\circ - 44^\circ = 46^\circ$.

- Dreieck M_1EQ ist gleichschenkelig ($M_1E = M_1Q = \text{Radius des gestrichelten Kreises}$):
Basiswinkel $\frac{180^\circ - 44^\circ}{2} = 68^\circ$.
- $\beta = 68^\circ - 46^\circ = 22^\circ$

12 Kreisfiguren: Fläche und Umfang

3 Punkte

a) **Ergebnis:** $A \approx 274.9 \text{ cm}^2$

Die Figur besteht aus einem Dreiviertelkreis mit Radius 10 cm (Mittelpunkt M_1) und einem Halbkreis mit Radius 5 cm (Mittelpunkt M_2 , Durchmesser 10 cm).

- Dreiviertelkreis: $\frac{3}{4} \cdot 10^2 \cdot \pi \approx 235.6 \text{ cm}^2$
- Halbkreis: $\frac{1}{2} \cdot 5^2 \cdot \pi \approx 39.3 \text{ cm}^2$
- Total: $A \approx 274.9 \text{ cm}^2$

b) **Ergebnis:** $u = \frac{x \cdot \pi}{2} + 6x$

- Viertelkreisbogen mit Radius x : $\frac{1}{4} \cdot 2\pi x = \frac{x \cdot \pi}{2}$
- Gerade Stücke: senkrechter Radius x , oben rechts x , rechte Seite x , Unterseite $2x$ (das Rechteck ist $x + x$ breit), linke Seite x : zusammen $6x$
- $u = \frac{x \cdot \pi}{2} + 6x$

13 Ansichten eines Würfelkörpers

2 Punkte

Ergebnis: Anzukreuzen sind Ansicht 2 (obere Reihe, zweite von links) und Ansicht 8 (untere Reihe, ganz rechts).

Gehen Sie den Körper von allen Seiten durch (vorne, hinten, links, rechts, oben, unten) und skizzieren Sie jede Ansicht auf dem Raster. Jede Ansicht, die so entsteht, darf zusätzlich gedreht oder gespiegelt erscheinen, weil der Körper gekippt und von der Gegenseite betrachtet werden kann.

Sechs der acht Bilder lassen sich so finden. Die Ansichten 2 und 8 entstehen aus keiner Blickrichtung: Sie sind die beiden falschen Ansichten.

14 Stahlwürfel im Wassergefäss

2 Punkte

Ergebnis: $h \approx 6.8 \text{ cm}$

Der Würfel verdrängt sein ganzes Volumen, weil er ganz unter Wasser liegt ($4 \text{ cm} < 5 \text{ cm}$).

- Wasser: $V_1 = 5 \cdot 6 \cdot 6 \text{ cm}^3 = 180 \text{ cm}^3$
- Würfel: $V_2 = 4^3 \text{ cm}^3 = 64 \text{ cm}^3$
- Neue Höhe: $h = \frac{180+64}{6 \cdot 6} \text{ cm} = \frac{244}{36} \text{ cm} \approx 6.8 \text{ cm}$

Oder direkt über den Anstieg: $\frac{4^3}{6^2} = 1.\overline{7} \text{ cm}$, also $5 + 1.\overline{7} \approx 6.8 \text{ cm}$.