

Mathematik

90 Minuten · 14 Aufgaben · 40 Punkte

Name: _____

- 90 Minuten
- Zirkel, Geometrie-Dreieck und Massstab erlaubt
- Zugelassener Taschenrechner erlaubt
- Lösungswege müssen klar ersichtlich sein

1 Klammern auflösen

2 Punkte

Vereinfachen Sie die Terme so weit wie möglich und lösen Sie alle Klammern auf.

a)

$$(3a - 5)(-7 - 2a)$$

Term: _____

b)

$$-6ab - 2a(a - 5b) + 5a^2 - 4ab$$

Term: _____

2 Wurzel- und Bruchterme

4 Punkte

Vereinfachen Sie die Terme so weit wie möglich.

a)

$$\sqrt{(10a)^2 - 36a^2} - \sqrt{2a} \cdot \sqrt{18a}$$

Term: _____

b)

$$\frac{(x+2)(x-4)}{5} : \frac{x^2-16}{10}$$

Term: _____

3 Lineare Gleichungen lösen

4 Punkte

Bestimmen Sie jeweils die Lösung der Gleichung.

a)

$$(x+1)^2 = (x-3)^2 + 2(x+5)$$

x: _____

b)

$$x - \frac{3x+2}{5} = 3 + \frac{x-4}{7}$$

x: _____

4 Gleichung nach Variablen auflösen

2 Punkte

Gegeben ist die Gleichung:

$$\frac{b}{3} = \frac{ab - 4}{2}$$

- a) Lösen Sie die Gleichung nach der Variablen a auf.

a =: _____

- b) Lösen Sie die Gleichung nach der Variablen b auf.

b =: _____

5 Flächen und Volumen umrechnen

2 Punkte

Berechnen Sie.

a) $103 \text{ m}^2 + 2.6 \text{ a} + 3050 \text{ dm}^2 =$
_____ m^2

Fläche: _____ m^2

b) $200 \cdot 35 \text{ cl} - 23 \cdot 2.9 \text{ dm}^3 =$
_____ cm^3

Volumen: _____ cm^3

6 Rechteck mit gleicher Fläche

3 Punkte

Ein Rechteck ist doppelt so lang wie breit.

Wenn die Länge um 12 cm verkürzt und die Breite um 7 cm verlängert wird, so hat das neue Rechteck die gleiche Fläche wie das ursprüngliche Rechteck.

Berechnen Sie mit einer Gleichung die Breite des ursprünglichen Rechtecks.

Breite: _____ cm

7 Triathlon-Laufgeschwindigkeit

3 Punkte

Bei einem Triathlon möchte Herr Häni eine Gesamtzeit von 2:45 h erreichen.

Für die Schwimmstrecke von 1.5 km benötigt er 30 Minuten.

Bei der Radstrecke von 39.6 km erreicht er eine durchschnittliche Geschwindigkeit von 10 m/s.

Berechnen Sie, mit welcher durchschnittlichen Geschwindigkeit Herr Häni die Laufstrecke von 10.35 km absolvieren muss, damit er sein Ziel erreicht.

Geben Sie Ihr Resultat in km/h an.

Geschwindigkeit: _____ km/h

8 Aktienwert und Zinseszins

3 Punkte

- a) Im ersten Jahr verlor eine Aktie 24 % von ihrem Wert.

Im zweiten Jahr stieg ihr Wert dann aber um 29 %.

Am Schluss des zweiten Jahres beträgt ihr Wert CHF 2696.10.

Berechnen Sie den Wert der Aktie am Anfang des ersten Jahres.

Wert am Anfang: _____ CHF

- b) Ein Kapital von CHF 2300 liegt während 4 Jahren zu einem jährlichen Zinssatz von 2 % auf einem Konto.

Berechnen Sie, auf welchen Betrag das Kapital in diesen 4 Jahren anwächst.

Endkapital: _____ CHF

9 Taxi-Tarife vergleichen

4 Punkte

Die Kosten für eine Fahrt mit dem **Taxi A** setzen sich zusammen aus einem Grundtarif von CHF 5 und einem Tarif von CHF 1.50 für jeden gefahrenen Kilometer.

Die Kosten für eine Fahrt mit dem **Taxi B** werden durch die folgende Gerade beschrieben:

Die Kosten für eine Fahrt mit dem **Taxi C** werden durch die Funktionsgleichung $y = 4x$ beschrieben.

Dabei steht x für die Fahrstrecke (in km) und y für die Kosten (in CHF).

- a) Bestimmen Sie die Funktionsgleichung, welche die Kosten für das **Taxi A** beschreibt.
Stellen Sie diese in der Form $y = \dots$ dar.

$y =:$ _____

- b) Bestimmen Sie die Funktionsgleichung, welche die Kosten für das **Taxi B** beschreibt.
Stellen Sie diese in der Form $y = \dots$ dar.

$y =:$ _____

- c) Zeichnen Sie den Graphen von $y = 4x$ im Diagramm ein.

- d) Lesen Sie im Diagramm ab, für wie viele Kilometer das **Taxi B** und das **Taxi C** gleich viel kosten.

Fahrstrecke: _____ km

10 Steigungen im Quader

3 Punkte

Gegeben ist folgender Körper.

Die Skizze ist nicht massstabsgetreu.

- a) Berechnen Sie die Steigung der Strecke AB.

Steigung: _____ %

- b) Die Steigung der Strecke AC beträgt 125 %.
Berechnen Sie die Höhe h des Quaders.

h: _____ cm

11 **Zusammengesetzte Figur ABCDE**

3 Punkte

Die folgende Figur ABCDE hat einen Flächeninhalt von 108 cm^2 .

Das Rechteck, das Dreieck und das Quadrat haben alle den gleichen Flächeninhalt.

Berechnen Sie die Länge der Strecke ED.

Die Skizze ist nicht massstabsgetreu.

ED: _____ cm

12 Abweichende Würfelkörper finden

2 Punkte

Von den 9 unten abgebildeten Würfelkörpern sind 2 **nicht** gleich wie der eingerahmte Würfelkörper.

Kreuzen Sie die 2 abweichenden Würfelkörper an.

Sie dürfen maximal 2 Kreuze setzen.

Die Würfelkörper sind zeilenweise von 1 (oben links) bis 9 (unten rechts) nummeriert.

Würfelkörper 1 (oben links) (gleich / abweichend): _____

Würfelkörper 2 (oben Mitte) (gleich / abweichend): _____

Würfelkörper 3 (oben rechts) (gleich / abweichend): _____

Würfelkörper 4 (Mitte links) (gleich / abweichend): _____

Würfelkörper 5 (Mitte Mitte) (gleich / abweichend): _____

Würfelkörper 6 (Mitte rechts) (gleich / abweichend): _____

Würfelkörper 7 (unten links) (gleich / abweichend): _____

Würfelkörper 8 (unten Mitte) (gleich / abweichend): _____

Würfelkörper 9 (unten rechts) (gleich / abweichend): _____

13 **Quader mit Viertelzylinder**

2 Punkte

Aus einem Quader wird ein Viertel eines Zylinders gefräst, sodass der unten dargestellte Körper entsteht.

Berechnen Sie das Volumen dieses Körpers.

Genauigkeit: 1 Dezimale.

Volumen: _____ cm^3

14 Kugeln ziehen

3 Punkte

In einer Schachtel liegen Kugeln mit den Zahlen 1, 1, 1, 3, 3, 3, 3, 5.

- a) Sie ziehen zufällig eine Kugel, legen diese zurück und ziehen erneut zufällig eine Kugel. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Sie zweimal eine Kugel mit der Zahl 1 ziehen.

p: _____

- b) Sie ziehen aus den acht Kugeln nacheinander zufällig zwei Kugeln, ohne sie wieder zurückzulegen. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Sie zweimal eine Kugel mit der Zahl 3 ziehen.

p: _____

- c) Sie ziehen aus den acht Kugeln nacheinander zufällig zwei Kugeln, ohne sie wieder zurückzulegen. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Zahlen der beiden gezogenen Kugeln die Summe 8 ergeben.

p: _____

Lösungen

BMS-Aufnahmeprüfung 2023 Mathematik BM2. Lösungswege von Fokus Nachhilfe nach der offiziellen Lösung des Kantons.

1 Klammern auflösen

2 Punkte

a) **Ergebnis:** $-6a^2 - 11a + 35$

- Jedes Glied der ersten Klammer mit jedem Glied der zweiten multiplizieren: $3a \cdot (-7) = -21a$, $3a \cdot (-2a) = -6a^2$, $(-5) \cdot (-7) = 35$, $(-5) \cdot (-2a) = 10a$
- $-21a - 6a^2 + 35 + 10a$
- Zusammenfassen und ordnen: $-6a^2 - 11a + 35$

b) **Ergebnis:** $3a^2$

- Klammer auflösen (Vorzeichen beachten): $-2a(a - 5b) = -2a^2 + 10ab$
- $-6ab - 2a^2 + 10ab + 5a^2 - 4ab$
- Die ab -Glieder heben sich auf: $-6ab + 10ab - 4ab = 0$
- Es bleibt $-2a^2 + 5a^2 = 3a^2$

2 Wurzel- und Bruchterme

4 Punkte

a) **Ergebnis:** $2a$

- Unter der ersten Wurzel: $(10a)^2 - 36a^2 = 100a^2 - 36a^2 = 64a^2$, also $\sqrt{64a^2} = 8a$
- Die zwei Wurzeln zusammenfassen: $\sqrt{2a} \cdot \sqrt{18a} = \sqrt{36a^2} = 6a$
- $8a - 6a = 2a$

b) **Ergebnis:** $\frac{2(x+2)}{x+4} = \frac{2x+4}{x+4} = 2 - \frac{4}{x+4}$

- Dividieren heisst mit dem Kehrwert multiplizieren.
- Den Nenner mit der 3. binomischen Formel zerlegen: $x^2 - 16 = (x - 4)(x + 4)$
-

$$\frac{(x+2)(x-4)}{5} \cdot \frac{10}{(x-4)(x+4)}$$

- $(x - 4)$ kürzen, und $\frac{10}{5} = 2$:

$$\frac{2(x+2)}{x+4} = \frac{2x+4}{x+4} = 2 - \frac{4}{x+4}$$

3 Lineare Gleichungen lösen

4 Punkte

a) **Ergebnis:** $x = 3$

- Binome ausrechnen: $x^2 + 2x + 1 = x^2 - 6x + 9 + 2x + 10$
- x^2 fällt auf beiden Seiten weg: $2x + 1 = 19 - 4x$
- $6x = 18$
- $x = 3$

b) **Ergebnis:** $x = 11$

- Mit dem Hauptnenner 35 multiplizieren (Zähler in Klammern setzen): $35x - 7(3x + 2) = 105 + 5(x - 4)$
- Klammern auflösen: $35x - 21x - 14 = 105 + 5x - 20$
- $14x - 14 = 5x + 85$
- $9x = 99$
- $x = 11$

4 Gleichung nach Variablen auflösen

2 Punkte

a) **Ergebnis:** $a = \frac{2b+12}{3b} = \frac{2}{3} + \frac{4}{b}$

- Mit 6 multiplizieren (Nenner wegschaffen): $2b = 3(ab - 4) = 3ab - 12$
- 12 addieren: $2b + 12 = 3ab$
- Durch $3b$ dividieren:

$$a = \frac{2b+12}{3b} = \frac{2}{3} + \frac{4}{b}$$

b) **Ergebnis:** $b = \frac{-12}{2-3a} = \frac{12}{3a-2}$

- Mit 6 multiplizieren: $2b = 3ab - 12$
- Alle Glieder mit b auf eine Seite: $2b - 3ab = -12$
- b ausklammern: $b(2 - 3a) = -12$

- Durch $(2 - 3a)$ dividieren:

$$b = \frac{-12}{2 - 3a} = -\frac{12}{2 - 3a} = \frac{12}{3a - 2}$$

5 Flächen und Volumen umrechnen

2 Punkte

a) **Ergebnis:** 393.5 m^2

- $1 \text{ a} = 100 \text{ m}^2$, also $2.6 \text{ a} = 260 \text{ m}^2$
- $1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2$, also $3050 \text{ dm}^2 = 30.5 \text{ m}^2$
- $103 \text{ m}^2 + 260 \text{ m}^2 + 30.5 \text{ m}^2 = 393.5 \text{ m}^2$

b) **Ergebnis:** 3300 cm^3

- $200 \cdot 35 \text{ cl} = 7000 \text{ cl} = 70 \text{ l}$
- $23 \cdot 2.9 \text{ dm}^3 = 66.7 \text{ dm}^3 = 66.7 \text{ l}$ (denn $1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ l}$)
- $70 \text{ l} - 66.7 \text{ l} = 3.3 \text{ l} = 3.3 \text{ dm}^3 = 3300 \text{ cm}^3$

6 Rechteck mit gleicher Fläche

3 Punkte

Ergebnis: Die ursprüngliche Breite beträgt 42 cm .

- Breite x wählen:

	Breite	Länge
ursprünglich	x	$2x$
neu	$x + 7$	$2x - 12$

- Gleiche Fläche: $x \cdot 2x = (x + 7)(2x - 12)$
- $2x^2 = 2x^2 - 12x + 14x - 84$
- $2x^2$ fällt weg: $84 = 2x$
- $x = 42$, die ursprüngliche Breite beträgt 42 cm .
- Kontrolle: $42 \cdot 84 = 3528$ und $49 \cdot 72 = 3528$

7 Triathlon-Laufgeschwindigkeit

3 Punkte

Ergebnis: 9 km/h

- Geschwindigkeit auf dem Rad umrechnen: $10 \text{ m/s} = 10 \cdot 3.6 \text{ km/h} = 36 \text{ km/h}$
- Zeit für die Radstrecke: $\frac{39.6}{36} \text{ h} = 1.1 \text{ h} = 66 \text{ min}$
- Gesamtzeit: $2:45 \text{ h} = 2.75 \text{ h}$
- Verbleibende Zeit zum Laufen: $2.75 \text{ h} - 0.5 \text{ h} - 1.1 \text{ h} = 1.15 \text{ h} = 69 \text{ min}$
- Laufgeschwindigkeit: $\frac{10.35}{1.15} \text{ km/h} = 9 \text{ km/h}$

8 Aktienwert und Zinseszins

3 Punkte

a) Ergebnis: CHF 2750

- Rückwärts rechnen: Ein Anstieg um 29 % bedeutet Faktor 1.29, ein Verlust von 24 % Faktor 0.76.
- Wert am Ende des ersten Jahres: $\text{CHF } \frac{2696.10}{1.29} = \text{CHF } 2090$
- Wert am Anfang des ersten Jahres: $\text{CHF } \frac{2090}{0.76} = \text{CHF } 2750$

b) Ergebnis: CHF 2489.59 $\approx$ CHF 2489.60

- Der Zins wird jedes Jahr mitverzinst (Zinseszins): pro Jahr Faktor 1.02.
- $\text{CHF } 2300 \cdot 1.02^4 \approx \text{CHF } 2489.59 \approx \text{CHF } 2489.60$

9 Taxi-Tarife vergleichen

4 Punkte

a) Ergebnis: $y = 1.5x + 5$

- Der Grundtarif ist der Wert bei 0 km: $b = 5$
- Pro Kilometer kommen CHF 1.50 dazu: Steigung $m = 1.5$
- $y = 1.5x + 5$

b) Ergebnis: $y = 2.5x + 3$

- Die Gerade schneidet die y-Achse bei 3: $b = 3$
- Sie geht durch (0 | 3) und (1 | 5.5): Steigung $m = \frac{5.5-3}{1-0} = 2.5$
- $y = 2.5x + 3$

c) **Ergebnis: Gerade durch $(0 \mid 0)$, $(1 \mid 4)$ und $(2.5 \mid 10)$**

- Die Gerade geht durch den Ursprung $(0 \mid 0)$.
- Weitere Punkte: $x = 0.5 \Rightarrow y = 2$; $x = 1 \Rightarrow y = 4$; $x = 1.5 \Rightarrow y = 6$; $x = 2.5 \Rightarrow y = 10$
- Die Punkte zu einer Geraden verbinden.

d) **Ergebnis: Bei 2 km kostet die Fahrt mit Taxi B und C gleich viel.**

- Gesucht ist der Schnittpunkt der Geraden B und C.
- Die Geraden schneiden sich bei $(2 \mid 8)$: Bei 2 km kosten beide Taxis CHF 8.
- Kontrolle: $2.5 \cdot 2 + 3 = 8$ und $4 \cdot 2 = 8$

10 Steigungen im Quader

3 Punkte

a) **Ergebnis:** $\frac{2}{5} = 0.4 = 40 \%$

- Steigung = Höhenunterschied : horizontale Strecke
- B liegt 4.8 cm über der Grundfläche, horizontal sind es 12 cm.
- $\frac{4.8}{12} = \frac{2}{5} = 0.4 = 40 \%$

b) **Ergebnis:** $h = 25 \text{ cm}$

- Die horizontale Strecke zu AC ist die Diagonale der Grundfläche (12 cm mal 16 cm):
 $d = \sqrt{12^2 + 16^2} \text{ cm} = 20 \text{ cm}$
- Steigung 125 % heisst: Höhe = $1.25 \cdot$ horizontale Strecke
- $h = 1.25 \cdot 20 \text{ cm} = 25 \text{ cm}$

11 Zusammengesetzte Figur ABCDE

3 Punkte

Ergebnis: $\overline{ED} = 2 \text{ cm}$

- Jede der drei Teilflächen hat $108 : 3 = 36 \text{ cm}^2$.
- Seite des Quadrats GBCF: $\overline{BG} = \sqrt{36} \text{ cm} = 6 \text{ cm}$

- Das rechtwinklige Dreieck FCD hat die Kathete $\overline{FC} = 6$ cm. Längere Kathete: $\overline{DF} = \frac{36 \cdot 2}{6}$ cm = 12 cm
- Das Rechteck AGDE ist $\overline{GD} = 6 + 12 = 18$ cm hoch.
- Gesuchte Länge: $\overline{ED} = \frac{36}{6+12}$ cm = 2 cm

12 Abweichende Würfelkörper finden

2 Punkte

Ergebnis: Abweichend sind Würfelkörper 2 (oben Mitte) und Würfelkörper 7 (unten links).

- Zählen Sie zuerst die Würfel und merken Sie sich, wie sie aneinander stossen: Der eingerahmte Körper besteht aus 4 Würfeln, die nicht alle in einer Ebene liegen.
- Drehen Sie jeden abgebildeten Körper gedanklich so, dass er gleich liegt wie der eingerahmte Körper, und vergleichen Sie Würfel für Würfel.
- Sieben Körper lassen sich so zur Deckung bringen. Würfelkörper 2 (oben Mitte) und Würfelkörper 7 (unten links) nicht: Diese zwei werden angekreuzt.

13 Quader mit Viertelzylinder

2 Punkte

Ergebnis: $V \approx 53.7$ cm³

- Volumen des Quaders (5 cm mal 5 cm mal 10 cm): $V_1 = 5^2 \cdot 10$ cm³ = 250 cm³
- Volumen des Viertelzylinders (Radius 5 cm, Länge 10 cm): $V_2 = \frac{1}{4} \cdot 5^2 \cdot 10 \cdot \pi$ cm³ ≈ 196.3 cm³
- Volumen des Körpers: $V = V_1 - V_2 \approx 53.7$ cm³

14 Kugeln ziehen

3 Punkte

a) **Ergebnis:** $p = \frac{9}{64} \approx 0.141 = 14.1 \%$

- 3 von 8 Kugeln tragen die Zahl 1. Mit Zurücklegen bleibt es bei beiden Zügen $\frac{3}{8}$.
- $p = \frac{3}{8} \cdot \frac{3}{8} = \frac{9}{64} \approx 0.141 = 14.1 \%$

b) **Ergebnis:** $p = \frac{3}{14} \approx 0.214 = 21.4 \%$

- 1. Zug: 4 von 8 Kugeln tragen die Zahl 3.
- 2. Zug: Ohne Zurücklegen sind noch 3 Dreier unter 7 Kugeln.
- $p = \frac{4}{8} \cdot \frac{3}{7} = \frac{12}{56} = \frac{3}{14} \approx 0.214 = 21.4 \%$

c) **Ergebnis:** $p = \frac{1}{7} \approx 0.143 = 14.3 \%$

- Die Summe 8 entsteht nur mit 3 und 5, in zwei möglichen Reihenfolgen.
- Zuerst 3, dann 5: $\frac{4}{8} \cdot \frac{1}{7}$
- Zuerst 5, dann 3: $\frac{1}{8} \cdot \frac{4}{7}$
- $p = \frac{4}{8} \cdot \frac{1}{7} + \frac{1}{8} \cdot \frac{4}{7} = \frac{8}{56} = \frac{1}{7} \approx 0.143 = 14.3 \%$