

Mathematik

90 Minuten · 12 Aufgaben · 40 Punkte

Name: _____

- 90 Minuten
- Zugelassener Taschenrechner erlaubt
- Konstruktionswerkzeug (Zirkel, Geometrie-Dreieck, Massstab) erlaubt
- Lösungswege müssen klar ersichtlich sein
- Resultate vollständig vereinfachen, falls nichts anderes verlangt ist

1 Klammern auflösen

3 Punkte

Lösen Sie alle Klammern auf und vereinfachen Sie die Terme so weit wie möglich.

a) $15x - 8(x - 1)$

Term: _____

b) $3x^2 + (-7x)^2$

Term: _____

c) $(2x + 1)(-7x - 2)$

Term: _____



2 Gemeinsamen Faktor ausklammern

1 Punkt

Klammern Sie so viel wie möglich aus.

$$15x^2y^2 + 25xy^2$$

Term: _____

3 Wurzelterm vereinfachen

2 Punkte

Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich.

$$\sqrt{x^2 + 4x^2 + (2x)^2} + \sqrt{32x} \cdot \sqrt{2x}$$

Term: _____

4 Bruchterme vereinfachen

4 Punkte

Vereinfachen Sie die Terme so weit wie möglich.

a)

$$\frac{6x^2}{5} \cdot \frac{4}{x} - \frac{2x^2}{5} : \frac{x}{3}$$

Term: _____

b)

$$\frac{x+3}{x+2} \cdot \frac{x^2+7x+10}{x^2+6x+9}$$

Term: _____

5 Lineare Gleichungen lösen

4 Punkte

Bestimmen Sie jeweils die Lösung der Gleichung.

a) $(x+4)^2 - (x-4)(x+5) = 29$

x: _____

b)

$$\frac{x}{5} + \frac{1}{8} \left(\frac{3x}{2} - 6 \right) = 7$$

x: _____

6 Regenmenge beim Gewitter

3 Punkte

In Lugano hat es stark geregnet. Während 27 Minuten war das Gewitter am stärksten. In dieser Zeit hat ein Regenmesser eine Regenmenge verzeichnet, die 50 mm pro Stunde entsprechen würde.

a) Berechnen Sie, wie viele Millimeter Regen in den 27 Minuten gefallen sind.

Regenmenge: _____ mm

- b) Berechnen Sie, wie viel Kilogramm Wasser in diesen 27 Minuten auf eine Fläche von 10 m² gefallen ist.

1 Liter Wasser wiegt 1 Kilogramm.

Wasser: _____ kg

7 Säuglinge mit Haaren

3 Punkte

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Säugling bei der Geburt Haare hat, liegt bei 86 %. Alle anderen werden ohne Haare geboren.

- a) In einem Jahr wurden in der Schweiz 68 888 Säuglinge mit Haaren geboren. Wurden in diesem Jahr insgesamt eher 75 000, 80 000 oder 85 000 Säuglinge geboren?

Begründen Sie Ihre Antwort mit einer Rechnung.

Anzahl Säuglinge insgesamt (75 000 / 80 000 / 85 000): _____

- b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass von vier Säuglingen alle mit Haaren geboren wurden.

Wahrscheinlichkeit: _____ %

- c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass von zwei Säuglingen genau einer mit Haaren geboren wurde.

Wahrscheinlichkeit: _____ %

8 Zinsen und Aktienwert

4 Punkte

- a) Robin erhält CHF 13 000. Er will das Geld so anlegen, dass er mit dem Zinsertrag nach einem Jahr Kopfhörer im Wert von CHF 104 kaufen kann.

Berechnen Sie den jährlichen Zinssatz in Prozent, um dieses Ziel zu erreichen.

Zinssatz: _____ %

- b) Robins Schwester erhält ebenfalls CHF 13 000. Zuerst legt sie das Kapital für 4 Monate bei der Bank A zu einem jährlichen Zinssatz von 0.9 % an. Danach hebt sie das gesamte Kapital inklusive des Zinsertrages ab und legt es für 8 Monate bei der Bank B zu einem jährlichen Zinssatz von 1.1 % an.

Berechnen Sie den Wert des Kapitals am Ende der 12 Monate. Genauigkeit: 2 Dezimalen.

Kapital nach 12 Monaten: _____ CHF

- c) Der Wert einer Aktie sinkt um 20 %.

Berechnen Sie, um wie viel Prozent der Wert der Aktie anschliessend steigen muss, um den ursprünglichen Wert wieder zu erreichen.

Steigerung: _____ %

9 Gleichungen aufstellen

4 Punkte

In dieser Aufgabe sollen Gleichungen aufgestellt werden.

Das Lösen oder Vereinfachen der Gleichungen ist *nicht* verlangt.

- a) Ein vegetarisches Menü kostet CHF 18.50, ein Menü mit Fleisch kostet CHF 22.50. Es wurden 12 vegetarische Menüs weniger verkauft als Menüs mit Fleisch. Aus dem Verkauf aller Menüs hat das Restaurant CHF 680 eingenommen. Wie viele Menüs mit Fleisch wurden verkauft?

x

: Anzahl Menüs mit Fleisch

Stellen Sie eine Gleichung auf, welche die Situation korrekt beschreibt und in der nur die Variable x vorkommt.

- b) Ein Unternehmen gab im ersten Monat einen Drittel seiner Finanzreserven aus und im zweiten Monat einen Fünftel des Restes. Insgesamt wurden CHF 140 000 der Finanzreserven ausgegeben. Wie gross waren die Finanzreserven am Anfang?

x

: Finanzreserven in CHF am Anfang

Stellen Sie eine Gleichung auf, welche die Situation korrekt beschreibt und in der nur die Variable x vorkommt.

10 Rennradfahrerinnen und Marathonläuferinnen

4 Punkte

Eine Rennradfahrerinnen und eine Marathonläuferinnen machen gemeinsam Sport auf derselben Strecke. Sie starten gleichzeitig, aber an unterschiedlichen Orten.

Die Bewegung der **Marathonläuferinnen** wird im Diagramm dargestellt. Die Bewegung der **Rennradfahrerinnen** wird durch die Gleichung $y = 0.6x$ beschrieben.

- a) Geben Sie die Geradengleichung für die im Diagramm gezeigte Bewegung der Marathonläuferinnen an.

Ihre Antwort: $y =$ _____

$y =$ _____

- b) Bestimmen Sie durch Einzeichnen der Geraden $y = 0.6x$, wie viele km vom Startpunkt der Rennradfahrerinnen entfernt die beiden Sportlerinnen aufeinandertreffen.

Ihre Antwort: Die beiden Sportlerinnen treffen _____ km vom Startpunkt der Rennradfahrerin entfernt aufeinander.

Treffpunkt: _____ km

- c) Die Marathonläuferin ist insgesamt 130 min unterwegs. Berechnen Sie die Strecke, welche die Marathonläuferin in dieser Zeit gerannt ist.

Ihre Antwort: Nach 130 min ist die Marathonläuferin _____ km gerannt.

Strecke: _____ km

11 Dreieck ohne Viertelkreis

5 Punkte

Aus einem rechtwinkligen Dreieck mit den Katheten $a = 8.4$ cm und $b = 18.7$ cm wird ein Viertelkreis mit Radius $r = 5$ cm herausgeschnitten (siehe Abbildung).

- a) Berechnen Sie den **Flächeninhalt** der grau markierten Fläche. Genauigkeit: 1 Dezimale.

Flächeninhalt: _____ cm^2

b) Berechnen Sie den **Umfang** der grau markierten Fläche. Genauigkeit: 1 Dezimale.

Umfang: _____ cm

12 Prisma mit Rhombus-Grundfläche

3 Punkte

Ein gerades Prisma ist 24 cm hoch. Seine Grundfläche ist ein Rhombus, dessen Diagonalen 19 cm und 33.6 cm lang sind (siehe Abbildung).

Berechnen Sie den Oberflächeninhalt dieses Prismas. Genauigkeit: 1 Dezimale.

Oberflächeninhalt: _____ cm^2

Lösungen

BMS-Aufnahmeprüfung 2025 Mathematik BM2. Lösungswege von Fokus Nachhilfe nach der offiziellen Lösung des Kantons.

1 Klammern auflösen

3 Punkte

a) **Ergebnis:** $7x + 8$

- Klammer ausmultiplizieren, das Minus vor der 8 wirkt auf beide Glieder: $-8(x - 1) = -8x + 8$
- $15x - 8x + 8 = 7x + 8$

b) **Ergebnis:** $52x^2$

- Das Quadrat einer negativen Zahl ist positiv: $(-7x)^2 = 49x^2$
- $3x^2 + 49x^2 = 52x^2$

c) **Ergebnis:** $-14x^2 - 11x - 2$

- Jedes Glied der ersten Klammer mit jedem Glied der zweiten multiplizieren: $(2x + 1)(-7x - 2) = -14x^2 - 4x - 7x - 2$
 - Zusammenfassen: $-14x^2 - 11x - 2$
-

2 Gemeinsamen Faktor ausklammern

1 Punkt

Ergebnis: $5xy^2(3x + 5)$

- Grösster gemeinsamer Teiler der Zahlen: $\text{ggT}(15, 25) = 5$
 - Von jeder Variablen die kleinste vorkommende Potenz: x und y^2
 - Gemeinsamer Faktor $5xy^2$: $15x^2y^2 + 25xy^2 = 5xy^2(3x + 5)$
-

3 Wurzelterm vereinfachen

2 Punkte

Ergebnis: $11x$

- Unter der ersten Wurzel: $x^2 + 4x^2 + 4x^2 = 9x^2$, also $\sqrt{9x^2} = 3x$
- Wurzeln multiplizieren: $\sqrt{32x} \cdot \sqrt{2x} = \sqrt{64x^2} = 8x$
- $3x + 8x = 11x$

4 Bruchterme vereinfachen

4 Punkte

a) Ergebnis: $\frac{18x}{5}$

Punkt vor Strich: zuerst Produkt und Quotient berechnen.

- $\frac{6x^2}{5} \cdot \frac{4}{x} = \frac{24x^2}{5x} = \frac{24x}{5}$
- Dividieren heisst mit dem Kehrwert multiplizieren: $\frac{2x^2}{5} : \frac{x}{3} = \frac{2x^2}{5} \cdot \frac{3}{x} = \frac{6x}{5}$
- $\frac{24x}{5} - \frac{6x}{5} = \frac{18x}{5}$

b) Ergebnis: $\frac{x+5}{x+3}$

Zähler und Nenner faktorisieren, dann kürzen.

- $x^2 + 7x + 10 = (x + 2)(x + 5)$
- $x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$ (binomische Formel)
- $\frac{x+3}{x+2} \cdot \frac{(x+2)(x+5)}{(x+3)^2}$: kürzen mit $(x + 2)$ und $(x + 3)$
- Ergebnis: $\frac{x+5}{x+3}$

5 Lineare Gleichungen lösen

4 Punkte

a) Ergebnis: $x = -1$

- Ausmultiplizieren, die zweite Klammer bleibt wegen des Minus zuerst stehen: $x^2 + 8x + 16 - (x^2 + x - 20) = 29$
- Klammer auflösen (alle Vorzeichen wechseln): $x^2 + 8x + 16 - x^2 - x + 20 = 29$
- $7x + 36 = 29$
- $7x = -7$
- $x = -1$

b) Ergebnis: $x = 20$

- Klammer auflösen: $\frac{x}{5} + \frac{3x}{16} - \frac{6}{8} = 7$
- Auf den Hauptnenner 80 bringen: $\frac{16x}{80} + \frac{15x}{80} - \frac{60}{80} = \frac{560}{80}$
- Mit 80 multiplizieren: $16x + 15x - 60 = 560$
- $31x = 620$
- $x = 20$

6

3 Punkte

Regenmenge beim Gewitter

a) **Ergebnis: 22.5 mm**

- 27 Minuten sind $\frac{27}{60}$ Stunden.
- Wasserhöhe nach 27 min: $50 \text{ mm} \cdot \frac{27}{60} = 22.5 \text{ mm}$

b) **Ergebnis: 225 kg**

- Wasserhöhe in Meter: $22.5 \text{ mm} = 0.0225 \text{ m}$
- Wasservolumen: $10 \text{ m}^2 \cdot 0.0225 \text{ m} = 0.225 \text{ m}^3 = 225 \text{ dm}^3 = 225 \text{ Liter}$
- 1 Liter wiegt 1 kg, also: 0.225 m^3 entspricht 225 kg.

7

Säuglinge mit Haaren

3 Punkte

a) **Ergebnis: Eher 80 000 Säuglinge ($68\,888 : 0.86 \approx 80\,102$)**

- Die 68 888 Säuglinge mit Haaren sind 86 % aller Säuglinge.
- Gesamtzahl: $\frac{68\,888}{0.86} \approx 80\,102$
- In diesem Jahr kamen also eher 80 000 Säuglinge zur Welt.

b) **Ergebnis: $p = 0.86^4 \approx 0.547 \approx 54.7\%$**

- Die vier Geburten sind unabhängig, die Wahrscheinlichkeiten werden multipliziert.
- $p = 0.86 \cdot 0.86 \cdot 0.86 \cdot 0.86 = 0.86^4 \approx 0.547 \approx 54.7\%$

c) **Ergebnis: $p \approx 0.241 = 24.1\%$**

- Ohne Haare: $1 - 0.86 = 0.14$
- Zwei Fälle: erster mit, zweiter ohne Haare oder erster ohne, zweiter mit Haaren.
- $p = 0.86 \cdot 0.14 + 0.14 \cdot 0.86 \approx 0.241 = 24.1\%$

8

Zinsen und Aktienwert

4 Punkte

a) **Ergebnis: 0.8 %**

- Der Jahreszins muss CHF 104 betragen.
- Zinssatz = $\frac{104}{13\,000} = 0.008 = 0.8\%$

b) **Ergebnis: CHF 13 134.62**

Für Monate gilt der Jahreszinssatz anteilig: 4 Monate = $\frac{1}{3}$ Jahr, 8 Monate = $\frac{2}{3}$ Jahr.

- Kapital nach 4 Monaten: $13\,000 + 13\,000 \cdot 0.009 \cdot \frac{1}{3} = 13\,039$ (CHF)
- Kapital nach 12 Monaten: $13\,039 + 13\,039 \cdot 0.011 \cdot \frac{2}{3} \approx 13\,134.62$ (CHF)

c) **Ergebnis: 25 %**

- Sinkt der Wert der Aktie um 20 %, beträgt der Restwert 80 % vom Anfangswert.
- Die fehlenden 20 % müssen nun bezogen auf den neuen Wert (80 %) dazukommen:
 $\frac{20}{80} = 25 \%$ Steigerung nötig.

9 Gleichungen aufstellen

4 Punkte

a) **Ergebnis: Mögliche Gleichung:** $22.5x + 18.5(x - 12) = 680$

Grösse	Term
Anzahl verkaufter Menüs mit Fleisch	x
Anzahl verkaufter vegetarischer Menüs	$x - 12$

- Einnahmen Fleischmenüs: $22.5x$, Einnahmen vegetarische Menüs: $18.5(x - 12)$
- Zusammen CHF 680: $22.5x + 18.5(x - 12) = 680$
- Andere gleichwertige Gleichungen sind ebenfalls richtig.

b) **Ergebnis: Mögliche Gleichung:** $\frac{x}{3} + \frac{2x}{3} \cdot \frac{1}{5} = 140\,000$

- Ausgaben im ersten Monat: $\frac{x}{3}$
- Rest danach: $x - \frac{x}{3} = \frac{2x}{3}$
- Ausgaben im zweiten Monat: ein Fünftel des Restes, $\frac{2x}{3} \cdot \frac{1}{5}$
- Beide Ausgaben zusammen: $\frac{x}{3} + \frac{2x}{3} \cdot \frac{1}{5} = 140\,000$
- Andere gleichwertige Gleichungen sind ebenfalls richtig.

10 Rennradfahrerin und Marathonläuferin

4 Punkte

a) **Ergebnis:** $y = \frac{x}{5} + 8$

- Die Gerade schneidet die y-Achse bei 8: y-Achsenabschnitt 8.
- Sie geht durch den Punkt (5 | 9): in 5 Minuten steigt sie um 1 km, Steigung $\frac{1}{5}$.
- $y = \frac{x}{5} + 8$

b) Ergebnis: 12 km

- Gerade $y = 0.6x$ einzeichnen, zum Beispiel durch die Punkte $(0 \mid 0)$, $(5 \mid 3)$, $(10 \mid 6)$, $(15 \mid 9)$, $(20 \mid 12)$.
- Die beiden Geraden schneiden sich im Punkt $(20 \mid 12)$.
- Die beiden Sportlerinnen treffen 12 km vom Startpunkt der Rennradfahrerin entfernt aufeinander.
- Kontrolle: $0.6x = 0.2x + 8 \Rightarrow 0.4x = 8 \Rightarrow x = 20, y = 12$.

c) Ergebnis: 26 km

- Die Läuferin startet zwar bei 8 km, gerannt ist sie aber nur die Zunahme: Steigung $\frac{1}{5}$ km pro Minute mal Zeit.
- Zurückgelegte Strecke: $y = \frac{130}{5} = 26$
- Nach 130 min ist die Marathonläuferin 26 km gerannt.

11 Dreieck ohne Viertelkreis

5 Punkte

a) Ergebnis: $A \approx 58.9 \text{ cm}^2$

Graue Fläche = Dreieck minus Viertelkreis.

- Flächeninhalt Dreieck: $A_1 = \frac{1}{2} \cdot 18.7 \cdot 8.4 \text{ cm}^2 \approx 78.5 \text{ cm}^2$
- Flächeninhalt Viertelkreis: $A_2 = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 5^2 \text{ cm}^2 \approx 19.6 \text{ cm}^2$
- Flächeninhalt grau: $A = A_1 - A_2 \approx 58.9 \text{ cm}^2$

b) **Ergebnis:** $u \approx 45.5 \text{ cm}$

Der Rand besteht aus der Hypotenuse, dem Viertelkreisbogen und den zwei Kathetenresten (je Kathete minus Radius).

- Hypotenuse: $c = \sqrt{8.4^2 + 18.7^2} \text{ cm} = 20.5 \text{ cm}$
- Viertelkreisbogen: $b_1 = \frac{1}{4} \cdot 2\pi \cdot 5 \text{ cm} \approx 7.9 \text{ cm}$
- Umfang: $u = b_1 + c + (8.4 - 5 + 18.7 - 5) \text{ cm} \approx 45.5 \text{ cm}$

12 Prisma mit Rhombus-Grundfläche

3 Punkte

Ergebnis: $S = 2491.2 \text{ cm}^2$

Oberfläche = 2 Grundflächen + 4 gleich grosse Rechtecke (Mantel).

- Inhalt der Grundfläche (Rhombus = halbes Produkt der Diagonalen): $G = \frac{1}{2} \cdot 19 \cdot 33.6 \text{ cm}^2 = 319.2 \text{ cm}^2$
- Die Diagonalen halbieren sich rechtwinklig, daher Pythagoras für die Grundkante: $a = \sqrt{\left(\frac{19}{2}\right)^2 + \left(\frac{33.6}{2}\right)^2} \text{ cm} = \sqrt{9.5^2 + 16.8^2} \text{ cm} = 19.3 \text{ cm}$
- Oberflächeninhalt: $S = 2G + 4ah = 2 \cdot 319.2 + 4 \cdot 19.3 \cdot 24 = 2491.2 \text{ cm}^2$