

Mathematik

90 Minuten · 9 Aufgaben · 43 Punkte

Name: _____

- 90 Minuten
 - Taschenrechner erlaubt (nur übliche Sekundarschul-Taschenrechner)
 - Lösungswege lückenlos dokumentieren
 - Aufgaben in beliebiger Reihenfolge lösbar
 - Kein zusätzliches Notizpapier
-

1 Terme vereinfachen

3 Punkte

a) Vereinfache den Term so weit wie möglich.

$$6(a^2 - 6) - 2(4 + 3a^2)$$

Term: _____

b) Vereinfache den Term so weit wie möglich.

$$\frac{24x^2 - 42x^2}{15} : \frac{-24x}{25}$$

Term: _____

2 Lineare Gleichungen lösen

4 Punkte

a) Löse die Gleichung nach x auf.

$$\frac{5x + 3}{6} = \frac{144 - 5x}{8}$$

x: _____

- b) Löse die Gleichung nach x auf.

$$4 - \frac{3}{4}(x - 2) = \frac{7}{4}$$

x: _____

3 Rabatt und Wechselkurse

5 Punkte

- a) Frau Meister bestellt an der «Expovina» Wein. Sie erhält 20% Ausstellungsrabatt und kann bei Barzahlung zusätzlich 5% vom reduzierten Betrag abziehen. Die Zahlung beläuft sich nach den beiden Abzügen auf CHF 501.60. Wie viel kostet der Wein ohne Reduktionen?

Preis ohne Reduktionen: _____ CHF

- b) Es gelten folgende Umrechnungskurse:

1 Euro = 1.266 US Dollar, 1 CHF = 0.829 Euro, 100 Japanische Yen = 0.886 CHF

Berechne den Wert der drei Beträge 700 Euro, 90'000 Japanische Yen und 850 US Dollar in Schweizer Franken (CHF).

700 Euro: _____ CHF

90'000 Yen: _____ CHF

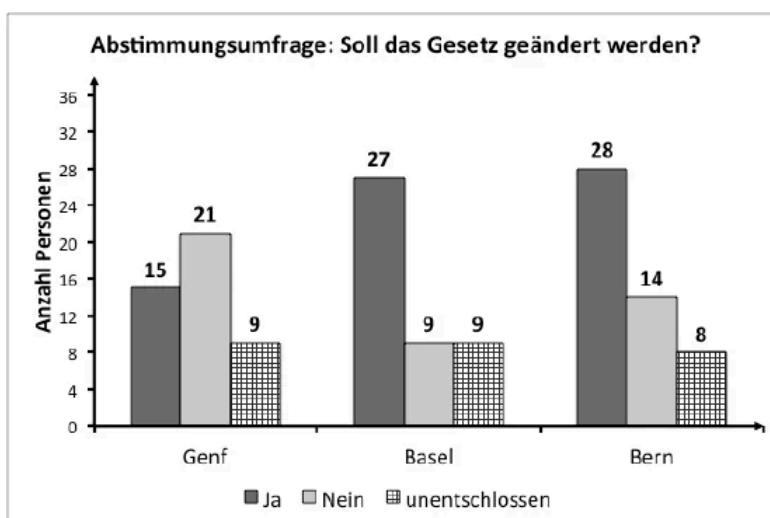
850 US Dollar: _____ CHF

4 Abstimmungsumfrage im Säulendiagramm

4 Punkte

Es steht eine eidgenössische Abstimmung über eine Gesetzesänderung bevor. In vier Schweizer Städten wurde eine Meinungsumfrage durchgeführt. Die Ergebnisse von drei der vier Städte siehst du in einem Säulendiagramm dargestellt.

Beantworte die folgenden Fragen. Runde gegebenenfalls auf eine Nachkommastelle.



a) Wie gross ist der prozentuale Anteil Befürworter in der Stadt Basel?

Anteil Befürworter Basel: _____ %

b) Wie viele der Unentschlossenen aus der Stadt Bern hätten auch mit „Ja“ antworten müssen, damit der Anteil der Befürworter in der Stadt Bern bei 70% liegen würde?

Anzahl Unentschlossene: _____

- c) In der Stadt Zürich haben 35 Befragte mit „Ja“ geantwortet, 14 mit „Nein“ und 12.5% waren unentschlossen. Wie viele Befragte aus Zürich waren unentschlossen?

Anzahl Unentschlossene: _____

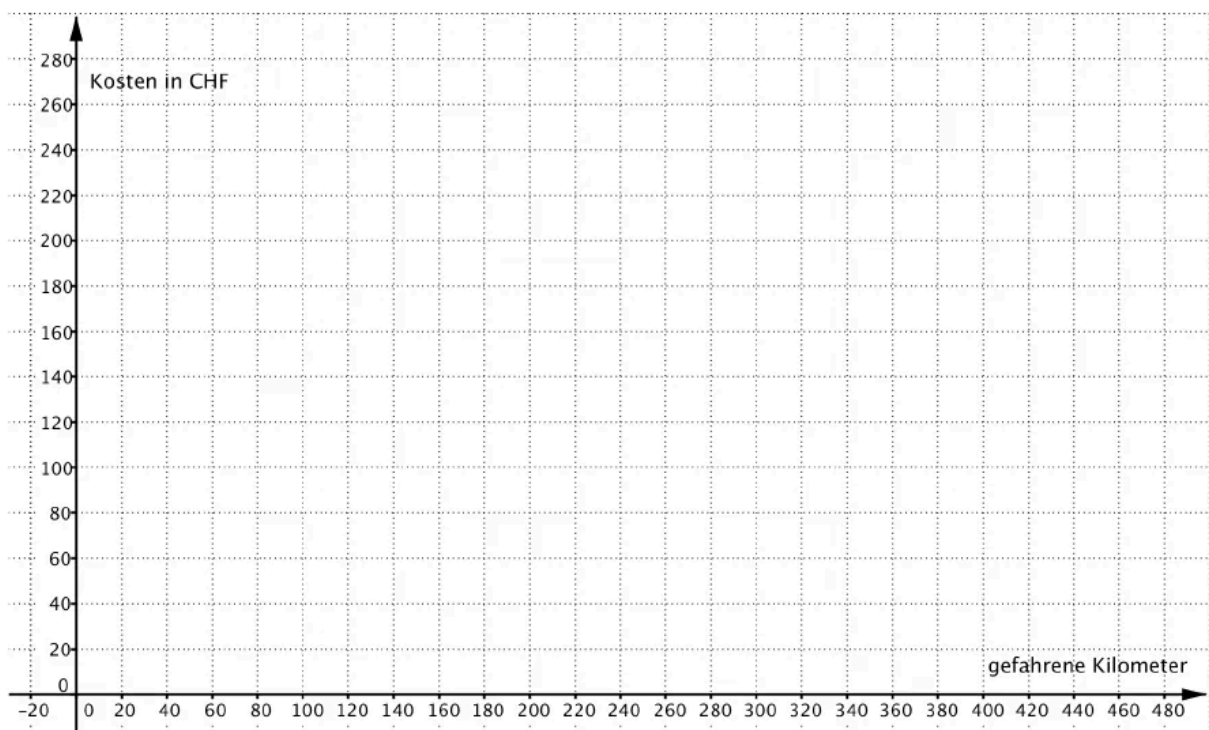
5 Oldtimer mieten: Kosten

5 Punkte

Max Meisterhans wohnt in Basel und liebt alte Autos. Einmal im Monat mietet er einen Oldtimer. Der Vermieter verlangt eine feste Grundtaxe und zusätzlich pro gefahrenem Kilometer einen festen Betrag. Über die Kosten führt er genau Buch. Er hat sie in der nachfolgenden Tabelle zusammengestellt:

x: gefahrene Kilometer	80	160	320	400
y: Kosten in CHF	180	200	240	260

- a) Trage die Wertepaare in untenstehendes Koordinatensystem ein. Was fällt auf?



b) Wie gross ist die Grundtaxe?

Grundtaxe: _____ CHF

c) Zusätzlich zur Grundtaxe wird ein Betrag pro gefahrenen Kilometer verrechnet. Wie gross ist dieser Betrag?

Betrag pro Kilometer: _____ CHF

d) Wie viel kostet eine Fahrt von 256 Kilometern total?

Kosten: _____ CHF

e) Wie weit kann man mit CHF 312.- fahren?

Strecke: _____ km

Anna und Bea spielen ein Glücksspiel. Sie ziehen Kugeln aus zwei verschiedenen Urnen: In Urne A befinden sich vier, in Urne B drei nummerierte Kugeln. Anna beginnt das Spiel und zieht zufällig eine Kugel aus der Urne A. Dann ist Bea an der Reihe, sie zieht zufällig eine Kugel aus der Urne B.

- a) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Summe der Zahlen auf den beiden gezogenen Kugeln 7 ist?

Wahrscheinlichkeit: _____

- b) Das Spiel hat diejenige Spielerin gewonnen, welche die grössere Zahl gezogen hat. Ziehen beide die gleiche Zahl, so ist das Spiel unentschieden und es wird nicht nochmal gespielt.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnt Bea?

Wahrscheinlichkeit: _____

- c) Beim Spiel aus Aufgabe 6b) verändert man die Spielsituation: In die Urne B wird eine vierte Kugel – sie hat auch die Aufschrift „5“ – gelegt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnt Bea jetzt?

Wahrscheinlichkeit: _____

7 Tische und Gäste

4 Punkte

Bei einem grossen Familienfest kann man zwischen zwei möglichen Tischbesetzungen für die eingeladenen Gäste wählen: entweder 6 oder 8 Stühle pro Tisch. Stellt man 6 Stühle an jeden Tisch, benötigt man x Tische. An einem Tisch bleibt dann ein Stuhl unbesetzt. Stellt man 8 Stühle an jeden Tisch, braucht man 2 Tische weniger, und es bleiben drei Stühle unbesetzt. Berechne x , das heisst die Anzahl der benötigten Tische, bei der Variante „6 Stühle pro Tisch“. Wie viele Gäste sind eingeladen?

x (Tische bei 6 Stühlen): _____

Anzahl Gäste: _____

8 Trapez und Pyramide

7 Punkte

Durch die untenstehende Skizze ist das Trapez ABCD gegeben.

a1) Berechne die Länge der Diagonalen $\overline{BD}$.

Länge BD: _____

a2) Bestimme den Flächeninhalt des Trapezes ABCD und den Flächeninhalt des Dreiecks BCD.

Fläche Trapez ABCD: _____

Fläche Dreieck BCD: _____

a3) Das Trapez wird am Punkt Z(9 / 3) gespiegelt. Die Bildpunkte A', B', C' und D' liegen teilweise ausserhalb der gegebenen Zeichenfläche. Bestimme trotzdem die Koordinaten der Punkte A', B'.

A': x-Koordinate: _____

A': y-Koordinate: _____

B': x-Koordinate: _____

B': y-Koordinate: _____

b) Dargestellt ist die Pyramide ABCDS. Sie ist einem Würfel mit der Kantenlänge 10 cm einbeschrieben. Die Spitze S ist der Mittelpunkt der Deckfläche des Würfels. Der Punkt M ist der Mittelpunkt des Würfelbodens.

Berechne die Länge der Kante $\overline{SC}$.

Länge SC: _____ cm

9 Mauern aus Quadraten

5 Punkte

Hier siehst du eine Folge von immer länger werdenden Mauern aus Quadraten. (Jedes Quadrat hat die Seitenlänge 1 dm)

a) Wie gross ist die Anzahl Quadrate der 5. Mauer?

Anzahl Quadrate: _____

b) Wie gross ist die Anzahl Quadrate der 80. Mauer?

Anzahl Quadrate: _____

c) Wie lang ist die 80. Mauer?

Länge: _____ dm

Lösungen

FMS-Aufnahmeprüfung 2015 Mathematik FMS. Lösungswege von Fokus Nachhilfe nach der offiziellen Lösung des Kantons.

1 Terme vereinfachen

3 Punkte

a) **Ergebnis:** -44

- Klammern ausmultiplizieren: $6a^2 - 36 - 8 - 6a^2$
- $6a^2$ und $-6a^2$ heben sich auf, es bleibt $-36 - 8 = -44$.

b) **Ergebnis:** $\frac{5}{4}x$

- Zähler zusammenfassen: $24x^2 - 42x^2 = -18x^2$
 - Durch einen Bruch dividieren heisst mit dem Kehrwert multiplizieren: $\frac{-18x^2}{15} \cdot \frac{25}{-24x}$
 - Die beiden Minus heben sich auf; kürzen: $\frac{18 \cdot 25 \cdot x^2}{15 \cdot 24 \cdot x} = \frac{450x}{360} = \frac{5}{4}x$
-

2 Lineare Gleichungen lösen

4 Punkte

a) **Ergebnis:** $x = 12$

- Mit dem Hauptnenner 24 multiplizieren: $4(5x + 3) = 3(144 - 5x)$
- Ausmultiplizieren: $20x + 12 = 432 - 15x$
- Ordnen: $35x = 420$
- $x = 12$

b) **Ergebnis:** $x = 5$

- Mit 4 multiplizieren: $16 - 3(x - 2) = 7$
 - Klammer auflösen (Vorzeichen beachten): $16 - 3x + 6 = 7$
 - $22 - 3x = 7$, also $3x = 15$
 - $x = 5$
-

3 Rabatt und Wechselkurse

5 Punkte

a) **Ergebnis:** CHF 660.00

Sei x der ursprüngliche Preis. Nach 20% Rabatt bleiben 80%, nach weiteren 5% davon bleiben 95% des reduzierten Betrags.

- $0.95 \cdot (0.8x) = 501.60$
- $0.76x = 501.60$
- $x = 501.60 : 0.76 = 660$

Ohne Gleichung, rückwärts: 95% entsprechen 501.60, also 100% = 528.00 CHF; 80% entsprechen 528.00, also 100% = **660.00 CHF**.

b) **Ergebnis: 700 Euro = 844.39 CHF (oder 844.40 CHF), 90'000 Yen = 797.40 CHF, 850 US Dollar = 671.41 Euro = 809.90 CHF**

- **Euro:** 1 CHF = 0.829 Euro, also durch 0.829 teilen: $700 : 0.829 \approx 844.39$ CHF
- **Yen:** 90'000 Yen sind $900 \cdot 100$ Yen: $900 \cdot 0.886 = 797.40$ CHF
- **US Dollar:** zuerst in Euro: $850 : 1.266 \approx 671.41$ Euro, dann in CHF: $671.41 : 0.829 \approx 809.90$ CHF

4 Abstimmungsumfrage im Säulendiagramm

4 Punkte

a) **Ergebnis: 60 %**

- In Basel wurden $27 + 9 + 9 = 45$ Personen befragt, davon 27 mit «Ja».
- $\frac{27}{45} = 0.6 = 60 \%$

b) **Ergebnis: 7 Unentschlossene**

- In Bern wurden $28 + 14 + 8 = 50$ Personen befragt.
- 70% von 50 sind 35 Befürworter.
- Es sind erst 28, also hätten $35 - 28 = 7$ Unentschlossene mit «Ja» stimmen müssen.

c) **Ergebnis: 7 Personen**

- Ja und Nein zusammen: $35 + 14 = 49$ Personen. Das sind $100\% - 12.5\% = 87.5\%$.
- 100% sind also $49 : 0.875 = 56$ Befragte.
- 12.5% von 56: $0.125 \cdot 56 = 7$ Personen.

5 Oldtimer mieten: Kosten

5 Punkte

a) **Ergebnis: Die Punkte liegen auf einer Geraden.**

- Punkte eintragen: $(80/180)$, $(160/200)$, $(320/240)$, $(400/260)$.
- Es fällt auf: Die Punkte liegen auf einer Geraden. Verlängert man sie nach links, schneidet sie die y-Achse bei 160.

b) Ergebnis: CHF 160.–

Die Grundtaxe sind die Kosten bei 0 km, also dort, wo die Gerade die y-Achse schneidet: CHF 160.–. Rechnerisch: Pro 80 km kommen 20 CHF dazu, also $180 - 20 = 160$.

c) Ergebnis: 0.25 CHF pro Kilometer

Von 80 km auf 160 km steigen die Kosten von 180 auf 200 CHF: CHF 20.– für 80 km, also $20 : 80 = 0.25$ CHF pro Kilometer.

d) Ergebnis: CHF 224.–

Grundtaxe plus Kilometer: $160 + 256 \cdot 0.25 = 160 + 64 = 224$ CHF.

e) Ergebnis: 608 km

- $312 = 160 + 0.25x$
- $152 = 0.25x$
- $x = 152 : 0.25 = 608$ km

6

Kugeln aus zwei Urnen

6 Punkte

a) Ergebnis: $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

Urne A enthält 2, 3, 5, 6; Urne B enthält 2, 4, 5. Es gibt $4 \cdot 3 = 12$ gleich wahrscheinliche Paare (Anna, Bea):

A \ B	2	4	5
2	22	24	25
3	32	34	35
5	52	54	55
6	62	64	65

Summe 7 ergeben (2, 5), (3, 4) und (5, 2):

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

b) **Ergebnis:** $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

Bea gewinnt, wenn ihre Zahl (Urne B) grösser ist als Annas Zahl (Urne A):

- Anna zieht 2: Bea gewinnt mit 4 oder 5 (2 Fälle)
- Anna zieht 3: Bea gewinnt mit 4 oder 5 (2 Fälle)
- Anna zieht 5 oder 6: Bea kann nicht gewinnen

Das sind 4 von 12 gleich wahrscheinlichen Fällen: $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.

c) **Ergebnis:** $\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$

Urne B enthält jetzt 2, 4, 5, 5. Es gibt $4 \cdot 4 = 16$ gleich wahrscheinliche Paare.

- Anna zieht 2: Bea gewinnt mit 4, 5 oder 5 (3 Fälle)
- Anna zieht 3: Bea gewinnt mit 4, 5 oder 5 (3 Fälle)
- Anna zieht 5 oder 6: Bea kann nicht gewinnen

Das sind 6 von 16 Fällen: $\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$.

7 Tische und Gäste

4 Punkte

Ergebnis: $x = 9$ Tische, 53 Gäste

Die Anzahl Gäste lässt sich auf zwei Arten ausdrücken:

- 6 Stühle pro Tisch, x Tische, ein Stuhl frei: $6x - 1$
- 8 Stühle pro Tisch, $x - 2$ Tische, drei Stühle frei: $8(x - 2) - 3$

Gleichsetzen:

$$6x - 1 = 8(x - 2) - 3$$

- $6x - 1 = 8x - 19$
- $-2x = -18$, also $x = 9$

Es werden 9 Tische benötigt. Eingeladen sind $9 \cdot 6 - 1 = 53$ Gäste.

8 Trapez und Pyramide

7 Punkte

a1) **Ergebnis:** $\overline{BD} = \sqrt{4^2 + 4^2} \approx 5.657$

Aus der Skizze: $B(6/0)$ und $D(2/4)$. Die Diagonale ist die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks mit den Katheten $6 - 2 = 4$ und $4 - 0 = 4$.

$$\overline{BD} = \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{32} \approx 5.657$$

a2) **Ergebnis:** Trapez: $A = 22$, Dreieck BCD: $A = 6$

Aus der Skizze: $\overline{AB} = 8$, $\overline{DC} = 3$, Höhe $h = 4$.

- Trapez: Mittellinie $m = \frac{8+3}{2} = 5.5$, also $A = m \cdot h = 5.5 \cdot 4 = 22$
- Dreieck BCD: Grundseite $\overline{DC} = 3$, Höhe 4: $A = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6$

Andere Möglichkeit: Das Trapez besteht aus den Dreiecken ABD und BCD: $A = (8 \cdot 4) : 2 + (3 \cdot 4) : 2 = 16 + 6 = 22$.

a3) **Ergebnis:** A'(20 / 6), B'(12 / 6)

Bei einer Punktspiegelung ist Z die Mitte zwischen Punkt und Bildpunkt. Man geht vom Punkt zu Z und von Z aus den gleichen Weg noch einmal.

- $A(-2/0)$: von A nach Z sind es 11 nach rechts und 3 nach oben. Nochmals so weit: $A'(9 + 11/3 + 3) = A'(20/6)$
- $B(6/0)$: von B nach Z sind es 3 nach rechts und 3 nach oben: $B'(9 + 3/3 + 3) = B'(12/6)$

b) **Ergebnis:** $\overline{SC} = \sqrt{150} \approx 12.25 \text{ cm (oder 122 mm)}$

Das Dreieck SMC ist rechtwinklig bei M.

- $\overline{SM}$ ist die Würfelhöhe: 10 cm, also $\overline{SM}^2 = 100$.
- $\overline{CM}$ ist die halbe Diagonale des Bodenquadrats. Die ganze Diagonale ist $\sqrt{10^2 + 10^2} = \sqrt{200}$, also $\overline{CM} = \frac{\sqrt{200}}{2}$ und $\overline{CM}^2 = \frac{200}{4} = 50$.
- $\overline{SC} = \sqrt{\overline{CM}^2 + \overline{SM}^2} = \sqrt{50 + 100} = \sqrt{150} \approx 12.25 \text{ cm}$

Andere Möglichkeit über das Seitendreieck: Die Höhe des Seitendreiecks ist $\sqrt{100 + 25} = \sqrt{125}$, dann $\overline{SC} = \sqrt{125 + 25} = \sqrt{150}$.

9

Mauern aus Quadraten

5 Punkte

a) **Ergebnis: 18**

Die Mauern haben 2, 6, 10 Quadrate: Mit jeder Mauer kommen 4 Quadrate dazu (3 unten, 1 oben). Also 4. Mauer: 14, 5. Mauer: **18**.

b) **Ergebnis:** $4 \cdot 80 - 2 = 318$

Pro Mauer kommen 4 Quadrate dazu, die 1. Mauer hat 2. Die n -te Mauer hat also $4n - 2$ Quadrate (Kontrolle: $4 \cdot 1 - 2 = 2$, $4 \cdot 2 - 2 = 6$).

80. Mauer: $4 \cdot 80 - 2 = 318$ Quadrate.

c) **Ergebnis:** $3 \cdot 80 - 2 = 238 \text{ dm} = 23.8 \text{ m}$

Die Länge ist die Anzahl Quadrate in der unteren Reihe: 1, 4, 7 ... Pro Mauer kommen 3 dazu, die n -te Mauer ist also $3n - 2$ dm lang.

80. Mauer: $3 \cdot 80 - 2 = 238 \text{ dm} = 23.8 \text{ m}$.