

# Mathematik

9 Aufgaben · 36 Punkte

Name: \_\_\_\_\_

## 1 Bruchterme vereinfachen

4 Punkte

Vereinfache so weit als möglich. Gib das Ergebnis als **einen** vollständig gekürzten Bruch an.

a)

$$\frac{5m}{3} - \frac{1}{2} \left( \frac{4m}{5} - \frac{2}{3} \right)$$

Ergebnis: \_\_\_\_\_

b)

$$\frac{10 + 5x}{15x + 3} : \frac{3x + 6}{-5x - 1}$$

Ergebnis: \_\_\_\_\_

## 2 Wurzelterme vereinfachen

4 Punkte

Vereinfache so weit als möglich. Die Variablen stehen für positive Zahlen.

a)

$$\sqrt{18x} \cdot \sqrt{50x} - \frac{\sqrt{180x^2}}{\sqrt{20}}$$

Ergebnis: \_\_\_\_\_

b)

$$\frac{28a - 3a \cdot 5 + 13}{\sqrt{144a^2 + 25a^2}}$$

Ergebnis: \_\_\_\_\_

---

**3 Lineare Gleichungen lösen**

4 Punkte

Gib die Lösungen der Gleichungen an. Brüche müssen vollständig gekürzt werden.

a)

$$2y - (24 - 4y) + 3(5y + 4) = -40 - 7(2 + 3y)$$

y: \_\_\_\_\_

b)

$$\frac{a}{7} - \frac{15 - 6a}{28} = \frac{6a - 5}{4} + 1$$

a: \_\_\_\_\_

---

**4 Tickets am Open-Air**

4 Punkte

Für ein kleines Open-Air kostete das 1-Tages-Ticket Fr. 60.– und das Gesamt-Ticket Fr. 140.–. Insgesamt 562 Personen kauften ein Ticket. Der Veranstalter nahm damit Fr. 63'960.– ein. Wie viele Besucher kauften ein 1-Tages-Ticket und wie viele ein Gesamt-Ticket?

Die volle Punktzahl erhältst du nur, wenn du die Aufgabe mit Hilfe einer Gleichung löst.

1-Tages-Ticket: \_\_\_\_\_ Personen

Gesamt-Ticket: \_\_\_\_\_ Personen

---

**5 Stimmen, Rabatt und Skonto**

4 Punkte

- a) Das Verhältnis von „Ja“- zu „Nein“-Stimmen war 4 zu 1. Wie viel Prozent „Ja“- Stimmen waren das?

Ja-Stimmen: \_\_\_\_\_ %

- b) In der Autogarage Meier wird dem Kunden, wenn er innert zwei Wochen bezahlt, 10 % Rabatt und anschliessend noch 2 % Skonto gewährt. Wenn der Kunde aber innert einer Woche bezahlt, bekommt er 11 % Rabatt und anschliessend 1 % Skonto. So muss der Kunde Fr. 27.– weniger bezahlen. Berechne den Bruttopreis.

Bruttopreis: \_\_\_\_\_ Fr.

## 6 Sackgeld im Ferienlager

4 Punkte

Hans hat für ein vierzehntägiges Ferienlager Fr. 260. – Sackgeld gespart. Er will davon jeden Tag gleich viel Geld ausgeben, nämlich den maximal möglichen ganzzahligen Frankenbetrag.

a) Wie viel Geld hat er am Ende noch übrig?

übrig: \_\_\_\_\_ Fr.

b) Vervollständige die Wertetabelle:

| Tag              | 0   | 1     | 7     | 10    |
|------------------|-----|-------|-------|-------|
| Übriges Sackgeld | 260 | _____ | _____ | _____ |

Tag 1: \_\_\_\_\_ Fr.

Tag 7: \_\_\_\_\_ Fr.

Tag 10: \_\_\_\_\_ Fr.

c) Gib eine Formel an, die den Zusammenhang zwischen den vergangenen Tagen (x) und dem noch übrigen Sackgeld (y) beschreibt.

$y =$

\_\_\_\_\_

y: \_\_\_\_\_

d) Zeichne den passenden Graphen in das Koordinatensystem ein.

---

**7 Karten, Münzen und Kugeln**

4 Punkte

Die folgenden Teilaufgaben können unabhängig voneinander gelöst werden.

- a) In einer Urne hat es 21 Kärtchen mit den Zahlen 1 bis 21. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass du beim ersten Zug ein Kärtchen mit einer geraden Zahl darauf ziehst.

Wahrscheinlichkeit: \_\_\_\_\_

- b) Eine Geldmünze wird fünfmal geworfen. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Ergebnis immer „Kopf“ ist?

Wahrscheinlichkeit: \_\_\_\_\_

- c) Ein Topf enthält vier rote und fünf grüne Kugeln. Du ziehst nacheinander zwei Kugeln. Nach der ersten Ziehung legst du die gezogene Kugel wieder zurück. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass du zweimal hintereinander eine grüne Kugel ziehst.

Wahrscheinlichkeit: \_\_\_\_\_

- d) Ein Topf enthält vier rote und fünf grüne Kugeln. Du ziehst nacheinander zwei Kugeln. Berechne die Wahrscheinlichkeit zweimal hintereinander eine grüne Kugel zu ziehen, wenn du die Kugel nach der ersten Ziehung **nicht** zurücklegst.

Wahrscheinlichkeit: \_\_\_\_\_

---

**8 Rechteck mit halbem Kreisring**

4 Punkte

Diese achsensymmetrische Figur ist aus einem Rechteck und einem halben Kreisring zusammengesetzt.

a) Wie weit ist der Punkt A vom Punkt B entfernt?

Strecke AB: \_\_\_\_\_ cm

b) Berechne den Inhalt der grau gefärbten Fläche.

Fläche: \_\_\_\_\_  $\text{cm}^2$

---

**9 Würfel mit Ausschnitten**

4 Punkte

Beim unten abgebildeten Würfel mit der Seitenlänge 10 cm sind ein gerades Prisma, eine Pyramide und ein Quader herausgeschnitten. Wie gross ist das Volumen des Restkörpers?

Volumen: \_\_\_\_\_  $\text{cm}^3$

# Lösungen

FMS-Aufnahmeprüfung 2018 Mathematik FMS. Lösungswege von Fokus Nachhilfe nach der offiziellen Lösung des Kantons.

## 1 Bruchterme vereinfachen

4 Punkte

a) Ergebnis:  $\frac{19m+5}{15}$

- Klammer auflösen: Jeder Summand in der Klammer wird mit  $\frac{1}{2}$  multipliziert, das Minus davor kehrt die Vorzeichen um:  $\frac{5m}{3} - \frac{4m}{10} + \frac{2}{6}$
- Kürzen:  $\frac{5m}{3} - \frac{2m}{5} + \frac{1}{3}$
- Auf den Hauptnenner 15 bringen:  $\frac{25m}{15} - \frac{6m}{15} + \frac{5}{15}$
- Zusammenfassen:  $\frac{19m+5}{15}$

b) Ergebnis:  $-\frac{5}{9}$

- Dividieren heisst mit dem Kehrwert multiplizieren:  $\frac{10+5x}{15x+3} \cdot \frac{-5x-1}{3x+6}$
- Jeden Zähler und Nenner ausklammern:  $\frac{5(2+x)}{3(5x+1)} \cdot \frac{-1(5x+1)}{3(x+2)}$
- $(x+2)$  und  $(5x+1)$  kürzen:  $\frac{5}{3} \cdot \frac{-1}{3} = -\frac{5}{9}$

## 2 Wurzelterme vereinfachen

4 Punkte

a) Ergebnis:  $27x$

- Wurzeln zusammenfassen:  $\sqrt{18x} \cdot \sqrt{50x} = \sqrt{18 \cdot 50 \cdot x^2} = \sqrt{900x^2} = 30x$
- $\frac{\sqrt{180x^2}}{\sqrt{20}} = \sqrt{\frac{180x^2}{20}} = \sqrt{9x^2} = 3x$
- $30x - 3x = 27x$

b) Ergebnis:  $\frac{a+1}{a} = 1 + \frac{1}{a}$

- Zähler: Punkt vor Strich,  $3a \cdot 5 = 15a$ , also  $28a - 15a + 13 = 13a + 13$
- Nenner: erst unter der Wurzel addieren:  $\sqrt{144a^2 + 25a^2} = \sqrt{169a^2} = 13a$
- Kürzen:  $\frac{13a+13}{13a} = \frac{13(a+1)}{13a} = \frac{a+1}{a} = 1 + \frac{1}{a}$

## 3 Lineare Gleichungen lösen

4 Punkte

a) Ergebnis:  $y = -1$

- Klammern auflösen:  $2y - 24 + 4y + 15y + 12 = -40 - 14 - 21y$
- Zusammenfassen:  $21y - 12 = -54 - 21y$
- $+21y$  und  $+12$  auf beiden Seiten:  $42y = -42$
- $y = -1$

b) **Ergebnis:**  $a = -\frac{1}{4}$

- Alles auf den Hauptnenner 28 bringen:  $\frac{4a}{28} - \frac{15-6a}{28} = \frac{42a-35}{28} + \frac{28}{28}$
- Mit 28 multiplizieren. Achtung: Das Minus vor dem Bruch gilt für den ganzen Zähler  $(15 - 6a)$ :  $4a - 15 + 6a = 42a - 35 + 28$
- Zusammenfassen:  $10a - 15 = 42a - 7$
- $-8 = 32a$ , also  $a = -\frac{8}{32} = -\frac{1}{4}$

#### **4 Tickets am Open-Air**

4 Punkte

**Ergebnis: 184 Personen kauften ein 1-Tages-Ticket, 378 Personen ein Gesamt-Ticket.**

- $x$  = Anzahl 1-Tages-Tickets,  $y$  = Anzahl Gesamt-Tickets.
- Personen:  $x + y = 562$ , also  $x = 562 - y$
- Einnahmen:  $60x + 140y = 63\,960$
- Einsetzen:  $60(562 - y) + 140y = 63\,960$
- $33\,720 - 60y + 140y = 63\,960$ , also  $80y = 30\,240$
- $y = 378$  und  $x = 562 - 378 = 184$
- Probe:  $184 \cdot 60 + 378 \cdot 140 = 11\,040 + 52\,920 = 63\,960$

#### **5 Stimmen, Rabatt und Skonto**

4 Punkte

a) **Ergebnis: 80 %**

- 4 zu 1 heisst: Von  $4 + 1 = 5$  Teilen sind 4 Teile „Ja“.
- $\frac{4}{5} = 0.8 = 80\%$

b) **Ergebnis: Fr. 30'000.–**

- Rabatt und Skonto nacheinander heisst: Faktoren multiplizieren.
- 10 % und 2 %:  $0.90 \cdot 0.98 = 0.882$
- 11 % und 1 %:  $0.89 \cdot 0.99 = 0.8811$

- Bei einem Bruttopreis von Fr. 100.– zahlt man Fr. 88.20 bzw. Fr. 88.11, die Differenz beträgt Fr. 0.09.
- Dreisatz: Fr. 0.09 Differenz gehören zu Fr. 100.–, also gehören Fr. 27.– zu  $100 \cdot \frac{27}{0.09} = 30\,000$  Fr.
- Als Gleichung:  $x \cdot 0.90 \cdot 0.98 = x \cdot 0.89 \cdot 0.99 + 27$ , also  $0.0009x = 27$  und  $x = 30\,000$

**6**

### **Sackgeld im Ferienlager**

4 Punkte

**a) Ergebnis: 8 Fr.**

- $260 : 14 = 18$  Rest 8
- Hans gibt jeden Tag 18 Fr. aus, nach 14 Tagen hat er noch 8 Fr. übrig.

**b) Ergebnis: Tag 1: 242, Tag 7: 134, Tag 10: 80**

Pro Tag werden 18 Fr. abgezogen:

- Tag 1:  $260 - 18 = 242$
- Tag 7:  $260 - 7 \cdot 18 = 260 - 126 = 134$
- Tag 10:  $260 - 10 \cdot 18 = 260 - 180 = 80$

**c) Ergebnis:  $y = 260 - 18x$**

- Startwert (Tag 0): 260 Fr.
- Pro Tag nimmt das Geld um 18 Fr. ab.
- $y = 260 - 18x$

**d) Ergebnis: Gerade durch  $(0 \mid 260)$  mit Steigung  $-18$**

- Die Gerade beginnt bei  $(0 \mid 260)$  und fällt pro Tag um 18.
- Punkte aus der Wertetabelle eintragen, z. B.  $(1 \mid 242)$ ,  $(7 \mid 134)$ ,  $(10 \mid 80)$ , und verbinden.
- Bei  $x = 14$  ist  $y = 8$ , die Gerade trifft die x-Achse kurz danach (bei etwa 14.4).
- Der Graph darf auch nur aus einzelnen Punkten (ein Punkt pro Tag) oder als Treppenfunktion gezeichnet werden.

**7****Karten, Münzen und Kugeln**

4 Punkte

a) **Ergebnis:**  $\frac{10}{21} \approx 47.62\%$

- Gerade Zahlen von 1 bis 21: 2, 4, ..., 20, das sind 10 Zahlen.
- $P = \frac{10}{21} \approx 0.4762 = 47.62\%$

b) **Ergebnis:**  $\frac{1}{32} \approx 3.13\%$

- Bei jedem Wurf ist  $P(\text{Kopf}) = \frac{1}{2}$ .
- Fünfmal hintereinander:  $\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32} \approx 3.13\%$

c) **Ergebnis:**  $\frac{25}{81} \approx 30.86\%$

- 9 Kugeln, davon 5 grün. Mit Zurücklegen ist die Lage beim zweiten Zug gleich wie beim ersten.
- $P = \frac{5}{9} \cdot \frac{5}{9} = \frac{25}{81} \approx 30.86\%$

d) **Ergebnis:**  $\frac{5}{18} \approx 27.78\%$

- Erster Zug: 5 grüne von 9 Kugeln,  $\frac{5}{9}$ .
- Ohne Zurücklegen bleiben 4 grüne von 8 Kugeln:  $\frac{4}{8}$ .
- $P = \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8} = \frac{20}{72} = \frac{5}{18} \approx 27.78\%$

---

**8 Rechteck mit halbem Kreisring**

4 Punkte

**a) Ergebnis: 19.56 cm**

- Innerer Radius:  $9 : 2 = 4.5$  cm, äusserer Radius:  $4.5 + 6 = 10.5$  cm. Das Rechteck ist also 21 cm breit.
- Waagrechter Abstand von A zur Symmetrieachse: 10.5 cm
- Senkrechter Abstand von A bis B: Rechteckhöhe plus äusserer Radius,  $6 + 10.5 = 16.5$  cm
- Pythagoras:  $\overline{AB} = \sqrt{10.5^2 + 16.5^2} = \sqrt{382.5} \approx 19.56$  cm

**b) Ergebnis: 267.37 cm<sup>2</sup>**

- Rechteck:  $21 \cdot 6 = 126$  cm<sup>2</sup>
- Halber Kreisring = halber grosser Kreis minus halber kleiner Kreis:  $0.5 \cdot \pi \cdot 10.5^2 - 0.5 \cdot \pi \cdot 4.5^2 = 45\pi \approx 141.37$  cm<sup>2</sup>
- Gesamt:  $126 + 141.37 \approx 267.37$  cm<sup>2</sup>

---

**9 Würfel mit Ausschnitten**

4 Punkte

**Ergebnis: 819 cm<sup>3</sup>**

- Würfel:  $10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$  cm<sup>3</sup>
- Quader (vorne links oben):  $4 \cdot 4 \cdot 6 = 96$  cm<sup>3</sup>
- Prisma (vorne rechts, durchgehend 10 cm hoch): Grundfläche rechtwinkliges Dreieck mit Katheten 3 cm und 5 cm, also  $(3 \cdot 5) : 2 \cdot 10 = 75$  cm<sup>3</sup>
- Pyramide (rechts oben): Grundfläche Dreieck mit Katheten 2 cm und 5 cm, Höhe 6 cm, also  $((2 \cdot 5) : 2 \cdot 6) : 3 = 10$  cm<sup>3</sup>
- Restkörper:  $1000 - 96 - 75 - 10 = 819$  cm<sup>3</sup>