Mathematik

90 Minuten · 9 Aufgaben · 36 Punkte

Name: _____

- 90 Minuten
- Taschenrechner aus der Sekundarschule erlaubt (nicht programmierbar, nicht grafik- oder algebrafähig)
- Alle Aufgaben im Prüfungsheft lösen, kein zusätzliches Notizpapier
- Lösungswege lückenlos dokumentieren
- Verschiedene Resultate zur gleichen Aufgabe werden mit 0 Punkten bewertet

---

1 Terme vereinfachen und ausklammern

Alle Variablen stehen für positive Zahlen.

a) Vereinfache so weit wie möglich.

$$5x - 7x \cdot (x - 3)$$

Term: _____

b) Vereinfache so weit wie möglich.

$$\frac{4}{7y} : \frac{14y + 6y}{21}$$

Term: _____

c) Klammere so viele Faktoren aus wie möglich.

$$r^2s^2t + r^2st^2 - rst$$

Term: _____

d) Vereinfache so weit wie möglich.

$$\sqrt{(4b)^2 - 4b^2}$$

Term: _____

---

2 Bruch- und Wurzelterme

a) Fasse zu **einem** möglichst einfachen Bruch zusammen.

$$\frac{4a}{9} - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3b}{4} - \frac{a}{18} \right)$$

Bruch: _____

b) Vereinfache so weit wie möglich. Die Variablen stehen für positive Zahlen.

$$\frac{\sqrt{x \cdot 5x}}{2x \cdot \sqrt{5}} + \frac{\sqrt{9x^2}}{2x}$$

Resultat: _____

3 Lineare Gleichungen lösen

Löse die Gleichungen.

a)

$$3h - 4(h - 2) - 3 = -5 + 3(4 - 3h)$$

h: _____

b)

$$\frac{5y}{2} + 1 = (-3)\left(\frac{4y}{5} + 2\right)$$

y: _____

4 Strassenbau mit Arbeitern

Eine Strasse soll erneuert werden. 20 Arbeiter brauchen für eine 2400 m lange Strasse 84 Tage.

(Alle Teilaufgaben können unabhängig voneinander gelöst werden.)

a) Nach wie vielen Tagen haben die 20 Arbeiter die ersten 200 m der Strasse erneuert?

Zeit: _____ Tage

b) Wie viel Zeit brauchen 28 Arbeiter für die 2400 m lange Strasse?

Zeit: _____ Tage

c) Im Nachbardorf soll eine 1500 m lange Strasse in 25 Tagen erneuert werden. Wie viele Arbeiter sind dafür nötig?

Anzahl Arbeiter: _____ Arbeiter

---

5 Rabatt und Grössenvergleich

a) Du kaufst eine 8er-Packung Mineralflaschen und darauf steht: „6 + 2 Gratis“. Wie viel Prozent Rabatt sind dies?

Rabatt: _____ %

b) Bea ist 1.35 m gross. Alex ist 20% grösser als Bea. Bea ist 25% kleiner als Christina. Wie viel Prozent ist Alex kleiner als Christina?

Alex ist kleiner um: _____ %

6 Taxi-Tarif als Funktion

Das Taxi-Unternehmen Müller verlangt eine Grundgebühr von 5.00 Fr. pro Fahrt und 2.50 Fr. pro km.

a) Wie viel kostet eine Fahrt von 12 km?

Preis: _____ Fr.

b) Gib eine Formel an, die den Zusammenhang zwischen den gefahrenen Kilometern (x) und den Gesamtkosten (y) beschreibt (inklusive Grundgebühr).

y = _____

y =: _____

c) Beschrifte die x- und y-Achse mit folgenden Einheiten und Skalen. Wähle pro km **zwei Häuschen** und pro 5.00 Fr. **zwei Häuschen**. Zeichne anschliessend den zum Ergebnis von b) gehörenden Graphen.

7 Würfel, Basketball, Elfmeter, Hockeystöcke

Die folgenden Teilaufgaben können unabhängig voneinander gelöst werden.

a) Ein Würfel mit den Zahlen 1 bis 6 wird einmal geworfen. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Zahl grösser als 4 geworfen wird?

Wahrscheinlichkeit: _____

b) Simone trifft den Basketballkorb mit einer Wahrscheinlichkeit von 70%. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie bei den ersten beiden Würfen trifft und beim dritten Wurf nicht trifft?

Wahrscheinlichkeit: _____

c) Der Torwart Lukas hält beim Elfmeterschiessen im Durchschnitt jeden dritten Ball. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass Lukas von 5 Elfmeterschüssen keinen einzigen hält?

Wahrscheinlichkeit: _____

d) Vor einem Eishockeyspiel steht für jeden der 20 Spieler sein Lieblingsstock bereit. In der Hektik nehmen die ersten zwei Spieler einfach irgendeinen Stock. Mit welcher Wahrscheinlichkeit haben diese genau ihren eigenen Stock erwischt?

Wahrscheinlichkeit: _____

8 Drachenviereck im Koordinatensystem

a) Zeichne die drei Punkte $A(-6/-1)$, $B(1/-2)$ und $C(3/2)$ im Koordinatensystem ein.

b) Diese drei Punkte sind Ecken eines Drachenvierecks $ABCD$ (mit Symmetrieachse AC). Zeichne die vierte Ecke D ein und gib ihre Koordinaten an.

x-Koordinate von D: _____

y-Koordinate von D: _____

c) **Berechne** die Länge der Strecke $\overline{AC}$ (**nicht messen**, da dies zu ungenau ist).

Länge AC: _____ cm

d) **Berechne** den Inhalt der Fläche des Drachenvierecks (**nicht messen**).

Fläche: _____ cm²

---

9 Haus mit Satteldach

Ein Haus hat eine rechteckige Grundfläche mit Länge $a = 12$ m und Breite $b = 8$ m.

Die Vorderseite des Hauses hat die Form eines **Quadrates** mit aufgesetztem **gleichseitigem** Dreieck.

a) Berechne die Länge der Strecke $\overline{PQ}$.

Länge PQ: _____ m

b) Wie gross ist das Volumen dieses Hauses?

Volumen: _____ m^3

Lösungen

FMS-Aufnahmeprüfung 2019 Mathematik FMS. Lösungswege von Fokus Nachhilfe nach der offiziellen Lösung des Kantons.

---

1 Terme vereinfachen und ausklammern

a) **Ergebnis:** $-7x^2 + 26x$

Punkt vor Strich: zuerst die Klammer ausmultiplizieren.

- $7x \cdot (x - 3) = 7x^2 - 21x$
- $5x - (7x^2 - 21x) = 5x - 7x^2 + 21x$
- $= -7x^2 + 26x$

b) **Ergebnis:** $\dfrac{3}{5y^2}$

- Zähler zusammenfassen: $14y + 6y = 20y$
- Durch einen Bruch dividieren heisst mit dem Kehrwert multiplizieren:

$$\frac{4}{7y} \cdot \frac{21}{20y} = \frac{84}{140y^2}$$

- Mit 28 kürzen: $\dfrac{3}{5y^2}$

c) **Ergebnis:** $rst(rs + rt - 1)$

- Jeder Summand enthält mindestens einmal r, s und t. Gemeinsamer Faktor: rst.
- $r^2s^2t : rst = rs, r^2st^2 : rst = rt, rst : rst = 1$
- Also: $rst(rs + rt - 1)$

d) **Ergebnis:** $b\sqrt{12} = 2b\sqrt{3} \approx 3.464b$

Aus einer Summe oder Differenz darf man die Wurzel nicht einzeln ziehen, also zuerst unter der Wurzel zusammenfassen.

- $(4b)^2 = 16b^2$
- $\sqrt{16b^2 - 4b^2} = \sqrt{12b^2}$
- $= b\sqrt{12} = b\sqrt{4 \cdot 3} = 2b\sqrt{3} \approx 3.464b$ (da b positiv ist)

2 Bruch- und Wurzelterme

a) **Ergebnis:** $\dfrac{34a - 27b}{72}$

- Klammer mit $\frac{1}{2}$ multiplizieren: $\dfrac{4a}{9} - \dfrac{3b}{8} + \dfrac{a}{36}$
- Hauptnenner von 9, 8 und 36 ist 72:

$$\frac{32a}{72} - \frac{27b}{72} + \frac{2a}{72}$$

- Zusammenfassen: $\dfrac{34a - 27b}{72}$

b) **Ergebnis:** 2

- $\sqrt{x \cdot 5x} = \sqrt{5x^2} = x\sqrt{5}$, also $\dfrac{x\sqrt{5}}{2x\sqrt{5}} = \dfrac{1}{2}$
- $\sqrt{9x^2} = 3x$, also $\dfrac{3x}{2x} = \dfrac{3}{2}$
- $\dfrac{1}{2} + \dfrac{3}{2} = 2$

3 Lineare Gleichungen lösen

a) **Ergebnis:** $h = \frac{1}{4} = 0.25$

- Klammern auflösen: $3h - 4h + 8 - 3 = -5 + 12 - 9h$
- Zusammenfassen: $-h + 5 = 7 - 9h$
- $+9h$ und -5: $8h = 2$
- $h = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} = 0.25$

b) **Ergebnis:** $y = -\frac{10}{7} \approx -1.42857$

- Rechte Seite ausmultiplizieren: $\dfrac{5y}{2} + 1 = -\dfrac{12y}{5} - 6$
- Mit 10 multiplizieren, damit die Brüche verschwinden: $25y + 10 = -24y - 60$
- $+24y$ und -10: $49y = -70$
- $y = -\dfrac{70}{49} = -\dfrac{10}{7} \approx -1.42857$

4 Strassenbau mit Arbeitern

a) **Ergebnis: 7 Tage**

Gleich viele Arbeiter: Strecke und Zeit sind proportional.

- 200 m sind $\frac{200}{2400} = \frac{1}{12}$ der Strasse.
- $84 : 12 = 7$ Tage

b) **Ergebnis: 60 Tage**

Gleiche Strecke: mehr Arbeiter brauchen weniger Zeit (umgekehrt proportional).

- Gesamtarbeit: $20 \cdot 84 = 1680$ Arbeitstage
- $1680 : 28 = 60$ Tage

c) **Ergebnis: Es braucht 42 Arbeiter.**

- Für 2400 m braucht es $20 \cdot 84 = 1680$ Arbeitstage, also pro Meter $1680 : 2400 = 0.7$ Arbeitstage.
- Für 1500 m: $1500 \cdot 0.7 = 1050$ Arbeitstage
- In 25 Tagen: $1050 : 25 = 42$ Arbeiter

---

5 Rabatt und Grössenvergleich

a) **Ergebnis: 25 % Rabatt**

- Sie erhalten 8 Flaschen und bezahlen nur 6. Gratis sind 2 von 8 Flaschen.
- $\frac{2}{8} = \frac{1}{4} = 25\,\%$

b) **Ergebnis: Alex ist 10 % kleiner als Christina.**

- Alex: $1.35 \cdot 1.2 = 1.62$ m
- Bea ist 25 % kleiner als Christina, also ist Bea 75 % von Christina: $1.35 : 0.75 = 1.80$ m
- $1.62 : 1.80 = 0.9 = 90\,\%$
- Alex ist also $100\,\% - 90\,\% = 10\,\%$ kleiner als Christina.

---

6 Taxi-Tarif als Funktion

a) **Ergebnis: 35 Fr.**

Grundgebühr plus Kilometerpreis:

$$5\ \text{Fr.} + 12 \cdot 2.50\ \text{Fr.} = 5\ \text{Fr.} + 30\ \text{Fr.} = 35\ \text{Fr.}$$

b) **Ergebnis:** $y = 2.5x + 5$

- Pro km kommen 2.50 Fr. dazu: $2.5x$
- Die Grundgebühr von 5 Fr. kommt immer dazu: $+5$
- $y = 2.5x + 5$

c) **Ergebnis: Gerade durch** $(0 \mid 5)$ **und** $(12 \mid 35)$**, siehe Abbildung.**

- x-Achse: Anzahl km, alle zwei Häuschen 1 km weiter (0, 1, 2, …).
- y-Achse: Preis in Fr., alle zwei Häuschen 5 Fr. weiter (0, 5, 10, …).
- Der Graph ist eine Gerade. Sie beginnt bei der Grundgebühr $(0 \mid 5)$ und geht zum Beispiel durch $(12 \mid 35)$ aus a).
- Die beiden Punkte mit dem Lineal verbinden und weiterziehen.

---

7 Würfel, Basketball, Elfmeter, Hockeystöcke

a) **Ergebnis:** $\frac{1}{3} = 0.\overline{3}$

- Günstige Ergebnisse: 5 und 6, also 2 von 6 möglichen.

- $P = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 0.\overline{3}$

b) **Ergebnis:** $0.147 = 14.7\,\%$

Die Würfe sind unabhängig, also werden die Wahrscheinlichkeiten entlang des Pfades multipliziert.

- Treffer: 0.7, kein Treffer: $1 - 0.7 = 0.3$
- $P = 0.7 \cdot 0.7 \cdot 0.3 = 0.147 = 14.7\,\%$

c) **Ergebnis:** $\frac{32}{243} \approx 0.1317 = 13.17\,\%$

- Er hält mit Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{3}$, er hält nicht mit $\frac{2}{3}$.
- Fünfmal hintereinander nicht halten:

$$P = \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{32}{243} \approx 0.1317 = 13.17\,\%$$

d) **Ergebnis:** $\frac{1}{380} \approx 0.0026 = 0.26\,\%$

- Der erste Spieler erwischt seinen Stock mit Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{20}$.
- Danach liegen noch 19 Stöcke da. Der zweite erwischt seinen mit $\frac{1}{19}$.
- $P = \frac{1}{20} \cdot \frac{1}{19} = \frac{1}{380} \approx 0.0026 = 0.26\,\%$

---

8 Drachenviereck im Koordinatensystem

a) **Ergebnis: Siehe Abbildung.**

- Die erste Koordinate gibt an, wie weit nach rechts (+) oder links (–), die zweite, wie weit nach oben (+) oder unten (–).
- A: 6 nach links, 1 nach unten. B: 1 nach rechts, 2 nach unten. C: 3 nach rechts, 2 nach oben.

b) **Ergebnis:** $D(-1 \mid 4)$

D

ist das Spiegelbild von B an der Symmetrieachse AC.

- Die Gerade AC steigt pro 3 nach rechts um 1 nach oben und geht durch $(0 \mid 1)$.
- Die Senkrechte zu AC durch B geht pro 1 nach links um 3 nach oben: von $B(1 \mid -2)$ trifft sie AC in $(0 \mid 1)$.
- Gleich weit auf der anderen Seite: nochmals 1 nach links und 3 nach oben.
- $D(-1 \mid 4)$

c) **Ergebnis:** $\overline{AC} = \sqrt{9^2 + 3^2} = 3\sqrt{10} \approx 9.49$ **cm**

Mit dem Satz des Pythagoras im Steigungsdreieck von A nach C:

- waagrecht: $3 - (-6) = 9$, senkrecht: $2 - (-1) = 3$
- $\overline{AC} = \sqrt{9^2 + 3^2} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10} \approx 9.49$ cm

d) **Ergebnis:** $A = 30$ **cm²**

Fläche eines Drachenvierecks: $A = \dfrac{e \cdot f}{2}$ (Produkt der Diagonalen durch 2).

- $e = \overline{AC} = 3\sqrt{10}$
- $f = \overline{BD}$: waagrecht $1 - (-1) = 2$, senkrecht $4 - (-2) = 6$, also $\sqrt{2^2 + 6^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$
- $A = \dfrac{3\sqrt{10} \cdot 2\sqrt{10}}{2} = \dfrac{6 \cdot 10}{2} = 30$ cm²

---

9 Haus mit Satteldach

a) **Ergebnis:** $\overline{PQ} = \sqrt{12^2 + 8^2 + 8^2} = 4\sqrt{17} \approx 16.49$ **m**

$\overline{PQ}$

ist die Raumdiagonale des quaderförmigen Unterteils. Weil die Vorderseite ein Quadrat ist, ist die Wand 8 m hoch; der Quader misst also $12 \times 8 \times 8$ m.

$$\overline{PQ} = \sqrt{12^2 + 8^2 + 8^2} = \sqrt{272} = 4\sqrt{17} \approx 16.49 \text{ m}$$

b) **Ergebnis: $V_{\text{total}} = 1100.55$ m³**

Das Haus besteht aus einem Quader und einem dreiseitigen Prisma (Dach).

- Dreieck (gleichseitig, Seite 8 m): $A_{\text{Dreieck}} = \frac{8^2}{4}\sqrt{3} = 16\sqrt{3} \approx 27.71$ m²
- Dach: $V_{\text{Dach}} = A_{\text{Dreieck}} \cdot 12 = 192\sqrt{3} \approx 332.55$ m³
- Quader: $V_{\text{Quader}} = 8 \cdot 8 \cdot 12 = 768$ m³
- Total: $768 + 332.55 = 1100.55$ m³