

Mathematik

90 Minuten · 9 Aufgaben · 36 Punkte

Name: _____

- 90 Minuten
 - Taschenrechner aus der Sekundarschule (nicht programmierbar, nicht grafik- oder algebrafähig)
 - Kein zusätzliches Notizpapier
 - Lösungswege lückenlos dokumentieren
 - Verschiedene Resultate zur gleichen Aufgabe geben 0 Punkte
-

1 Terme vereinfachen

Vereinfache so weit wie möglich. Alle Variablen stehen für positive Zahlen. Alle Endresultate müssen vollständig gekürzt werden.

a)

$$\frac{n+5}{6} - \frac{4n}{5}$$

Ergebnis: _____

b)

$$4(2b+11) - 5(8-3b)$$

Ergebnis: _____

c)

$$\sqrt{5x \cdot 5x - (4x)^2}$$

Ergebnis: _____

d)

$$-\frac{k^2}{12} : \frac{3k}{4}$$

Ergebnis: _____

2 Bruchterme und Wurzelterme

Vereinfache so weit wie möglich. Alle Variablen stehen für positive Zahlen. Alle Endresultate müssen vollständig gekürzt werden.

a)

$$\frac{5a^2}{2a - 2b} \cdot \frac{4a^2b - 4ab^2}{25a^2b}$$

Ergebnis: _____

b)

$$\frac{\sqrt{32} \cdot \sqrt{2x^2y^2}}{\sqrt{4096x \cdot xy^2}} - \frac{\sqrt{16x^2}}{32x}$$

Ergebnis: _____

3 Lineare Gleichungen lösen

Löse die Gleichungen.

a)

$$-7(2x - 1) + x = -7(1 - x) - 6x$$

x: _____

b)

$$\frac{8y + 4}{3} - 8y = 5 \left(\frac{5}{3} - 2y \right)$$

y: _____

4 Alter von Hans und Onkel

4 Punkte

Hans hat heute Geburtstag und feiert mit seinen Eltern und seinem Onkel. Der Onkel ist genau viermal so alt wie Hans. In 26 Jahren wird er nur noch doppelt so alt sein wie Hans dann. Wie alt sind Hans und sein Onkel heute?

Die volle Punktzahl erhältst du nur, wenn du die Aufgabe mit Hilfe einer Gleichung löst.

Hans: _____ Jahre

Onkel: _____ Jahre

5 Mehrwertsteuer und Rabatt

- a) Ein Fernseher wird in einem Geschäft für CHF 499.00 verkauft. Im Preis sind die 8% Mehrwertsteuer schon inbegriffen.

Wie viele Franken beträgt die Mehrwertsteuer?

Mehrwertsteuer: _____ CHF

- b1) Der Einzelpreis einer Tageszeitung, die sechsmal pro Woche erscheint, beträgt CHF 3.80.

Ein Probeabo für fünf Wochen kostet CHF 50.00. Wie viel Prozent Rabatt erhält ein Kunde, der ein Probeabo wählt?

Rabatt: _____ %

- b2) Der Einzelpreis einer Tageszeitung, die sechsmal pro Woche erscheint, beträgt CHF 3.80.

Wie teuer müsste ein Probeabo für 15 Wochen sein, wenn der Kunde 60% Rabatt auf den Einzelpreis erhalten soll?

Preis: _____ CHF

6 Fahrt der Jungfraujo**ch**bahn

Die Talstation der Jungfraujo**ch**bahn auf der Kleinen Scheidegg liegt 2061 Meter über Meer, die Bergstation liegt 3454 Meter über Meer. Die Fahrt dauert 35 Minuten.

- a) Um wie viele Meter steigt der Zug durchschnittlich pro Minute?

Steigung pro Minute: _____ m

- b) Wie viele Meter über Meer befindet sich der Zug 30 Minuten nach Abfahrt?
(Vorausgesetzt, dass der Zug pro Minute immer um gleich viele Meter steigt.)

Höhe: _____ m ü. M.

- c) Der Zug befindet sich nach x Minuten auf einer Höhe von y Metern über Meer. Gib eine Formel (Funktionsgleichung) an, mit der du y mit Hilfe von x berechnen kannst.

$y =$

$y =$: _____

- d) Wie viele Minuten nach der Abfahrt ist der Zug auf einer Höhe von 3000 Metern über Meer? (Den Punkt erhältst du nur, wenn du mit der in c) gefundenen Formel eine Gleichung aufstellst und diese löst.)

Zeit: _____ min

7 Würfel, Lose, Glücksrad, Urne

Die folgenden Teilaufgaben können unabhängig voneinander gelöst werden.

- a) Es wird ein Zufallsexperiment mit einem üblichen Spielwürfel durchgeführt. Bei 10 von 80 Würfeln erscheint die Zahl 6. Wie gross ist die relative Häufigkeit der Zahl 6 bei diesem Zufallsexperiment?

Relative Häufigkeit: _____

- b) An einer Tombola sind 60 Lose von 1 bis 60 nummeriert. Du ziehst blind ein Los. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass die Nummer dieses Loses durch 7 teilbar ist.

Wahrscheinlichkeit: _____

- c) Ein Glücksrad hat fünf verschiedenfarbige und unterschiedlich grosse Felder: Das Glücksrad bleibt mit einer Wahrscheinlichkeit von 15% im gelben Feld stehen. Du drehst zweimal. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass das Glücksrad beide Male **nicht** im gelben Feld stehen bleibt.

Wahrscheinlichkeit: _____

- d) In einer Urne befinden sich drei grüne und fünf blaue Kugeln. Du ziehst gleichzeitig zwei Kugeln. Mit welcher Wahrscheinlichkeit haben beide Kugeln die gleiche Farbe?

Wahrscheinlichkeit: _____

8 Trapez mit Halbkreis

Im abgebildeten gleichschenkligen Trapez ABCD gilt $\overline{CD} = 14 \text{ cm}$ und $h = 4 \text{ cm}$.
Ausserdem ist CD eine Tangente des Halbkreises.

Die beiden Teilaufgaben können unabhängig voneinander gelöst werden.

- a) Berechne den **Flächeninhalt** der grau hervorgehobenen Figur.

Flächeninhalt: _____ cm^2

- b) Berechne den **Umfang** der grau hervorgehobenen Figur.

Umfang: _____ cm

9 Zelt als dreiseitiges Prisma

Ein Zelt hat die Form eines liegenden dreiseitigen Prismas. Es ist 2.50 m lang, 1.60 m breit und 1.50 m hoch. Der Fusspunkt P der Höhe h liegt in der Mitte der Strecke $\overline{AB}$.

- a) Berechne das Volumen des Zeltes.

Volumen: _____ m³

- b) Berechne die Länge der Strecke $\overline{AC}$.

AC: _____ m

- c) Auf der Rückseite des Zeltes wird eine Schnur von der Ecke E senkrecht zur Seite DF gespannt. Wie lang ist diese Verbindung $\overline{EG}$?

EG: _____ m

Lösungen

FMS-Aufnahmeprüfung 2020 Mathematik FMS. Lösungswege von Fokus Nachhilfe nach der offiziellen Lösung des Kantons.

1 Terme vereinfachen

a) **Ergebnis:** $\frac{25-19n}{30}$ (gleichwertig: $\frac{5}{6} - \frac{19n}{30}$)

- Auf den gemeinsamen Nenner 30 bringen: $\frac{5(n+5)}{30} - \frac{6 \cdot 4n}{30}$
- Zähler ausmultiplizieren: $\frac{5n+25-24n}{30}$
- Zusammenfassen: $\frac{25-19n}{30}$ (lässt sich nicht weiter kürzen)

b) **Ergebnis:** $23b + 4$

- Klammern auflösen (Vorzeichen beachten): $8b + 44 - 40 + 15b$
- Gleichartige Glieder zusammenfassen: $23b + 4$

c) **Ergebnis:** $3x$

- Unter der Wurzel ausrechnen: $25x^2 - 16x^2 = 9x^2$
- Wurzel ziehen: $\sqrt{9x^2} = 3x$ (x ist positiv)
- Achtung: Die Wurzel aus einer Differenz darf man nicht gliedweise ziehen.

d) **Ergebnis:** $-\frac{k}{9}$

- Durch einen Bruch dividieren = mit dem Kehrwert multiplizieren: $-\frac{k^2}{12} \cdot \frac{4}{3k}$
- Ausmultiplizieren: $-\frac{4k^2}{36k}$
- Kürzen durch $4k$: $-\frac{k}{9}$

2 Bruchterme und Wurzelterme

a) **Ergebnis:** $\frac{2a}{5}$

- Faktorisieren: $2a - 2b = 2(a - b)$ und $4a^2b - 4ab^2 = 4ab(a - b)$
- Zusammensetzen: $\frac{5a^2 \cdot 4ab(a-b)}{2(a-b) \cdot 25a^2b} = \frac{20a^3b(a-b)}{50a^2b(a-b)}$
- Kürzen durch $10a^2b(a - b)$: $\frac{2a}{5}$

b) **Ergebnis:** 0

- Zähler des ersten Bruchs: $\sqrt{32 \cdot 2x^2y^2} = \sqrt{64x^2y^2} = 8xy$

- Nenner des ersten Bruchs: $\sqrt{4096x^2y^2} = 64xy$
- Erster Bruch: $\frac{8xy}{64xy} = \frac{1}{8}$
- Zweiter Bruch: $\frac{4x}{32x} = \frac{1}{8}$
- Differenz: $\frac{1}{8} - \frac{1}{8} = 0$

3 Lineare Gleichungen lösen

a) **Ergebnis:** $x = 1$

- Klammern auflösen: $-14x + 7 + x = -7 + 7x - 6x$
- Zusammenfassen: $-13x + 7 = x - 7$
- Umformen: $14 = 14x$
- $x = 1$

b) **Ergebnis:** $y = \frac{3}{2} = 1.5$

- Rechte Seite ausmultiplizieren: $\frac{8y+4}{3} - 8y = \frac{25}{3} - 10y$
- Mit 3 multiplizieren: $8y + 4 - 24y = 25 - 30y$
- Zusammenfassen: $-16y + 4 = 25 - 30y$
- Umformen: $14y = 21$
- $y = \frac{21}{14} = \frac{3}{2} = 1.5$

4 Alter von Hans und Onkel

4 Punkte

Ergebnis: Hans ist heute 13 Jahre und der Onkel 52 Jahre alt.

- Hans ist heute x Jahre alt, der Onkel $4x$ Jahre.
- In 26 Jahren: Hans $x + 26$, Onkel $4x + 26$.
- Gleichung: $4x + 26 = 2(x + 26)$
- $4x + 26 = 2x + 52 \Rightarrow 2x = 26 \Rightarrow x = 13$
- Hans ist 13 Jahre alt, der Onkel $4 \cdot 13 = 52$ Jahre.
- Probe: In 26 Jahren ist Hans 39 und der Onkel 78, und $78 = 2 \cdot 39$.

5 Mehrwertsteuer und Rabatt

a) **Ergebnis:** Die Mehrwertsteuer beträgt CHF 36.96.

- Der Preis CHF 499.00 entspricht 108 % (Preis ohne MwSt. = 100 %, dazu 8 %).
- Preis ohne MwSt.: $499 : 1.08 \approx 462.04$ CHF
- Mehrwertsteuer: $499 - 462.04 = 36.96$ CHF (direkt: $499 \cdot \frac{8}{108} \approx 36.96$)
- Achtung: Nicht einfach 8 % von 499 rechnen, denn die 8 % beziehen sich auf den Preis ohne Steuer.

b1) Ergebnis: 56.14 %

- Einzelpreis für 5 Wochen: $5 \cdot 6 \cdot 3.80 = 114$ CHF
- Anteil des Abopreises: $\frac{50}{114} \approx 0.4386 = 43.86 \%$
- Rabatt: $100 \% - 43.86 \% = 56.14 \%$

b2) Ergebnis: CHF 136.80

- Einzelpreis für 15 Wochen: $15 \cdot 6 \cdot 3.80 = 342$ CHF
- Bei 60 % Rabatt bezahlt der Kunde noch 40 %: $342 \cdot 0.4 = 136.80$ CHF

6 Fahrt der Jungfraujochbahn

a) Ergebnis: Der Zug steigt 39.8 m pro Minute.

- Höhenunterschied: $3454 - 2061 = 1393$ m
- Pro Minute: $1393 : 35 = 39.8$ m

b) Ergebnis: Der Zug befindet sich 3255 m ü. M.

- In 30 Minuten steigt der Zug $30 \cdot 39.8 = 1194$ m.
- Höhe: $2061 + 1194 = 3255$ m ü. M.

c) Ergebnis: $y = 39.8x + 2061$ oder $y = 2061 + x \cdot 39.8$

- Startwert (bei $x = 0$): 2061 m ü. M.
- Pro Minute kommen 39.8 m dazu, nach x Minuten also $39.8 \cdot x$.
- Funktionsgleichung: $y = 39.8x + 2061$

d) Ergebnis: Nach 23.59 min befindet sich der Zug auf einer Höhe von 3000 Metern über Meer.

- In die Formel aus c) $y = 3000$ einsetzen: $3000 = 39.8x + 2061$
- $39.8x = 939$

- $x = 939 : 39.8 \approx 23.59$ min

7 Würfel, Lose, Glücksrad, Urne

a) **Ergebnis:** $\frac{10}{80} = \frac{1}{8} = 12.5 \%$

- Relative Häufigkeit = Anzahl Treffer : Anzahl Würfe
- $\frac{10}{80} = \frac{1}{8} = 0.125 = 12.5 \%$

b) **Ergebnis:** $\frac{8}{60} = \frac{2}{15} \approx 13.33 \%$

- Durch 7 teilbare Nummern von 1 bis 60: 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, also 8 Lose.
- Wahrscheinlichkeit: $\frac{8}{60} = \frac{2}{15} \approx 13.33 \%$

c) **Ergebnis:** $0.7225 = 72.25 \%$

- Wahrscheinlichkeit für «nicht gelb» bei einer Drehung: $1 - 0.15 = 0.85$
- Zwei unabhängige Drehungen, also multiplizieren: $0.85 \cdot 0.85 = 0.7225 = 72.25 \%$

d) **Ergebnis:** $\frac{13}{28} \approx 0.4643 = 46.43 \%$

- Gleichzeitig ziehen = nacheinander ziehen ohne Zurücklegen (8 Kugeln, danach 7).
- Beide grün: $\frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} = \frac{6}{56}$
- Beide blau: $\frac{5}{8} \cdot \frac{4}{7} = \frac{20}{56}$
- Gleiche Farbe: $\frac{6}{56} + \frac{20}{56} = \frac{26}{56} = \frac{13}{28} \approx 46.43 \%$

8 Trapez mit Halbkreis

a) **Ergebnis:** $\overline{AB} = 2 \cdot h = 8 \text{ cm}, A \approx 18.87 \text{ cm}^2$

- Da CD den Halbkreis berührt, ist der Radius gleich der Höhe: $r = h = 4 \text{ cm}$, also $\overline{AB} = 2r = 8 \text{ cm}$.
- Trapezfläche: $\frac{14+8}{2} \cdot 4 = 44 \text{ cm}^2$
- Halbkreisfläche: $\frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 4^2 = 8\pi \approx 25.13 \text{ cm}^2$
- Graue Fläche: $44 - 8\pi \approx 18.87 \text{ cm}^2$

b) **Ergebnis:** $\overline{DE} = 3 \text{ cm}, \overline{AD} = 5 \text{ cm}, u \approx 36.57 \text{ cm}$

- Wie in a): $\overline{AB} = 8 \text{ cm}$, Radius 4 cm.
- Überstand auf jeder Seite: $\overline{DE} = \frac{14-8}{2} = 3 \text{ cm}$

- Schenkel mit Pythagoras im Dreieck AED: $\overline{AD} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ cm}$ (ebenso $\overline{BC} = 5 \text{ cm}$)
- Halbkreisbogen: $\frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot 4 = 4\pi \approx 12.57 \text{ cm}$
- Umfang der grauen Figur: $\overline{CD} + \overline{AD} + \overline{BC} + \text{Bogen} = 14 + 5 + 5 + 4\pi \approx 36.57 \text{ cm}$ (die Strecke AB gehört nicht dazu)

9 Zelt als dreiseitiges Prisma

a) **Ergebnis:** $V = 3 \text{ m}^3$

- Grundfläche (Dreieck ABC): $\frac{1.60 \cdot 1.50}{2} = 1.2 \text{ m}^2$
- Volumen = Grundfläche · Länge: $1.2 \cdot 2.50 = 3 \text{ m}^3$

b) **Ergebnis:** $\overline{AC} = 1.7 \text{ m}$

- P ist die Mitte von AB: $\overline{AP} = 0.80 \text{ m}$
- Pythagoras im rechtwinkligen Dreieck APC: $\overline{AC} = \sqrt{0.8^2 + 1.5^2} = \sqrt{0.64 + 2.25} = \sqrt{2.89} = 1.7 \text{ m}$

c) **Ergebnis:** $\overline{EG} \approx 1.41 \text{ m}$

- Die Rückseite DEF ist dasselbe Dreieck wie ABC, mit Fläche 1.2 m^2 und $\overline{DF} = \overline{AC} = 1.7 \text{ m}$.
- Geschickt: Die Fläche auf zwei Arten berechnen, einmal mit Grundseite DE und Höhe h, einmal mit Grundseite DF und Höhe EG: $A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{\overline{DF} \cdot \overline{EG}}{2}$
- $1.2 = \frac{1.7 \cdot \overline{EG}}{2}$, also $\overline{EG} = \frac{2.4}{1.7} \approx 1.41 \text{ m}$