Mathematik

90 Minuten · 9 Aufgaben · 36 Punkte

Name: _____

- 90 Minuten
- Taschenrechner aus der Sekundarschule (nicht programmierbar, nicht grafik- oder algebrafähig)
- Lösungswege lückenlos dokumentieren
- Kein zusätzliches Notizpapier

---

1 Terme vereinfachen

4 Punkte

Vereinfache so weit wie möglich. Alle Endresultate müssen vollständig gekürzt werden. Alle Variablen stehen für positive Zahlen.

a) $7a - 7ab - \big(-8a + 9ab - (-14b + 11ab) - 5a \big)$

Term: _____

b) $\dfrac{7x}{2a} - \dfrac{3x - 4}{5a}$

Term: _____

c) $\dfrac{s - x}{s} : \dfrac{s - x}{s - b}$

Term: _____

d) $\sqrt{3ab^3} \cdot \sqrt{12b}$

Term: _____

---

2 Bruchterme und Wurzeln vereinfachen

4 Punkte

Vereinfache so weit wie möglich. Alle Endresultate müssen vollständig gekürzt werden. Alle Variablen stehen für positive Zahlen.

a) $\dfrac{x^2 - x}{27x^2} \cdot \dfrac{3y^2 - 6y}{xy - y}$

Term: _____

b) $\dfrac{(-8x)^2}{\sqrt{81x^2}} + \dfrac{-7x^2}{10x - \sqrt{8x \cdot 8x}}$

Term: _____

---

3 Lineare Gleichungen lösen

4 Punkte

a) Löse die Gleichung nach c auf und schreibe das Resultat als vollständig gekürzten Bruch:

$$-5 - 3(1 - 2c) = c - 2(c + 5)$$

c: _____

b) Löse die Gleichung nach x auf:

$$\frac{3x+10}{5} - \frac{2x-9}{3} = \frac{2}{5}\left(\frac{x}{6} + \frac{15}{2}\right)$$

x: _____

---

4 Murmeln verschenken

4 Punkte

Am Anfang hatte Xenia dreimal so viele Murmeln wie Yves. Dann schenkte sie ihm 36 Murmeln. Danach hatte sie nur noch 40% mehr Murmeln als Yves.

Wie viele Murmeln hatte Yves am Anfang?

Die volle Punktzahl erhältst du nur, wenn du die Aufgabe mit Hilfe einer Gleichung löst.

Yves am Anfang: _____ Murmeln

---

5 Marmelade und Kaffeepreis

4 Punkte

Die folgenden Teilaufgaben können unabhängig voneinander gelöst werden.

a) Tina mischt zwei Sorten Marmelade. In der ersten sind 30% Kirschen und in der zweiten 40% Kirschen. Sie mischt 500 g der ersten Sorte mit 750 g der zweiten Sorte. Wie gross ist jetzt der Prozentanteil der Kirschen in der gemischten Marmelade?

Anteil Kirschen: _____ %

b) Wird eine Kaffeesorte geröstet, so gehen 22% des Gewichts verloren. 10 kg ungerösteter Kaffee kosten CHF 85.80. Wie muss dann der Preis für 15 kg gerösteten Kaffee festgelegt werden, wenn keine weiteren Kosten zu berücksichtigen sind?

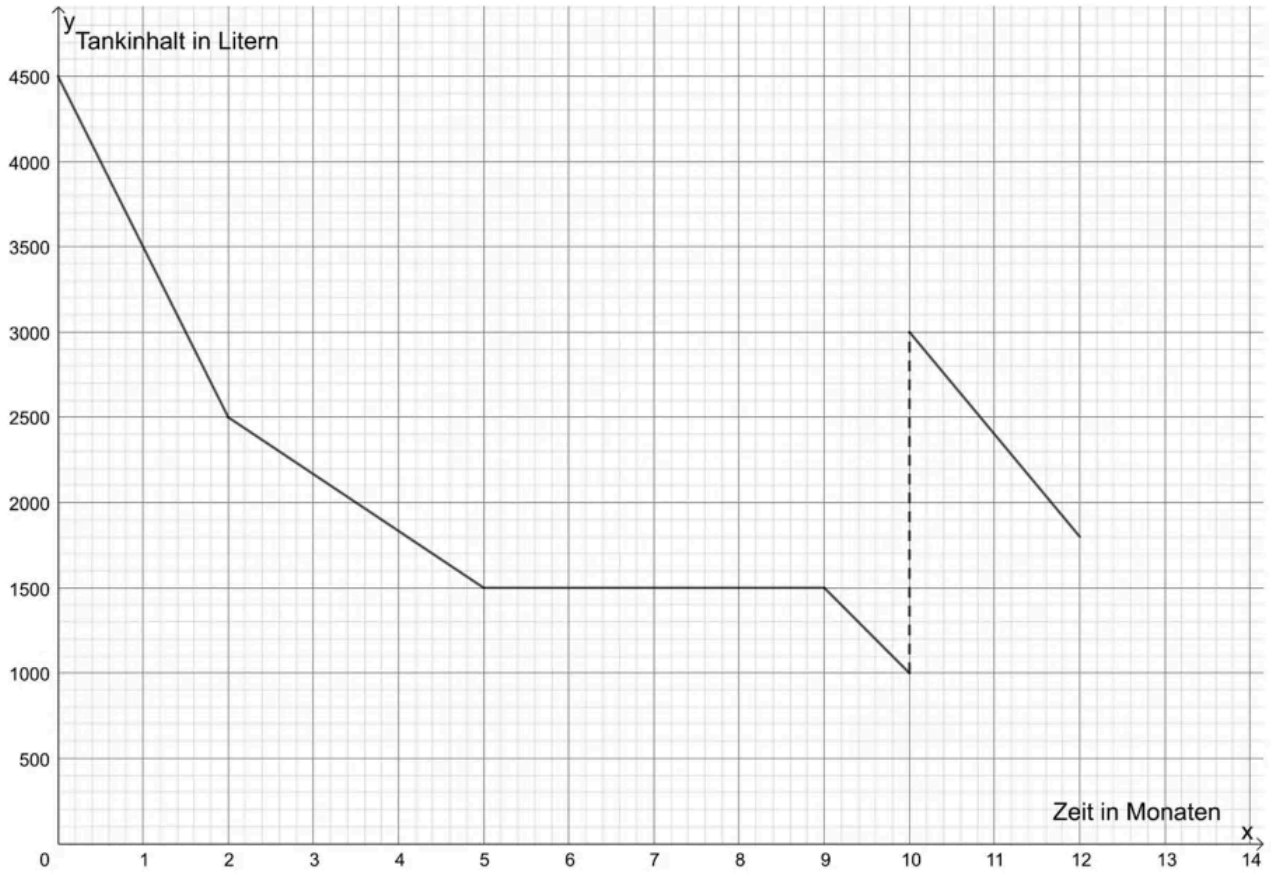
Preis für 15 kg gerösteten Kaffee: _____ CHF

---

6 Heizöltank im Jahresverlauf

4 Punkte

Das Diagramm zeigt den Inhalt eines Heizöltanks im Verlauf eines Jahres.



a) Lies die fehlenden Werte aus dem Diagramm ab und trage sie in die Tabelle ein.

Zeit (Monate)	_____	2	_____	12
Tankinhalt (Liter)	3500	_____	1000	_____

Zeit bei 3500 Liter: _____ Monate

Tankinhalt nach 2 Monaten: _____ Liter

Zeit bei 1000 Liter: _____ Monate

Tankinhalt nach 12 Monaten: _____ Liter

b) Beschreibe mit Worten und einer **Zahl**: Was passiert am Ende des zehnten Monats?

Nachgefüllte Menge: _____ Liter

c) **Berechne**: Wie viele Liter sind nach 4 Monaten noch enthalten?

Inhalt nach 4 Monaten: _____ Liter

d) Betrachte den ersten Abschnitt (0 bis 2 Monate). Gib eine Formel (Funktionsgleichung) an, mit der du die Anzahl Liter im Tank (y) mit Hilfe der Zeit (x) berechnen kannst.

Funktionsgleichung: _____

---

7 Drei spezielle Würfel

4 Punkte

Drei spezielle Würfel haben die folgenden Augenzahlen:

- Würfel 1: zwei Seiten zeigen die Zahl 2, zwei Seiten die Zahl 4 und zwei Seiten die Zahl 6.
- Würfel 2: vier Seiten zeigen die Zahl 2, eine Seite die Zahl 4 und eine Seite die Zahl 6.
- Würfel 3: drei Seiten zeigen die Zahl 2, zwei Seiten die Zahl 4 und eine Seite die Zahl 6.

Die drei Würfel werden einmal geworfen. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass

a) alle drei Würfel die Augenzahl 2 zeigen.

Wahrscheinlichkeit: _____

b) alle drei Würfel die gleiche Zahl zeigen.

Wahrscheinlichkeit: _____

c) die drei Würfel die Augensumme 16 zeigen.

Wahrscheinlichkeit: _____

---

8 Trapez im Quadrat

4 Punkte

Das Quadrat $ABCD$ hat den Flächeninhalt 36 cm². Die Strecken $\overline{EC}$, $\overline{CF}$, $\overline{GB}$ und $\overline{DH}$ sind jeweils 2 cm lang.

a) Berechne den Flächeninhalt des Trapezes $HGFE$.

Flächeninhalt: _____ cm²

b) Berechne die Höhe h des Trapezes $HGFE$.

h: _____ cm

---

9 Prisma mit Parallelogramm-Grundfläche

4 Punkte

Die Grundfläche $ABCD$ eines liegenden, **geraden** Prismas ist ein Parallelogramm, die Seitenkante BF entspricht der Höhe des Prismas. Die gegenüberliegende Fläche $EFGH$ ist zur Fläche $ABCD$ kongruent.

Vom Parallelogramm ist bekannt: $\overline{AB} = 9$ cm, $\overline{AC} = 17$ cm, $h = \overline{DI} = 8$ cm

Die Seitenkante $\overline{BF}$ ist 20 cm lang.

a) Berechne das Volumen des Prismas.

Volumen: _____ cm³

b) Berechne die Länge der Strecke $\overline{AJ}$

AJ: _____ cm

c) Berechne die Länge der Strecke $\overline{DF}$.

DF: _____ cm

Lösungen

FMS-Aufnahmeprüfung 2022 Mathematik FMS. Lösungswege von Fokus Nachhilfe nach der offiziellen Lösung des Kantons.

---

1 Terme vereinfachen

4 Punkte

a) **Ergebnis:** $20a - 5ab - 14b$

- Innere Klammer zuerst auflösen, dann die äussere: Vor einer Klammer mit Minus kehren alle Vorzeichen.
- $7a - 7ab + 8a - 9ab - 14b + 11ab + 5a$
- Gleichartige Terme zusammenfassen: a-Terme $7a + 8a + 5a = 20a$, ab-Terme $-7ab - 9ab + 11ab = -5ab$, dazu $-14b$.
- Resultat: $20a - 5ab - 14b$

b) **Ergebnis:** $\frac{29x + 8}{10a}$ **(oder** $\frac{29x}{10a} + \frac{4}{5a}$**)**

- Gemeinsamer Nenner ist $10a$: $\frac{35x}{10a} - \frac{6x - 8}{10a}$
- Achtung: Das Minus wirkt auf den ganzen Zähler $6x - 8$: $35x - 6x + 8 = 29x + 8$
- Resultat: $\frac{29x + 8}{10a}$ (gleichwertig: $\frac{29x}{10a} + \frac{4}{5a}$)

c) **Ergebnis:** $\frac{s - b}{s}$

- Durch einen Bruch dividieren heisst mit dem Kehrwert multiplizieren: $\frac{s - x}{s} \cdot \frac{s - b}{s - x}$
- Den gemeinsamen Faktor $(s - x)$ kürzen.
- Resultat: $\frac{s - b}{s}$

d) **Ergebnis:** $6b^2 \cdot \sqrt{a}$

- Zwei Wurzeln darf man zu einer zusammenfassen: $\sqrt{3ab^3 \cdot 12b} = \sqrt{36ab^4}$
- Teilweise Wurzel ziehen: $\sqrt{36} = 6$, $\sqrt{b^4} = b^2$, $\sqrt{a}$ bleibt stehen.
- Resultat: $6b^2 \cdot \sqrt{a}$

---

2 Bruchterme und Wurzeln vereinfachen

4 Punkte

a) **Ergebnis:** $\frac{y - 2}{9x}$

- Alle Zähler und Nenner faktorisieren (ausklammern): $x^2 - x = x(x-1), 3y^2 - 6y = 3y(y-2), xy - y = y(x-1)$
- $\dfrac{x(x-1)}{27x^2} \cdot \dfrac{3y(y-2)}{y(x-1)}$
- Kürzen: $(x-1)$, y, ein x und der Faktor 3 ($27 : 3 = 9$).
- Resultat: $\dfrac{y-2}{9x}$

b) **Ergebnis:** $\dfrac{65x}{18}$

- Potenz und Wurzeln ausrechnen: $(-8x)^2 = 64x^2$, $\sqrt{81x^2} = 9x$, $\sqrt{8x \cdot 8x} = 8x$, also Nenner $10x - 8x = 2x$.
- $\dfrac{64x^2}{9x} + \dfrac{-7x^2}{2x} = \dfrac{64x}{9} + \dfrac{-7x}{2}$
- Gemeinsamer Nenner 18: $\dfrac{128x}{18} - \dfrac{63x}{18} = \dfrac{65x}{18}$

---

3 Lineare Gleichungen lösen

4 Punkte

a) **Ergebnis:** $c = -\dfrac{2}{7}$

- Klammern auflösen: $-5 - 3 + 6c = c - 2c - 10$
- Zusammenfassen: $6c - 8 = -c - 10$
- $+c$ und $+8$ auf beiden Seiten: $7c = -2$
- $c = -\dfrac{2}{7}$

b) **Ergebnis:** $x = 15$

- Rechts die Klammer ausmultiplizieren: $\dfrac{2}{5} \cdot \dfrac{x}{6} = \dfrac{2x}{30}$ und $\dfrac{2}{5} \cdot \dfrac{15}{2} = \dfrac{30}{10}$.
- Links auf den Nenner 15 bringen: $\dfrac{9x + 30}{15} - \dfrac{10x - 45}{15} = \dfrac{2x}{30} + \dfrac{30}{10}$
- Zusammenfassen (Minus vor dem Bruch kehrt beide Vorzeichen): $\dfrac{9x + 30 - 10x + 45}{15} = \dfrac{2x + 90}{30}$
- Vereinfachen: $\dfrac{-x + 75}{15} = \dfrac{x + 45}{15}$, also $-x + 75 = x + 45$
- $30 = 2x$, also $x = 15$

---

4 Murmeln verschenken

4 Punkte

Ergebnis: Am Anfang hatte Yves 54 Murmeln.

Setzen Sie x = Anzahl Murmeln von Yves am Anfang.

	anfangs	nachher
Xenia	$3x$	$3x - 36$
Yves	x	$x + 36$

- «40% mehr als Yves» heisst: Xenia hat nachher 1.4-mal so viele wie Yves.
- Gleichung: $1.4(x + 36) = 3x - 36$
- $1.4x + 50.4 = 3x - 36$
- $86.4 = 1.6x$, also $x = 54$
- Probe: Xenia $162 - 36 = 126$, Yves $54 + 36 = 90$, und $1.4 \cdot 90 = 126$.

---

5 Marmelade und Kaffeepreis

4 Punkte

a) **Ergebnis: 36% Kirschen**

- Kirschen in der ersten Sorte: 30% von $500\ \text{g} = 150\ \text{g}$
- Kirschen in der zweiten Sorte: 40% von $750\ \text{g} = 300\ \text{g}$
- Zusammen: $450\ \text{g}$ Kirschen in $500 + 750 = 1250\ \text{g}$ Marmelade.
- $\dfrac{450\ \text{g}}{1250\ \text{g}} = 0.36 = 36\%$

b) **Ergebnis: CHF 165.00**

- Nach dem Rösten bleiben $100\% - 22\% = 78\%$ des Gewichts: Aus 10 kg ungeröstetem werden $7.8\ \text{kg}$ gerösteter Kaffee.
- Diese $7.8\ \text{kg}$ kosten also CHF 85.80, d.h. 78% entsprechen CHF 85.80.
- 10 kg gerösteter Kaffee: $\dfrac{85.80}{78\%} \cdot 100\% = 110$ Fr.
- 15 kg gerösteter Kaffee: $1.5 \cdot 110 = 165$ Fr.

---

6 Heizöltank im Jahresverlauf

4 Punkte

a) **Ergebnis: | Zeit (Monate) | 1 | 2 | 10 | 12 | |---|---|---|---|---| | Tankinhalt (Liter) | 3500 | 2500 | 1000 | 1800 |**

- 3500 Liter: Der Graph schneidet die Höhe 3500 bei $x = 1$ Monat.
- Nach 2 Monaten: Knick bei 2500 Liter.
- 1000 Liter: tiefster Punkt bei $x = 10$ Monaten.
- Nach 12 Monaten: Ende des Graphen bei 1800 Liter.

b) **Ergebnis: Der Tank wird um 2000 Liter aufgefüllt.**

- Bei $x = 10$ springt der Graph senkrecht von 1000 auf 3000 Liter.
- Es wird also Öl eingefüllt: $3000 - 1000 = 2000$ Liter kommen dazu (die Ölmenge verdreifacht sich).
- Antwort: Der Tank wird um 2000 Liter aufgefüllt.

c) **Ergebnis:** ≈ 1833 **Liter**

- Zwischen Monat 2 (2500 Liter) und Monat 5 (1500 Liter) nimmt der Inhalt gleichmässig ab: 1000 Liter in 3 Monaten, also $\frac{1000}{3}$ Liter pro Monat.
- Von Monat 2 bis 4 vergehen 2 Monate: $y = 2500 - 2 \cdot \frac{1000}{3} \approx 1833$ Liter.
- Wichtig: rechnen, nicht nur im Diagramm schätzen.

d) **Ergebnis:** $y = 4500 - 1000x$

- Startwert bei $x = 0$: 4500 Liter.
- Nach 2 Monaten noch 2500 Liter: Abnahme 2000 Liter in 2 Monaten, also 1000 Liter pro Monat (Steigung -1000).
- $y = 4500 - 1000x$

---

7 Drei spezielle Würfel

4 Punkte

a) **Ergebnis:** $P(2,2,2) = \frac{1}{9} \approx 11\%$

- Die Würfel sind unabhängig, also Wahrscheinlichkeiten multiplizieren.
- $P(2,2,2) = \frac{2}{6} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{6} = \frac{1}{9} = 0.\overline{1} \approx 11\%$

b) **Ergebnis:** $\frac{5}{36} \approx 14\%$

- Drei Möglichkeiten: alle 2, alle 4 oder alle 6. Die Wahrscheinlichkeiten addieren.
- $P(4,4,4) = \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{6} = \frac{1}{54}, P(6,6,6) = \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{108}$

- $P = \frac{1}{9} + \frac{1}{54} + \frac{1}{108} = \frac{12+2+1}{108} = \frac{15}{108} = \frac{5}{36} = 0.13\overline{8} \approx 14\%$

c) **Ergebnis:** $\frac{1}{27} \approx 3.7\%$

- Summe 16 geht nur mit zweimal 6 und einmal 4: $(6,6,4)$, $(6,4,6)$, $(4,6,6)$.
- $P(6,6,4) = \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{6} = \frac{1}{54}$
- $P(6,4,6) = \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{108}$, $P(4,6,6) = \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{108}$
- $P = \frac{1}{54} + \frac{1}{108} + \frac{1}{108} = \frac{4}{108} = \frac{1}{27} = 0.\overline{037} \approx 3.7\%$

---

8 Trapez im Quadrat

4 Punkte

a) **Ergebnis:** $A_T = 18\ \text{cm}^2$

- Seitenlänge des Quadrats: $\overline{AB} = \sqrt{36} = 6$ cm. Damit sind $\overline{DE}$, $\overline{FB}$, $\overline{AG}$ und $\overline{AH}$ je $6 - 2 = 4$ cm lang.
- Idee: Vom Quadrat die vier rechtwinkligen Restdreiecke in den Ecken abziehen.
- Ecke C: $\frac{2 \cdot 2}{2} = 2$, Ecke D: $\frac{4 \cdot 2}{2} = 4$, Ecke B: $\frac{4 \cdot 2}{2} = 4$, Ecke A: $\frac{4 \cdot 4}{2} = 8$
- $A_T = 36 - 2 - 4 - 4 - 8 = 18\ \text{cm}^2$

b) **Ergebnis:** $h \approx 4.24\ \text{cm}$

- Die parallelen Seiten sind Hypotenusen der Eckdreiecke: $\overline{HG} = \sqrt{4^2 + 4^2} \approx 5.66$ cm, $\overline{EF} = \sqrt{2^2 + 2^2} \approx 2.83$ cm.
- Trapezformel nach h auflösen: $18 = \frac{5.66 + 2.83}{2} \cdot h$, also $h \approx 4.24$ cm.
- Andere Möglichkeit: $\overline{FG} = \sqrt{4^2 + 2^2} \approx 4.47$ cm und $h = \sqrt{4.47^2 - \left(\frac{5.66 - 2.83}{2}\right)^2} \approx 4.24$ cm.

---

9 Prisma mit Parallelogramm-Grundfläche

4 Punkte

a) **Ergebnis:** $V = 1440\ \text{cm}^3$

- Volumen = Grundfläche · Höhe des Prismas; Grundfläche des Parallelogramms = $\overline{AB} \cdot h$.
- $V = \overline{AB} \cdot h \cdot \overline{BF} = 9\ \text{cm} \cdot 8\ \text{cm} \cdot 20\ \text{cm} = 1440\ \text{cm}^3$

b) **Ergebnis:** $\overline{AJ} = 15\ \text{cm}$

- Das Dreieck AJC ist rechtwinklig bei J, und $\overline{CJ} = h = 8$ cm.
- Pythagoras: $\overline{AJ} = \sqrt{\overline{AC}^2 - h^2} = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{225} = 15\ \text{cm}$

c) **Ergebnis:** $\overline{DF} \approx 21.75\ \text{cm}$

- $\overline{BJ} = \overline{AJ} - \overline{AB} = 15 - 9 = 6$ cm, also $\overline{BI} = \overline{AB} - \overline{BJ} = 9 - 6 = 3$ cm (denn $\overline{AI} = \overline{BJ} = 6$ cm).
- Diagonale der Grundfläche: $\overline{BD} = \sqrt{\overline{BI}^2 + h^2} = \sqrt{3^2 + 8^2} = \sqrt{73} \approx 8.544$ cm
- D, B, F und H bilden ein Rechteck (die Kante $\overline{BF}$ steht senkrecht auf der Grundfläche). $\overline{DF}$ ist seine Diagonale:
- $\overline{DF} = \sqrt{\overline{BD}^2 + \overline{BF}^2} = \sqrt{8.544^2 + 20^2} \approx 21.75$ cm