

Mathematik

90 Minuten · 9 Aufgaben · 34 Punkte

Name: _____

- 90 Minuten
- Nur übliche Sekundarschulrechner erlaubt
- Alle Aufgaben im Heft lösen, kein zusätzliches Notizpapier
- Lösungswege müssen klar ersichtlich sein

1 Terme, Gleichung, Bruchrechnen

6 Punkte

a) Vereinfache den folgenden Term so weit wie möglich:

$$\frac{(4x)^2 + 11x^2}{15x^2y} : \frac{3}{xy}$$

Term: _____

b) Löse folgende Gleichung nach x auf.

$$16 - 16 \cdot (2x + 1) = 6x - 3 \cdot (3 - 4x)$$

 x : _____

c) Berechne und gib das Ergebnis auf 2 Stellen nach dem Komma gerundet an:

$$3\frac{1}{17} : 0.26 + \frac{737}{13} \cdot (-0.25)^2 =$$

Ergebnis: _____

2 Tunnel auf der Karte

2 Punkte

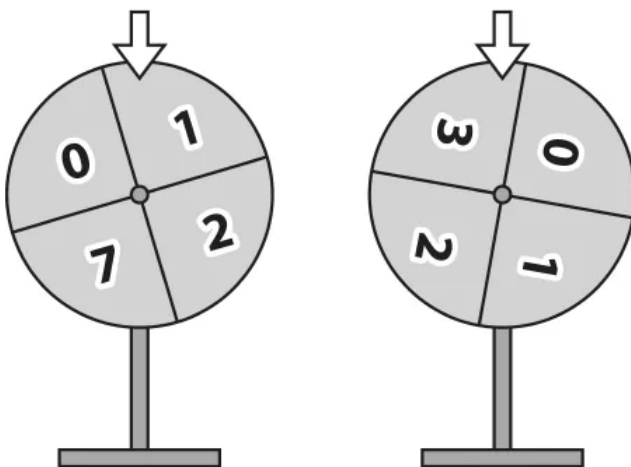
Auf einer Karte im Massstab 1 : 25 000 misst der Simplontunnel 79.2 cm. Berechne, wie viel auf dieser Karte der Furkatunnel misst, der 3.6 km kürzer ist als der Simplontunnel.

Furkatunnel auf der Karte: _____ cm

3 Glücksräder am Messestand

4 Punkte

An einem Messestand hat eine Schokoladenfirma zwei Glücksräder aufgestellt. Als Besucher kann man beide Räder einmal drehen und Schokolädchen gewinnen. Die Anzahl wird bestimmt, indem die beiden erdrehten Zahlen miteinander multipliziert werden. Im Beispiel unten sind es $1 \cdot 3 = 3$ Stück.



- a) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass man *kein* Schokolädchen gewinnt.

Wahrscheinlichkeit: _____

- b) Bei diesem Spiel kann man maximal 21 Schokolädchen gewinnen. 93 Personen ist das während der Messe gelungen. Wie viele Personen haben wohl insgesamt an den Rädern gedreht? Waren es etwa 700, 1500, 2500, 3500 oder 5000 Personen? Begründe deine Wahl mit einer Rechnung.

Anzahl Personen (700 / 1500 / 2500 / 3500 / 5000): _____

4 Knaben und Mädchen am Schulfest

4 Punkte

An einem Schulfest feiern zu Beginn 3-mal so viele Knaben wie Mädchen. Nachdem 18 Knaben das Fest verlassen haben und 7 Mädchen neu dazugekommen sind, befinden sich gerade halb so viele Mädchen wie Knaben am Fest. Berechne, wie viele Knaben und wie viele Mädchen am Schluss am Schulfest anwesend sind.

Für eine Lösung, die auf einer *Gleichung* basiert, gibt es einen Zusatzpunkt.

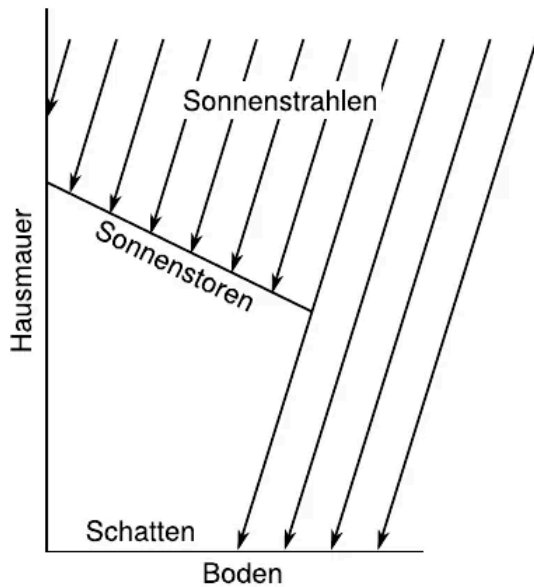
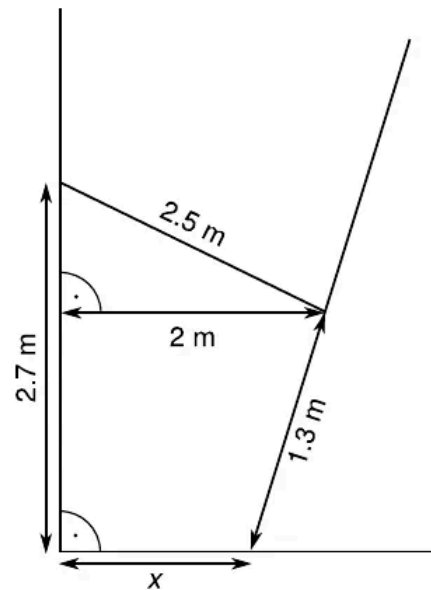
Knaben am Schluss: _____

Mädchen am Schluss: _____

5 Schatten unter dem Sonnenstoren

3 Punkte

Auf einer Terrasse sorgt ein an der Hausmauer montierter Sonnenstoren für Schatten. Die Situation ist in den beiden unten abgebildeten Skizzen nicht massstabsgetreu dargestellt.



Berechne die Schattenlänge x . Entnimm dafür die nötigen Längenangaben der rechten Skizze.

x : _____ m

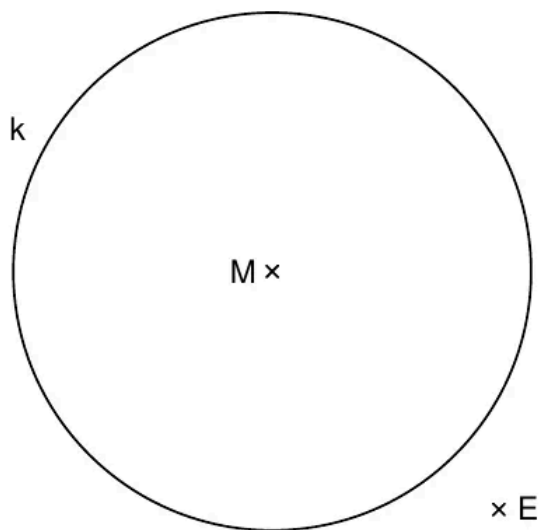
6 Rhombus konstruieren

4 Punkte

Von einem Rhombus ABCD mit den Diagonalen AC und BD weiss man Folgendes:

- Die Ecken A und D liegen auf der Kreislinie k .
- Die Ecke B liegt auf der Strecke PQ.
- E (siehe Abbildung) ist der Diagonalschnittpunkt.

Konstruiere den Rhombus, und zwar *alle* Lösungen.



7 Tropfender Wasserhahn

3 Punkte

Unter einen tropfenden Wasserhahn wird ein quaderförmiges Gefäss mit einer Grundfläche von $18 \text{ cm} \times 32 \text{ cm}$ gestellt. Pro Minute fallen 90 Wassertropfen in das Gefäss. Ein Wassertropfen hat durchschnittlich ein Volumen von 0.05 ml . Berechne, wie hoch das Wasser im Gefäss nach $5\frac{1}{3}$ Stunden steht.

Wasserhöhe: _____ cm



Würfelkörper aus Schablone

3 Punkte

Zeichne einen Würfelkörper, der alle drei Öffnungen der unten abgebildeten Schablone vollständig ausfüllt, in den Würfel im Punktepapier.

Du kannst das Punktepapier links für deine Skizzen gebrauchen. Zeichne deine *endgültige Lösung* ins Punktepapier *rechts*.

Zeit im Internet

5 Punkte

Die 24 Schülerinnen und Schüler einer Klasse werden über die Zeit befragt, die sie täglich im Internet verbringen. Die Ergebnisse sind im abgebildeten Diagramm dargestellt.

- a) Berechne in Prozent den Anteil der Klasse, der mehr als 40 Minuten pro Tag im Internet verbringt.

Anteil: _____ %

- b) Die von den Jugendlichen aus Säule D täglich insgesamt im Internet verbrachte Zeit macht 70 % der von der ganzen Klasse täglich im Internet verbrachten Zeit aus. Die Jugendlichen von Säule D beschränken nun die Zeit, welche sie täglich im Internet verbringen, auf je eine Stunde. Dadurch reduziert sich die von der ganzen Klasse täglich im Internet verbrachte Zeit um 720 Minuten. Berechne die von der ganzen Klasse täglich im Internet verbrachte Zeit *vor* der Reduktion.

Zeit der ganzen Klasse: _____ h

- c) Im Folgenden betrachten wir diejenigen Jugendlichen im Diagramm, die höchstens eine Stunde pro Tag im Internet verbringen. Wir interessieren uns dafür, wie lange einer dieser Jugendlichen durchschnittlich online ist. Berechne, wie lange diese durchschnittliche Zeit höchstens sein kann.

Höchstens: _____ min

Lösungen

Gymiprüfung 2014 Mathematik Kurzgymnasium. Lösungswege von Fokus Nachhilfe nach der offiziellen Lösung des Kantons.

1 Terme, Gleichung, Bruchrechnen

6 Punkte

a) **Ergebnis:** $\frac{3}{5}x$

- Zähler: $(4x)^2 + 11x^2 = 16x^2 + 11x^2 = 27x^2$
- Durch einen Bruch dividieren heisst mit dem Kehrwert multiplizieren:

$$\frac{27x^2}{15x^2y} \cdot \frac{xy}{3} = \frac{27x^3y}{45x^2y}$$

- Kürzen (x^2y und 9): $\frac{27x}{45} = \frac{3}{5}x$

b) **Ergebnis:** $x = \frac{9}{50} = 0.18$

- Klammern auflösen: $16 - 32x - 16 = 6x - 9 + 12x$
- Zusammenfassen: $-32x = 18x - 9$
- $-50x = -9$
- $x = \frac{9}{50} = 0.18$

c) **Ergebnis:** 15.31

- Alles in Brüche umwandeln: $3\frac{1}{17} = \frac{52}{17}, 0.26 = \frac{13}{50}, (-0.25)^2 = \frac{1}{16}$
- $\frac{52}{17} : \frac{13}{50} = \frac{52}{17} \cdot \frac{50}{13} = \frac{200}{17}$
- $\frac{737}{13} \cdot \frac{1}{16} = \frac{737}{208}$
- $\frac{200}{17} + \frac{737}{208} = \frac{41600+12529}{3536} = \frac{54129}{3536} \approx 15.3079$
- Gerundet: 15.31

2 Tunnel auf der Karte

2 Punkte

Ergebnis: 64.8 cm

- Rechne den Unterschied auf die Karte um: $3.6 \text{ km} = 360\,000 \text{ cm}$
- Auf der Karte: $360\,000 : 25\,000 = 14.4 \text{ cm}$
- Furkatunnel: $79.2 - 14.4 = 64.8 \text{ cm}$

3 Glücksräder am Messestand

4 Punkte

a) Ergebnis: $\frac{7}{16} = 0.4375 = 43.75\%$

- Man gewinnt nichts, wenn das Produkt 0 ist, also wenn mindestens ein Rad auf 0 stehen bleibt.
- Jedes Rad hat 4 gleich grosse Felder, eines davon ist 0.
- Gegenereignis: Beide Räder zeigen *nicht* 0: $\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{16}$
- Also: $1 - \frac{9}{16} = \frac{7}{16} = 0.4375 = 43.75\%$

b) Ergebnis: etwa 1500 Personen

- 21 Stück gibt es nur mit $7 \cdot 3$: links 7 und rechts 3.
- Wahrscheinlichkeit: $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$
- Etwa jede 16. Person gewinnt 21 Stück: $93 \cdot 16 = 1488$
- Das sind etwa **1500** Personen.

4 Knaben und Mädchen am Schulfest

4 Punkte

Ergebnis: 78 Knaben, 39 Mädchen

- Zu Beginn: x Mädchen und $3x$ Knaben.
- Am Schluss: $x + 7$ Mädchen und $3x - 18$ Knaben.
- Mädchen sind halb so viele wie Knaben, also Knaben = $2 \cdot$ Mädchen:

$$3x - 18 = 2 \cdot (x + 7)$$

- $3x - 18 = 2x + 14 \Rightarrow x = 32$
- Am Schluss: Mädchen $32 + 7 = 39$, Knaben $3 \cdot 32 - 18 = 78$
- Kontrolle: 39 ist die Hälfte von 78.

5 Schatten unter dem Sonnenstoren

3 Punkte

Ergebnis: $x = 1.5$ m

- Oberes rechtwinkliges Dreieck (Storen 2.5 m, waagrecht 2 m): Höhe mit Pythagoras

$$\sqrt{2.5^2 - 2^2} = \sqrt{6.25 - 4} = \sqrt{2.25} = 1.5 \text{ m}$$

- Höhe der Storenspitze über dem Boden: $2.7 - 1.5 = 1.2 \text{ m}$
- Unteres rechtwinkliges Dreieck (Sonnenstrahl 1.3 m, Höhe 1.2 m): waagrechte Strecke

$$\sqrt{1.3^2 - 1.2^2} = \sqrt{1.69 - 1.44} = \sqrt{0.25} = 0.5 \text{ m}$$

- Der Strahl trifft den Boden 0.5 m näher zur Mauer als die Storenspitze: $x = 2 - 0.5 = 1.5 \text{ m}$

6 Rhombus konstruieren

4 Punkte

Ergebnis: Zwei Lösungen: A_1BC_1D und A_2BC_2D .

- Im Rhombus halbieren sich die Diagonalen in E. Also ist D das Spiegelbild von B am Punkt E.
- Spiegle den Kreis k am Punkt E: Mittelpunkt M wird zu M', der Kreis k' hat denselben Radius.
- B liegt auf PQ, und D auf k heisst: B liegt auch auf k'. Der Schnittpunkt von k' mit PQ ist **B**.
- Spiegle B an E: das gibt **D** (liegt auf k).
- Die Diagonalen eines Rhombus stehen senkrecht aufeinander: Zeichne durch E die Senkrechte l zu BD.
- l schneidet k in zwei Punkten A_1 und A_2 . Spiegle sie an E: das gibt C_1 und C_2 .
- Es gibt zwei Rhomben: A_1BC_1D und A_2BC_2D .

- Alternative: PQ an E spiegeln; der Schnittpunkt der gespiegelten Strecke mit k ist D.

7 Tropfender Wasserhahn

3 Punkte

Ergebnis: $2.5 \text{ cm} = 25 \text{ mm} = 0.25 \text{ dm}$

- Zeit: $5\frac{1}{3} \text{ h} = 320 \text{ min}$
- Wasser pro Minute: $90 \cdot 0.05 = 4.5 \text{ ml}$
- Wasser insgesamt: $320 \cdot 4.5 = 1440 \text{ ml} = 1440 \text{ cm}^3$
- Grundfläche: $18 \cdot 32 = 576 \text{ cm}^2$
- Höhe = Volumen : Grundfläche: $1440 : 576 = 2.5 \text{ cm}$

8 Würfelkörper aus Schablone

3 Punkte

Ergebnis: Würfelkörper aus 8 kleinen Würfeln, siehe Lösungsgrafik.

- Denk dir den grossen Würfel aus $3 \times 3 \times 3$ kleinen Würfeln. Jede Ansicht zeigt, welche Felder von dieser Seite aus besetzt sein müssen.
- **Von vorne (T):** oben die ganze Breite, darunter nur die mittlere Spalte.
- **Von oben (Kreuz):** die oberste Schicht ist ein Kreuz aus 5 Würfeln.
- **Von rechts:** oben die ganze Tiefe, in der Mitte nur die mittlere Reihe, unten die vordere und die mittlere Reihe.

- Daraus folgt: oberste Schicht = Kreuz (5 Würfel), mittlere Schicht = 1 Würfel in der Mitte, unterste Schicht = 1 Würfel in der Mitte und 1 Würfel direkt davor. Zusammen 8 Würfel.
- Kontrolle: Jede der drei Öffnungen wird genau ausgefüllt.

9 Zeit im Internet

5 Punkte

a) Ergebnis: $58.\overline{3}\%$

- Mehr als 40 Minuten: Säulen C und D, also $5 + 9 = 14$ Personen.
- Anteil: $\frac{14}{24} = \frac{7}{12} = 0.58\overline{3} = 58.\overline{3}\%$

b) Ergebnis: 30 h

- Säule D hat 9 Personen. Nach der Reduktion surfen sie zusammen $9 \cdot 60 = 540$ min.
- Vorher war es also $540 + 720 = 1260$ min.
- Das sind 70 % der Gesamtzeit: $1260 : 0.7 = 1800$ min = 30 h

c) Ergebnis: 41 min 20 s = $41.\overline{3}$ min

- Höchstens eine Stunde: Säulen A, B, C mit $4 + 6 + 5 = 15$ Personen.
- Für den grösstmöglichen Durchschnitt nimmst du bei jeder Gruppe die obere Grenze: A 20 min, B 40 min, C 60 min.
- Gesamtzeit: $4 \cdot 20 + 6 \cdot 40 + 5 \cdot 60 = 80 + 240 + 300 = 620$ min
- Durchschnitt: $620 : 15 = 41.\overline{3}$ min = 41 min 20 s