

Mathematik

90 Minuten · 9 Aufgaben · 41 Punkte

Name: _____

- 90 Minuten
- Taschenrechner nur auf Niveau übliche Sekundarschulrechner
- Alle Lösungen ins Prüfungsheft, kein Notizpapier
- Lösungswege klar ersichtlich

1 Gleichung, Term, Zeiteinheiten

6 Punkte

a) Löse die Gleichung nach x auf.

$$10 - \frac{3x}{4} = 7 - \frac{3x}{2}$$

x: _____

b) Vereinfache den Term so weit wie möglich.

$$\frac{18a - 14a}{6} \cdot \frac{6a - 12}{4a}$$

Vereinfachter Term: _____

c) Berechne die Summe, und trage die Lösung in die Lücken ein.

$$15\,684\text{ s} + 955\text{ min} + 8.2\text{ h} + \frac{13}{72}\text{ d} =$$

_____ d _____ h _____ min _____ s

d: _____ d

h: _____ h

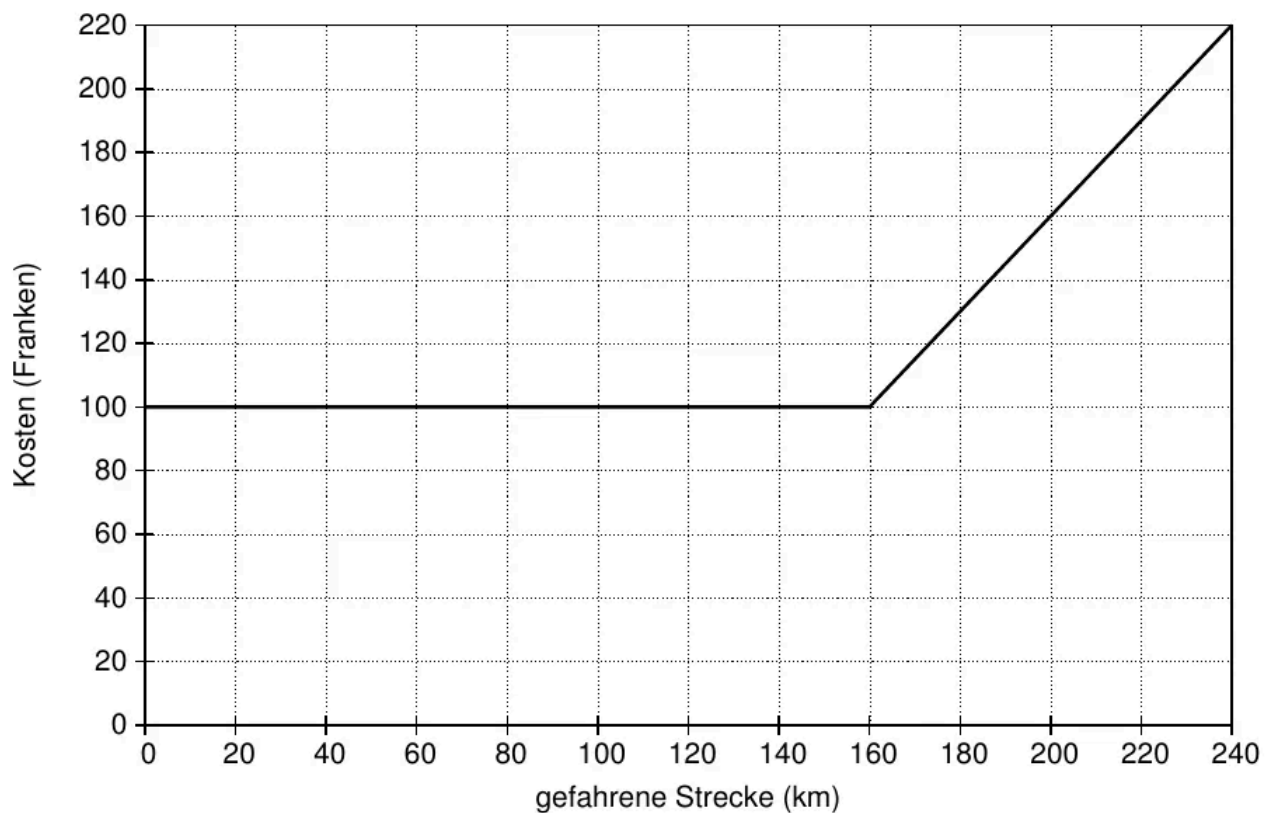
min: _____ min

s: _____ s

2 Mietauto-Kosten im Diagramm

5 Punkte

Autovermieter Baas verlangt eine Grundtaxe von a Franken. Die ersten b gefahrenen Kilometer sind in dieser Taxe inbegriffen. Jeder weitere gefahrene Kilometer kostet c Franken. Im unten abgebildeten Diagramm sind die Kosten in Abhängigkeit der gefahrenen Strecke dargestellt.



a) Bestimme anhand des Diagramms die Werte für a , b und c .

$a =$

_____, $b =$ _____, $c =$ _____

a: _____ Fr.

b: _____ km

c: _____ Fr.

- b) Autovermieter Idua verlangt eine Grundtaxe von 60 Franken. In dieser Taxe sind keine gefahrenen Kilometer inbegriffen. Jeder gefahrene Kilometer kostet 50 Rappen. Stelle die Kosten in Abhängigkeit der gefahrenen Strecke im oben abgebildeten Diagramm dar.
- c) Frau Spar möchte möglichst wenig für ihr Mietauto bezahlen. In welchen Fällen sollte sie dann das Auto bei Baas statt Idua mieten?

mehr als ... km: _____ km

weniger als ... km: _____ km

3 Benzinkosten Schweiz und USA

5 Punkte

Herr Rieser verbringt seine Ferien in den USA. Er vergleicht die Benzinkosten für sein Mietauto in den USA mit denjenigen für sein eigenes Auto in der Schweiz. Es gelten folgende Umrechnungen:

1 Meile = 1.609 Kilometer

1 Dollar = CHF 0.98

Entnimm die weiteren für die Rechnungen nötigen Angaben der Tabelle.

	Schweiz	USA
Benzinpreis:	CHF 1.64 für 1 Liter	2.53 Dollar für 4.79 Liter
Benzinverbrauch:	6 Liter für 100 km	4.79 Liter für 18 Meilen

- a) Berechne, wie viele Franken Benzinkosten Herrn Rieser in der Schweiz für 85 km Autofahren entstehen.

Benzinkosten: _____ CHF

- b) Berechne, wie viele Franken Benzinkosten Herrn Rieser in den USA für 85 km Autofahren entstehen.

Benzinkosten: _____ CHF

- c) Zurück in der Schweiz stellt Herr Rieser fest, dass der Benzinpreis inzwischen von CHF 1.64 auf CHF 1.42 pro Liter gesunken ist. Berechne, um wieviel Prozent der Preis gesunken ist.

Preissenkung: _____ %

4

Kaffeerahmdeckel verschenken

4 Punkte

Mario und Theresa sammeln Kaffeerahmdeckel. Mario hat viermal so viele Deckel wie Theresa. Nun schenkt Mario Theresa 64 Deckel. Er hat dann noch doppelt so viele Deckel wie Theresa. Berechne, wie viele Deckel Mario *am Anfang* hatte.

Für die volle Punktzahl wird eine Lösung mit Hilfe einer *Gleichung* verlangt.

5 Zahlenfolgen fortsetzen

In den folgenden Teilaufgaben geht es um Zahlenfolgen. Überlege dir jeweils, wie die nächsten Zahlen lauten, versuche eine Gesetzmässigkeit zu erkennen, und löse die gestellten Aufgaben.

a) 3, 10, 17, 24, 31, ...

b) 64, 81, 100, 121, 144, ...

a1) Folge 3, 10, 17, 24, 31, ...

Gib die erste Zahl dieser Zahlenfolge an, die über 100 ist: _____.

Zahl: _____

a2) Folge 3, 10, 17, 24, 31, ...

Entscheide durch eine Rechnung, ob 570 zu dieser Zahlenfolge gehört oder nicht.

570 (gehört dazu / gehört nicht dazu): _____

a3) Folge 3, 10, 17, 24, 31, ...

Die 1000. Zahl dieser Zahlenfolge ist: _____.

1000. Zahl: _____

b1) Folge 64, 81, 100, 121, 144, ...

Die 10. Zahl dieser Zahlenfolge ist: _____.

10. Zahl: _____

b2) Folge 64, 81, 100, 121, 144, ...

Die 100. Zahl dieser Zahlenfolge ist: _____.

100. Zahl: _____

6 Würfeln beim Brettspiel

5 Punkte

Bei einem Brettspiel gewinnt man, wenn man seine Spielfigur *genau* auf das Feld «Ziel» befördert. Gewürfelt wird bei jedem Spielzug mit zwei Würfeln gleichzeitig. Die Spielfigur wird jeweils um die Summe der beiden gewürfelten Zahlen Richtung Ziel bewegt. (Es werden gewöhnliche Würfel mit den Zahlen 1 bis 6 verwendet.)

- a) Maras Spielfigur steht auf dem Feld mit dem Stern (☆). Mara ist an der Reihe mit Würfeln. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass sie in einem Spielzug gewinnt.

Wahrscheinlichkeit: _____

- b) Leo hat ausgerechnet, dass er mit der Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{9}$ im nächsten Spielzug gewinnt. Wie viele Felder ist Leo vom Ziel entfernt? Notiere alle möglichen Lösungen.

kleinere Möglichkeit: _____ Felder

grössere Möglichkeit: _____ Felder

7 Dreieck aus Höhenschnittpunkt

3 Punkte

Von einem Dreieck ABC sind unten die Eckpunkte A und B sowie der Höhenschnittpunkt H vorgegeben. Konstruiere das Dreieck.

8 Würfel und Würfelnetz

4 Punkte

Der abgebildete Würfel trägt auf seiner Vorderseite den Buchstaben «F». Der Würfel wird so auf die graue Fläche des Würfelnetzes gestellt, dass sich die eingekreiste Ecke sowie die Diagonale decken. Dann wird der Würfel zum Netz aufgefaltet.

- a) Zeichne die im Netz an zwei Stellen fett eingezeichnete Kante im Würfel ein.
- b) Zeichne die Ecke P im Netz ein.
- c) Zeichne den Buchstaben «F» im Netz ein. Achte dabei auf die korrekte Lage des Buchstabens «F».

9**Quadratische Pyramide**

4 Punkte

Wir betrachten eine quadratische Pyramide.

- a) Bekannt sind die Seitenkante $k = 17$ cm sowie die Höhe $h = 15$ cm der Pyramide.
Berechne die Grundkante a .

a: _____ cm

- b) Der Flächeninhalt des Pyramidennetzes beträgt $17x^2$, und die Grundkante beträgt x .
Berechne die Höhe h_s des Seitendreiecks. Gesucht ist ein Ausdruck mit x .

h_s: _____

Lösungen

Gymiprüfung 2015 Mathematik Kurzgymnasium. Lösungswege von Fokus Nachhilfe nach der offiziellen Lösung des Kantons.

1 Gleichung, Term, Zeiteinheiten

6 Punkte

a) **Ergebnis:** $x = -4$

- Mit 4 multiplizieren, damit die Brüche verschwinden: $40 - 3x = 28 - 6x$
- $+6x$ und -40 auf beiden Seiten: $3x = -12$
- Durch 3 teilen: $x = -4$
- Probe: $10 - \frac{-12}{4} = 13$ und $7 - \frac{-12}{2} = 13 \checkmark$

b) **Ergebnis:** $a - 2$

- Zuerst den ersten Zähler zusammenfassen: $18a - 14a = 4a$
- $\frac{4a}{6} \cdot \frac{6a-12}{4a}$: $4a$ kürzt sich weg, es bleibt $\frac{6a-12}{6}$
- Jeden Summanden durch 6 teilen: $\frac{6a-12}{6} = a - 2$

c) **Ergebnis:** 1 d 8 h 48 min 24 s

Rechne jeden Summanden in h, min und s um:

- 15 684 s: $15\,684 : 3600 = 4$ Rest 1284; $1284 : 60 = 21$ Rest 24 $\rightarrow$ 4 h 21 min 24 s
- 955 min = 15 h 55 min (denn $15 \cdot 60 = 900$)
- 8.2 h = 8 h 12 min (denn $0.2 \cdot 60 = 12$)
- $\frac{13}{72}$ d = $\frac{13}{72} \cdot 24$ h = $\frac{13}{3}$ h = 4 h 20 min

Zusammenzählen:

- Sekunden: 24 s
- Minuten: $21 + 55 + 12 + 20 = 108$ min = 1 h 48 min
- Stunden: $4 + 15 + 8 + 4 + 1 = 32$ h = 1 d 8 h

Ergebnis: 1 d 8 h 48 min 24 s

2 Mietauto-Kosten im Diagramm

5 Punkte

a) **Ergebnis:** $a = 100, b = 160, c = 1.50$

- Die Grundtaxe liest du beim Start ab: Bei 0 km kostet es 100 Fr. $\rightarrow a = 100$

- Bis 160 km bleibt die Linie waagrecht, diese Kilometer sind inbegriffen $\rightarrow b = 160$
- Von 160 km bis 240 km (80 km mehr) steigen die Kosten von 100 Fr. auf 220 Fr. (120 Fr. mehr): $c = \frac{120}{80} = 1.50$ Fr. pro km

b) Ergebnis: Gerade von (0 km | 60 Fr.) bis (240 km | 180 Fr.)

- Kosten bei Idua: $60 + 0.5 \cdot \text{Strecke}$ (in Fr.)
- Zwei Punkte genügen: bei 0 km kostet es 60 Fr., bei 240 km kostet es $60 + 0.5 \cdot 240 = 180$ Fr.
- Verbinde $(0 | 60)$ und $(240 | 180)$ mit einer Geraden. Kontrolle: bei 80 km ergibt das 100 Fr., bei 200 km 160 Fr.

c) Ergebnis: Falls Frau Spar mehr als 80 km und weniger als 200 km fährt, sollte sie das Auto bei Baas mieten.

- Baas ist dort günstiger, wo seine Linie *unter* der Idua-Linie liegt.
- Erster Schnittpunkt (Baas noch waagrecht): $60 + 0.5x = 100 \rightarrow x = 80$ km
- Zweiter Schnittpunkt: $100 + 1.5 \cdot (x - 160) = 60 + 0.5x \rightarrow 1.5x - 140 = 60 + 0.5x \rightarrow x = 200$ km
- Also: Bei mehr als 80 km und weniger als 200 km ist Baas günstiger.

3 Benzinkosten Schweiz und USA

5 Punkte

a) Ergebnis: CHF 8.35 oder CHF 8.364

- Verbrauch für 85 km: $\frac{6}{100} \cdot 85 = 5.1$ Liter
- Kosten: $5.1 \cdot 1.64 = 8.364 \rightarrow$ CHF 8.364, gerundet CHF 8.35

b) Ergebnis: CHF 7.30 oder CHF 7.277

Geschickt: In den USA bezahlt er für 4.79 Liter genau 2.53 Dollar, und mit 4.79 Litern fährt er 18 Meilen. Also kosten 18 Meilen 2.53 Dollar.

- 18 Meilen in km: $18 \cdot 1.609 = 28.962$ km
- 2.53 Dollar in Franken: $2.53 \cdot 0.98 = 2.4794$ CHF
- Also kosten 28.962 km genau CHF 2.4794.
- Für 85 km: $\frac{85}{28.962} \cdot 2.4794 \approx 7.277 \rightarrow$ CHF 7.277, gerundet CHF 7.30

c) Ergebnis: 13.41 %

- Der Preis ist um $1.64 - 1.42 = 0.22$ CHF gesunken.
- Diese Senkung im Verhältnis zum alten Preis (= 100 %): $\frac{0.22}{1.64} \approx 0.1341 = 13.41 \%$

4 Kaffeerahmdeckel verschenken

4 Punkte

Ergebnis: 384 Deckel

- Theresa hat am Anfang x Deckel, Mario $4x$.
- Nach dem Schenken: Mario $4x - 64$, Theresa $x + 64$.
- Mario hat dann doppelt so viele: $4x - 64 = 2 \cdot (x + 64)$
- $4x - 64 = 2x + 128 \rightarrow 2x = 192 \rightarrow x = 96$
- Mario hatte am Anfang $4 \cdot 96 = 384$ Deckel.
- Probe: Danach hat Mario 320, Theresa 160 ✓

5 Zahlenfolgen fortsetzen

a1) Ergebnis: 101

- Die Zahlen wachsen immer um 7. Die n -te Zahl ist $3 + 7 \cdot (n - 1)$.
- Alle Zahlen haben beim Teilen durch 7 den Rest 3.
- $98 = 7 \cdot 14$ ist ein Vielfaches von 7, also ist $98 + 3 = 101$ die erste Zahl über 100.

a2) Ergebnis: 570 gehört zur gegebenen Zahlenfolge.

- Jede Zahl der Folge ist 3 plus ein Vielfaches von 7.
- $570 - 3 = 567 = 7 \cdot 81 \rightarrow 570$ gehört dazu (es ist die 82. Zahl).

a3) Ergebnis: 6996

- Von der 1. bis zur 1000. Zahl kommt 999-mal 7 dazu.
- $3 + 999 \cdot 7 = 3 + 6993 = 6996$

b1) Ergebnis: 289

- Es sind Quadratzahlen: $8^2, 9^2, 10^2, 11^2, 12^2, \dots$
- Die n -te Zahl ist $(n + 7)^2$.
- 10. Zahl: $17^2 = 289$

b2) Ergebnis: 11'449

- Die n -te Zahl ist $(n + 7)^2$.
- 100. Zahl: $107^2 = 11\,449$

6

Würfeln beim Brettspiel

5 Punkte

a) Ergebnis: $\frac{6}{36} = \frac{1}{6} = 0.\overline{16} = 16.\overline{6} \%$

- Zähle die Felder: Vom Stern bis zum Ziel sind es 7 Felder. Mara braucht also die Augensumme 7.
- Mit zwei Würfeln gibt es $6 \cdot 6 = 36$ gleich wahrscheinliche Ergebnisse.
- Summe 7: (1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1) $\rightarrow$ 6 Ergebnisse
- Wahrscheinlichkeit: $\frac{6}{36} = \frac{1}{6} \approx 16.7 \%$

b) Ergebnis: Leo ist 5 oder 9 Felder vom Ziel entfernt.

- $\frac{1}{9} = \frac{4}{36}$: Gesucht sind Augensummen, die auf genau 4 Arten entstehen.
- Anzahl Arten je Summe: $2 \rightarrow 1, 3 \rightarrow 2, 4 \rightarrow 3, \mathbf{5 \rightarrow 4}, 6 \rightarrow 5, 7 \rightarrow 6, 8 \rightarrow 5, \mathbf{9 \rightarrow 4}, 10 \rightarrow 3, 11 \rightarrow 2, 12 \rightarrow 1$
- Summe 5: (1,4), (2,3), (3,2), (4,1); Summe 9: (3,6), (4,5), (5,4), (6,3)
- Leo ist also 5 oder 9 Felder vom Ziel entfernt.

7 Dreieck aus Höhenschnittpunkt

3 Punkte

Ergebnis: Konstruktion siehe Lösungsgrafik

Idee: Jede Höhe steht senkrecht auf der gegenüberliegenden Seite.

- Zeichne die Gerade AH . Sie ist die Höhe von A aus, steht also senkrecht auf der Seite BC .
- Zeichne durch B die Senkrechte zu AH . Auf dieser Geraden liegt die Seite BC .
- Zeichne die Gerade BH . Sie ist die Höhe von B aus, steht also senkrecht auf der Seite AC .
- Zeichne durch A die Senkrechte zu BH . Auf dieser Geraden liegt die Seite AC .
- Der Schnittpunkt der beiden Senkrechten ist C. Verbinde A, B und C.
- Kontrolle: Die Gerade CH steht senkrecht auf AB .

8 Würfel und Würfelnetz

4 Punkte

- a) **Ergebnis: Es ist die senkrechte Kante zwischen der Vorderseite (mit dem «F») und der rechten Seitenfläche.**

- Die graue Fläche ist die linke Seitenfläche des Würfels (mit der Diagonale und der eingekreisten Ecke).
- Falte das Netz in Gedanken um die graue Fläche herum: Die fett markierte Kante ist im Würfel die vordere, senkrechte Kante rechts – zwischen der Vorderseite mit dem «F» und der rechten Seitenfläche.

b) Ergebnis: Lage von P siehe Lösungsgrafik.

- P ist die Ecke oben hinten rechts am Würfel.
- Bestimme beim Falten, welche Flächen an P stossen (Deckfläche, Rückseite, rechte Seitenfläche), und suche im Netz die Ecke, an der diese Flächen zusammenkommen.
- Im Netz liegt P in der zweiten Reihe an der Ecke links oben des rechten Quadrats, also direkt über der Netz-Spalte mit der grauen Fläche (siehe Lösungsgrafik).

c) Ergebnis: Das «F» kommt ins Quadrat oben rechts, gedreht (siehe Lösungsgrafik).

- Die Vorderseite mit dem «F» grenzt an die fett markierte Kante (siehe a). Im Netz ist das das Quadrat oben rechts.
- Für die Lage des Buchstabens: Die fette Kante ist im Würfel die rechte Kante der Vorderseite, also die Seite, zu der die Querbalken des «F» zeigen.

- Im Netz liegt diese Kante unten am Quadrat oben rechts. Deshalb liegt das «F» gedreht: Der lange Strich verläuft waagrecht oben, die zwei Querbalken zeigen nach unten (siehe Lösungsgrafik).

9

Quadratische Pyramide

4 Punkte

a) **Ergebnis:** $a = 11.3 \text{ cm}$

- Höhe h , Seitenkante k und die halbe Diagonale $\frac{d}{2}$ der Grundfläche bilden ein rechtwinkliges Dreieck.
- Pythagoras: $\frac{d}{2} = \sqrt{17^2 - 15^2} = \sqrt{289 - 225} = \sqrt{64} = 8 \text{ cm}$, also $d = 16 \text{ cm}$
- Im Quadrat gilt $d = a \cdot \sqrt{2}$: $a = \frac{16}{\sqrt{2}} = 8\sqrt{2} \approx 11.3 \text{ cm}$

b) **Ergebnis:** $h_s = 8x$

- Das Netz besteht aus dem Quadrat (x^2) und 4 Dreiecken (je $\frac{x \cdot h_s}{2}$).
- $x^2 + 4 \cdot \frac{x \cdot h_s}{2} = 17x^2$
- $x^2 + 2x \cdot h_s = 17x^2 \rightarrow 2x \cdot h_s = 16x^2 \rightarrow h_s = 8x$