

Mathematik

90 Minuten · 10 Aufgaben · 39 Punkte

Name: _____

- 90 Minuten
- Taschenrechner erlaubt: TI-30 ECO RS, TI-30X IIS, CASIO FX-82 SOLAR II oder SHARP EL-501 T
- Kein zusätzliches Notizpapier
- Lösungswege klar ersichtlich darstellen
- Geometrische Konstruktionen müssen nachvollziehbar sein

1 Grundaufgaben Algebra und Geometrie

10 Punkte

a1) Vereinfache die Terme so weit wie möglich.

$$2(x - 2) - 3(1 - 2x)$$

Term: _____

a2) Vereinfache die Terme so weit wie möglich.

$$2x \cdot (3x \cdot 5z)$$

Term: _____

b) Berechne den Wert des Terms für $x = -3$ und $y = 5$.

$$4x^2 - 2y$$

Wert: _____

- c) Klammere so viel wie möglich aus.

$$24a^2b - 36abc$$

Term: _____

- d) Löse die Gleichung nach a auf.

$$4b = \frac{3a}{2} + 1$$

$a =$: _____

- e) Berechne den grössten gemeinsamen Teiler (ggT) von 72 und 180.

ggT: _____

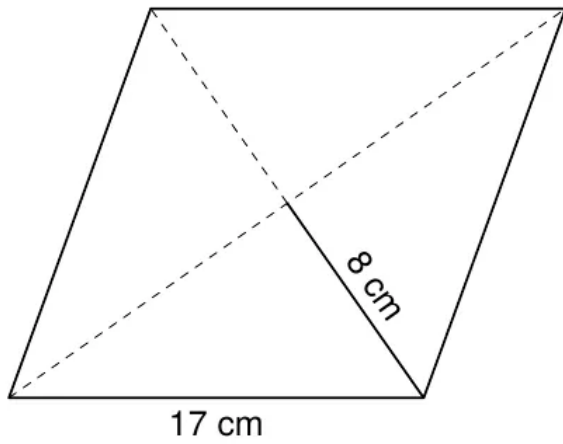
- f) Wandle in m^3 um.

$$2.45 \text{ l} =$$

$$\underline{\hspace{2cm}} \text{ m}^3$$

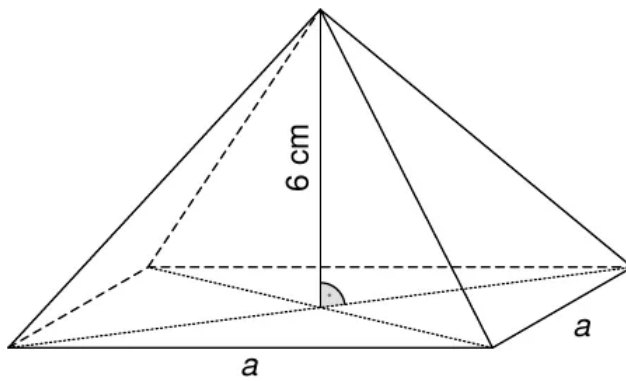
Antwort: _____ m^3

- g) Berechne den Flächeninhalt des Rhombus. Entnimm die Längenangaben der Abbildung.



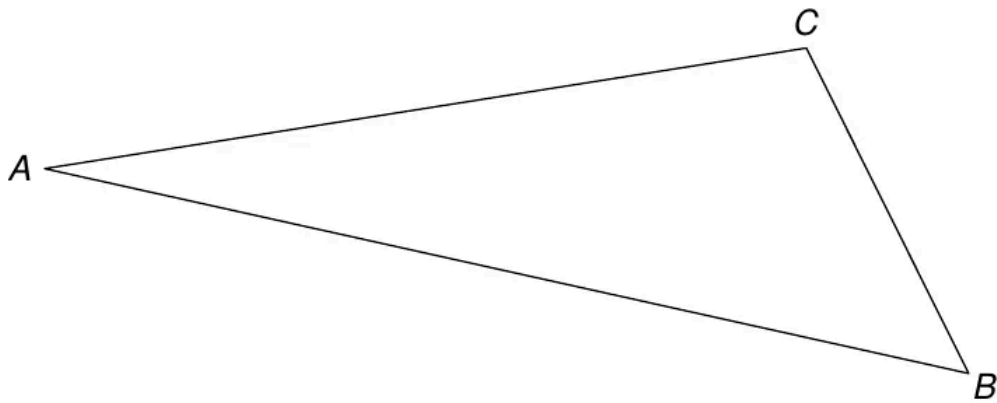
Flächeninhalt: _____ cm^2

- h) Eine Pyramide mit quadratischer Grundfläche ist 6 cm hoch und hat ein Volumen von 200 cm^3 . Berechne die Kantenlänge a der Grundfläche.



a: _____ cm

- i) Konstruiere den Umkreismittelpunkt des abgebildeten Dreiecks ABC und beschrifte ihn mit U .



2 Lineare Gleichungen lösen

4 Punkte

Löse die Gleichungen nach x auf.

a) $2 - (52x - 27) = 15 - 5(8x + 2)$

x: _____

b) $\frac{5}{7} \left(3x - \frac{1}{4} \right) = 2x + \frac{3}{14}$

x: _____

3 Bruch- und Wurzelterme vereinfachen

4 Punkte

Vereinfache die Terme so weit wie möglich

a) $\frac{2xy}{3} - \frac{25x^2y}{24} : \frac{5x}{4}$

Term: _____

b) $\frac{\sqrt{169x^2 - (5x)^2}}{\sqrt{2x}} : \frac{\sqrt{65x^2 - x^2}}{\sqrt{8x}}$

Wert: _____

4 Gleichungen zu Textaufgaben

3 Punkte

Im Folgenden werden drei verschiedene Situationen beschrieben. Stelle jeweils eine Gleichung mit der Unbekannten x auf, welche die Situation des Textes beschreibt. Ausser x darf keine weitere Unbekannte in der Gleichung vorkommen.

Die Gleichungen sollen *nicht* gelöst und auch *nicht* vereinfacht werden!

- a) Gesucht ist eine Zahl. Die Hälfte der um eins verkleinerten Zahl ist um 12 grösser als der dritte Teil der Zahl.

x

: gesuchte Zahl

Die Gleichung lautet: _____

- b) Pralinen werden in gleich grosse Schachteln abgepackt. Nachdem 5 Schachteln abgepackt sind, bleiben noch 58 unverpackte Pralinen übrig. Würden 7 Schachteln abgepackt, würden in einer Schachtel 2 Pralinen fehlen. Gesucht ist die Anzahl der Pralinen pro Schachtel.

x

: Anzahl Pralinen pro Schachtel

Die Gleichung lautet: _____

- c) Auf einem Bauernhof leben Hühner und Schafe, insgesamt 167 Tiere. Zusammen haben die Hühner und die Schafe 518 Beine. Gesucht ist die Anzahl Hühner auf dem Bauernhof.

x

: Anzahl Hühner auf dem Bauernhof

Die Gleichung lautet: _____

5 **Prozente: Fahrzeit und Zuckerdose**

3 Punkte

- a) Aufgrund einer neuen Streckenführung reduziert sich die Fahrzeit für eine Zugfahrt von 16 Minuten auf 11 Minuten. Berechne die Zeitersparnis in Prozent.

Zeitersparnis: _____ %

- b) Ist eine Dose komplett mit Zucker gefüllt, wiegen Dose und Zucker zusammen 1.46 kg.
Ist die Dose zu 60 % mit Zucker gefüllt, wiegen Dose und Zucker zusammen 0.94 kg.
Berechne das Gewicht der leeren Dose.

Gewicht der leeren Dose: _____ kg

6 Punkte im Koordinatensystem spiegeln

3 Punkte

- a) Die Gerade g verläuft parallel zur x -Achse auf der Höhe $y = 300$. Der Punkt $P(292 \mid -329)$ wird an der Geraden g gespiegelt.

Berechne die Koordinaten des gespiegelten Punktes P' :

$P'(\rule{1cm}{0.4pt}$
 $\mid \rule{1cm}{0.4pt})$

x-Koordinate: _____

y-Koordinate: _____

- b) Der Punkt $Q(181 \mid 375)$ wird am Punkt $Z(430 \mid -320)$ gespiegelt.

Berechne die Koordinaten des gespiegelten Punktes Q' :

$Q'(\rule{1cm}{0.4pt})$

$\mid \rule{1cm}{0.4pt})$

x-Koordinate: _____

y-Koordinate: _____

7 Streichhölzer und Geburtstage

4 Punkte

- a) Mahisha hält verdeckt in der einen Hand 1 kurzes und 4 lange Streichhölzer und in der anderen Hand 2 kurze und 5 lange Streichhölzer.

Theo zieht aus beiden Händen je ein Streichholz. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass Theo ein kurzes und ein langes Streichholz zieht, egal in welcher Reihenfolge.

Wahrscheinlichkeit: _____

- b) Für die Teilnahme an einem Wettbewerb muss man sein Geburtsdatum angeben.

Eine Auswertung der Daten zeigt, dass 21100 der am Wettbewerb Teilnehmenden an einem Samstag oder Sonntag geboren wurden.

Wie viele Personen haben am Wettbewerb teilgenommen? Sind es eher 68 000, 70 000, 72 000, 74 000 oder 76 000?

Gehe davon aus, dass an allen Wochentagen gleich viele Kinder geboren werden.

Begründe deine Antwort mit einer Rechnung.

Anzahl Teilnehmende (68000 / 70000 / 72000 / 74000 / 76000): _____

8 Gleich grosse Flächen

3 Punkte

Die nicht massstabsgetreue Abbildung zeigt zwei rechtwinklige Dreiecke und ein Parallelenviereck. Die drei Figuren haben den gleichen Flächeninhalt.

Berechne die Länge der Strecke x . Entnimm die Längenangaben der Abbildung.

x: _____ cm

9 Wannen mit Trapezquerschnitt

3 Punkte

- a) Eine prismenförmige Wanne mit trapezförmigem Querschnitt fasst 595 dm^3 Wasser, wenn sie komplett gefüllt ist.

(Es handelt sich um ein gerades Prisma.)

Berechne die Länge der Kante x . Entnimm die Längenangaben der Abbildung.

x: _____ dm

- b) Eine andere prismenförmige Wanne mit trapezförmigem Querschnitt fasst 450 dm^3 Wasser, wenn sie komplett gefüllt ist.

(Es handelt sich um ein gerades Prisma.)

Aus der komplett gefüllten Wanne wird so viel Wasser abgelassen, dass das Wasser nur noch halb so hoch steht.

Berechne, welcher Anteil der ursprünglichen Wassermenge sich nun noch in der Wanne befindet. Gib das Resultat als Bruch, als Dezimalzahl oder in Prozent an.

Entnimm die Längenangaben der Abbildung.

Anteil: _____

10 Kanten und Flächen von Prismen

2 Punkte

Ein dreiseitiges Prisma hat 6 Ecken, 9 Kanten und 5 Flächen.

a) Ein anderes Prisma hat 21 Kanten. Wie viele Flächen hat es?

Anzahl Flächen: _____

b) Ein beliebiges Prisma hat f Flächen. Gib eine Formel zur Berechnung der Anzahl Kanten k an.

$k =$

$k =:$ _____

Lösungen

Gymiprüfung 2025 Mathematik Kurzgymnasium. Lösungswege von Fokus Nachhilfe nach der offiziellen Lösung des Kantons.

1 Grundaufgaben Algebra und Geometrie

10 Punkte

a1) Ergebnis: $8x - 7$

- Klammern auflösen: $2x - 4 - 3 + 6x$
- Zusammenfassen: $8x - 7$

a2) Ergebnis: $30x^2z$

- Zahlen multiplizieren: $2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$
- Variablen: $x \cdot x \cdot z = x^2z$
- Ergebnis: $30x^2z$

b) Ergebnis: 26

- Einsetzen: $4 \cdot (-3)^2 - 2 \cdot 5$
- $(-3)^2 = 9$, also $4 \cdot 9 - 10 = 36 - 10 = 26$

c) Ergebnis: $12ab(2a - 3c)$

- Grösster gemeinsamer Faktor der Zahlen: $\text{ggT}(24, 36) = 12$
- Gemeinsame Variablen: a und b
- $24a^2b - 36abc = 12ab \cdot 2a - 12ab \cdot 3c = 12ab(2a - 3c)$

d) Ergebnis: $a = \frac{8b-2}{3}$ (oder äquivalent, z. B. $a = \frac{2}{3}(4b - 1)$)

- 1 subtrahieren: $4b - 1 = \frac{3a}{2}$
- Mal 2: $8b - 2 = 3a$
- Durch 3: $a = \frac{8b-2}{3}$

e) Ergebnis: 36

- Primfaktoren: $72 = 2^3 \cdot 3^2$, $180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$
- Gemeinsam: $2^2 \cdot 3^2 = 36$

f) Ergebnis: 0.00245 m^3

- $1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3$ und $1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ dm}^3$

- $2.45 \text{ l} = 2.45 \text{ dm}^3 = 2.45 : 1000 \text{ m}^3 = 0.00245 \text{ m}^3$

g) **Ergebnis:** 240 cm^2

- Die Diagonalen eines Rhombus halbieren sich und stehen senkrecht aufeinander. Die 8 cm sind eine halbe Diagonale, 17 cm ist die Seite.
- Andere halbe Diagonale mit Pythagoras: $\sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{289 - 64} = \sqrt{225} = 15 \text{ cm}$
- Diagonalen: $e = 16 \text{ cm}$, $f = 30 \text{ cm}$
- $A = \frac{e \cdot f}{2} = \frac{16 \cdot 30}{2} = 240 \text{ cm}^2$

h) **Ergebnis:** $a = 10 \text{ cm}$

- $V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h$
- $200 = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot 6 = 2a^2$
- $a^2 = 100$, also $a = 10 \text{ cm}$

i) **Ergebnis:** $U = \text{Schnittpunkt der Mittelsenkrechten}$

- Der Umkreismittelpunkt ist gleich weit von A , B und C entfernt. Er liegt deshalb auf jeder Mittelsenkrechten.
- Konstruiere mit dem Zirkel mindestens zwei Mittelsenkrechten, z. B. m_{AB} und m_{BC} .
- Ihr Schnittpunkt ist U . Beschrifte ihn.
- Da das Dreieck bei C stumpf ist, liegt U ausserhalb des Dreiecks (unterhalb von AB).

2 Lineare Gleichungen lösen

4 Punkte

a) Ergebnis: $x = 2$

- Klammern auflösen (Minus vor der Klammer dreht die Vorzeichen): $2 - 52x + 27 = 15 - 40x - 10$
- Zusammenfassen: $-52x + 29 = 5 - 40x$
- $-12x = -24$
- $x = 2$

b) Ergebnis: $x = \frac{11}{4} = 2.75$

- Klammer ausmultiplizieren: $\frac{15}{7}x - \frac{5}{28} = 2x + \frac{3}{14}$
- Mit dem Hauptnenner 28 multiplizieren: $60x - 5 = 56x + 6$
- $4x = 11$

- $x = \frac{11}{4} = 2.75$

3 Bruch- und Wurzelterme vereinfachen

4 Punkte

a) **Ergebnis:** $-\frac{xy}{6}$

- Punkt vor Strich: zuerst die Division. Dividieren heisst mit dem Kehrwert multiplizieren: $\frac{25x^2y}{24} \cdot \frac{4}{5x} = \frac{5xy}{6}$
- Gleichnamig machen: $\frac{2xy}{3} = \frac{4xy}{6}$
- $\frac{4xy}{6} - \frac{5xy}{6} = -\frac{xy}{6}$

b) **Ergebnis:** 3

- Unter den Wurzeln im Zähler zusammenfassen: $169x^2 - 25x^2 = 144x^2$ und $65x^2 - x^2 = 64x^2$
- Wurzeln ziehen (für $x > 0$): $\sqrt{144x^2} = 12x$, $\sqrt{64x^2} = 8x$
- Mit dem Kehrwert multiplizieren: $\frac{12x}{\sqrt{2x}} \cdot \frac{\sqrt{8x}}{8x} = \frac{3}{2} \cdot \frac{\sqrt{8x}}{\sqrt{2x}}$
- $\frac{\sqrt{8x}}{\sqrt{2x}} = \sqrt{\frac{8x}{2x}} = \sqrt{4} = 2$
- $\frac{3}{2} \cdot 2 = 3$

4 Gleichungen zu Textaufgaben

3 Punkte

a) **Ergebnis:** $\frac{x-1}{2} = \frac{x}{3} + 12$

- Die um eins verkleinerte Zahl: $x - 1$, davon die Hälfte: $\frac{x-1}{2}$
- Der dritte Teil der Zahl: $\frac{x}{3}$
- „Um 12 grösser als“: zur kleineren Seite 12 addieren.
- $\frac{x-1}{2} = \frac{x}{3} + 12$
- Gleichwertig, z. B.: $0.5 \cdot (x - 1) - 12 = \frac{1}{3}x$

b) **Ergebnis:** $5x + 58 = 7x - 2$

- Die Gesamtzahl der Pralinen lässt sich auf zwei Arten ausdrücken:
- 5 volle Schachteln plus 58 Pralinen: $5x + 58$
- 7 Schachteln, wobei 2 Pralinen fehlen: $7x - 2$
- Beide sind gleich: $5x + 58 = 7x - 2$

c) **Ergebnis:** $2x + 4(167 - x) = 518$

- Hühner: x , also Schafe: $167 - x$
 - Ein Huhn hat 2 Beine, ein Schaf 4 Beine.
 - Alle Beine zusammen: $2x + 4(167 - x) = 518$
-

5 **Prozente: Fahrzeit und Zuckerdose**

3 Punkte

a) **Ergebnis:** 31.25 %

- Ersparnis: $16 - 11 = 5$ Minuten
- Grundwert sind die ursprünglichen 16 Minuten: $\frac{5}{16} = 0.3125 = 31.25 \%$

b) **Ergebnis:** $0.16 \text{ kg} = 160 \text{ g}$

- Der Unterschied kommt nur vom Zucker: $100 \% - 60 \% = 40 \%$ des Zuckers wiegen $1.46 - 0.94 = 0.52 \text{ kg}$.
 - Ganzer Zucker (100 %): $0.52 \cdot \frac{100}{40} = 1.3 \text{ kg}$
 - Leere Dose: $1.46 - 1.3 = 0.16 \text{ kg} = 160 \text{ g}$
-

6 **Punkte im Koordinatensystem spiegeln**

3 Punkte

a) **Ergebnis:** $P'(292 | 929)$

- Bei der Spiegelung an einer waagrechten Geraden bleibt die x -Koordinate gleich: 292
- Abstand von P zu g : $300 - (-329) = 629$
- P' liegt gleich weit auf der anderen Seite: $300 + 629 = 929$
- $P'(292 | 929)$

b) **Ergebnis:** $Q'(679 | -1015)$

- Z ist der Mittelpunkt zwischen Q und Q' . Der Weg von Q nach Z wird also noch einmal gegangen.
- In x -Richtung: $430 - 181 = 249$, also $x_{Q'} = 430 + 249 = 679$
- In y -Richtung: $-320 - 375 = -695$, also $y_{Q'} = -320 - 695 = -1015$
- $Q'(679 | -1015)$

7 Streichhölzer und Geburtstage

4 Punkte

a) Ergebnis: $\frac{13}{35} \approx 37.1 \%$

- Eine Hand: $P(\text{kurz}) = \frac{1}{5}$, $P(\text{lang}) = \frac{4}{5}$. Andere Hand: $P(\text{kurz}) = \frac{2}{7}$, $P(\text{lang}) = \frac{5}{7}$.
- Zwei günstige Fälle: lang aus der einen und kurz aus der anderen Hand, oder umgekehrt.
- $P = \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{7} + \frac{1}{5} \cdot \frac{5}{7} = \frac{8}{35} + \frac{5}{35} = \frac{13}{35} \approx 37.1 \%$
- Mit Tabelle: Es gibt $5 \cdot 7 = 35$ gleich wahrscheinliche Paare, davon passen $1 \cdot 5 + 4 \cdot 2 = 13$.

b) Ergebnis: eher 74 000 Teilnehmende

- Samstag und Sonntag sind 2 von 7 Wochentagen, also $\frac{2}{7}$ aller Teilnehmenden.
- $\frac{2}{7} \hat{=} 21\,100$, also $\frac{7}{2} \hat{=} 21\,100 \cdot \frac{7}{2} = 73\,850$
- 73 850 liegt am nächsten bei 74 000.

8 Gleich grosse Flächen

3 Punkte

Ergebnis: $x = 40$ cm

- Im Parallelogramm $ACDE$ ist $\overline{AC} = \overline{DE} = 61$ cm.
- Pythagoras im Dreieck ABC : $\overline{AB} = \sqrt{61^2 - 11^2} = \sqrt{3721 - 121} = \sqrt{3600} = 60$ cm
- $A_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot 11 = 330$ cm², also haben alle drei Figuren 330 cm².
- Parallelogramm $ACDE$ mit Grundseite $\overline{CD}$ und Höhe $\overline{AB}$: $330 = \overline{CD} \cdot 60$, also $\overline{CD} = 5.5$ cm
- $\overline{BD} = 11 + 5.5 = 16.5$ cm
- Dreieck BFD : $330 = \frac{1}{2} \cdot 16.5 \cdot x$, also $x = \frac{660}{16.5} = 40$ cm

9 Wannen mit Trapezquerschnitt

3 Punkte

a) Ergebnis: $x = 6$ dm

- $V = G \cdot h$, wobei die Grundfläche G das Trapez ist und $h = 17$ dm.
- $595 = A_{\text{Trapez}} \cdot 17$, also $A_{\text{Trapez}} = 35$ dm²
- $35 = \frac{x+4}{2} \cdot 7$, also $x + 4 = 10$

- $x = 6 \text{ dm}$

b) **Ergebnis:** $\frac{3}{8} = 0.375 = 37.5 \%$

- Halbe Höhe: 2.5 dm . Die Wasseroberfläche ist dann die Mittellinie des Trapezes:
 $m = \frac{3+9}{2} = 6 \text{ dm}$
- Neue Querschnittsfläche: $\frac{3+6}{2} \cdot 2.5 = 4.5 \cdot 2.5 = 11.25 \text{ dm}^2$
- Wasservolumen: $11.25 \cdot 15 = 168.75 \text{ dm}^3$
- Anteil: $\frac{168.75}{450} = \frac{3}{8} = 0.375 = 37.5 \%$
- Achtung: Es ist nicht die Hälfte, weil die Wanne unten schmaler ist.

10 Kanten und Flächen von Prismen

2 Punkte

a) **Ergebnis:** 9

- Hat die Grundfläche n Ecken, so hat das Prisma $3n$ Kanten (n unten, n oben, n senkrecht) und $n + 2$ Flächen (n Seitenflächen, Grund- und Deckfläche).
- $3n = 21$, also $n = 7$: Die Grundfläche ist ein 7-Eck.
- Flächen: $7 + 2 = 9$

b) **Ergebnis:** $k = 3(f - 2)$

- f Flächen bedeuten: Die Grundfläche hat $f - 2$ Ecken (Grund- und Deckfläche abziehen).
- Jede Ecke der Grundfläche gibt 3 Kanten.
- $k = 3(f - 2)$
- Kontrolle mit dem dreiseitigen Prisma: $3 \cdot (5 - 2) = 9$