

Mathematik

90 Minuten · 10 Aufgaben · 37 Punkte

Name: _____

- 90 Minuten
- Taschenrechner erlaubt: TI-30 ECO RS, TI-30X IIS, CASIO FX-82 SOLAR II oder SHARP EL-501 T
- Kein zusätzliches Notizpapier
- Lösungswege und Zwischenresultate müssen ersichtlich sein
- Geometrische Konstruktionen müssen nachvollziehbar sein

1 Gemischte Grundaufgaben

10 Punkte

a1) Vereinfache die Terme so weit wie möglich.

$$8xy - 6x^2y : (3x)$$

Term: _____

a2) Vereinfache die Terme so weit wie möglich.

$$\frac{3x}{4} \cdot \frac{2}{9} : \frac{x}{2}$$

Term: _____

b) Dividiere die 2. Potenz von 12 durch die 3. Potenz von 2.

Resultat: _____

- c) Bestimme den Term, von dem man $4x - 3$ subtrahieren muss, um $-x + 2$ zu erhalten.

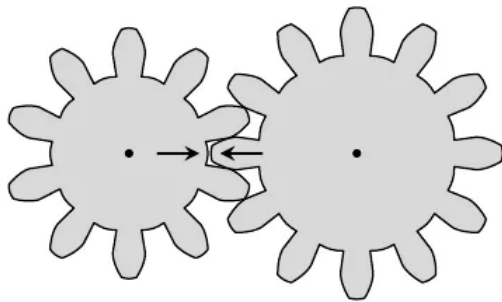
Term: _____

- d) Löse die Gleichung nach x auf.

$$2y = \frac{ax - 1}{3}$$

x: _____

- e) Das linke Zahnrad im Bild hat 10 Zähne. Das rechte Zahnrad hat 12 Zähne. Berechne, wie oft sich das linke Zahnrad drehen muss, bis beide Zahnräder zum ersten Mal wieder in der unten abgebildeten Position sind.



Anzahl Umdrehungen: _____ Mal

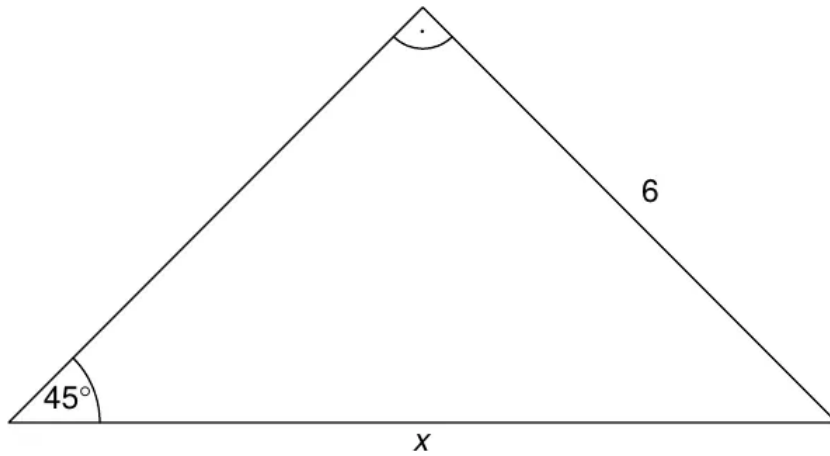
- f) Wandle in ml um.

$$2.3 \text{ dm}^3 =$$

_____ ml

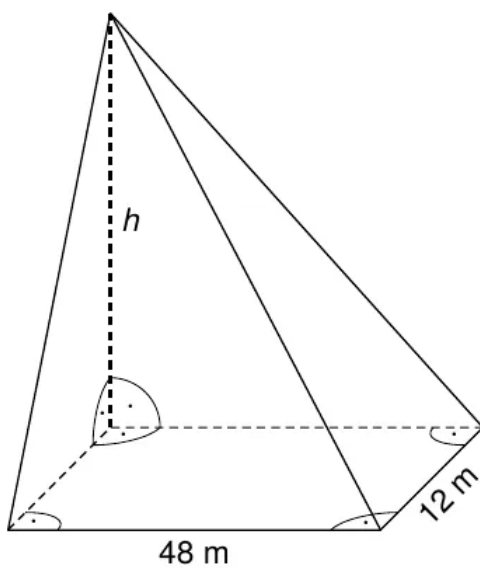
Volumen: _____ ml

g) Berechne x .



x : _____

h) Das Volumen der Pyramide beträgt 7296 m^3 . Berechne die Höhe h .



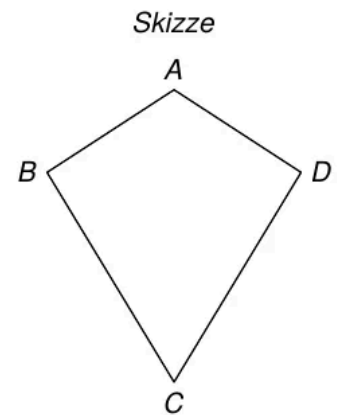
h: _____ m

- i) Von einem Drachenviereck $ABCD$ (siehe Skizze) ist unten die Diagonale BD bereits vorgegeben. Ausserdem kennt man $\overline{AB} = 4$ cm sowie $\overline{AC} = 10$ cm.

Konstruiere das Drachenviereck $ABCD$.

- i) Von einem Drachenviereck $ABCD$ (siehe Skizze) ist unten die Diagonale BD bereits vorgegeben. Ausserdem kennt man $\overline{AB} = 4$ cm sowie $\overline{AC} = 10$ cm.

Konstruiere das Drachenviereck $ABCD$.



B ————— D

2 Lineare Gleichungen lösen

4 Punkte

Löse die Gleichungen nach x auf.

a) $5 - (5x - 12) = 10 - 2(4x + 1)$

x: _____

b)

$$\frac{5x + 3}{4} - \frac{2 - 9x}{5} = 3x$$

x: _____

3 Bruchterme und Wurzeln vereinfachen

4 Punkte

Vereinfache die Terme so weit wie möglich.

a)

$$\frac{xy}{4} + \frac{3x^2}{4} : \frac{9xy}{16y^2}$$

Term: _____

b) $\sqrt{64a^2 + (-6a)^2} - \sqrt{3a} \cdot \sqrt{27a}$

Term: _____

4 Gleichungen aufstellen

3 Punkte

Im Folgenden werden drei verschiedene Situationen beschrieben. Stelle jeweils eine Gleichung mit der Unbekannten x auf, welche die Situation des Textes beschreibt. Ausser x darf keine weitere Unbekannte in der Gleichung vorkommen.

Die Gleichungen sollen *nicht* gelöst und auch *nicht* vereinfacht werden!

- a) Der Eintritt in einen Vergnügungspark kostet für Erwachsene CHF 32 und für Kinder CHF 18. Eine Reisegruppe mit 45 Personen bezahlt insgesamt CHF 1034 für den Eintritt. Gesucht ist die Anzahl Erwachsener der Reisegruppe.

x

: Anzahl Erwachsener der Reisegruppe

Die Gleichung lautet: _____

- b) Alina hat 5-mal so viel Geld wie Mia. Alina gibt CHF 600 aus, Mia gibt CHF 150 aus. Jetzt haben beide zusammen 3-mal so viel Geld wie Mia zu Beginn hatte. Gesucht ist Mias Geld in CHF zu Beginn.

x

: Mias Geld in CHF zu Beginn

Die Gleichung lautet: _____

- c) Gesucht ist eine Zahl. Die Hälfte vom Dreifachen der um 8 verkleinerten Zahl ist um 2 grösser als das Fünffache der Zahl.

x

: gesuchte Zahl

Die Gleichung lautet: _____

5

Abstimmung und Taschengeld

3 Punkte

- a) Die Gemeinde Rist besteht aus den Dörfern Unterrist und Oberrist.

Bei einer Abstimmung an einer Gemeindeversammlung haben alle Anwesenden entweder mit Ja oder mit Nein gestimmt.

Die obere Grafik zeigt die Aufteilung der Anwesenden auf die beiden Dörfer der Gemeinde.

Die unteren Grafiken zeigen die Abstimmungsergebnisse der beiden Dörfer.

54 Anwesende aus Oberrist stimmten Ja.

Berechne, wie viele Anwesende aus Unterrist Nein stimmten.

Anzahl: _____ Personen

- b) Valeria hat 9 % ihres Taschengeldes ausgegeben. Dies entspricht 7.5 % der CHF 84, die Jan als Taschengeld erhält.

Berechne das Taschengeld von Valeria.

Taschengeld: _____ CHF

6 Füllgraphen zuordnen

2 Punkte

Unten sind Längsschnitte von vier prismenförmigen Gefässen abgebildet. Alle Gefässe sind am Anfang leer. Dann werden sie mit konstantem Zufluss gefüllt.

Ein Füllgraph gibt die Füllhöhe im Gefäss in Abhängigkeit der Zeit an.

Ordne jedem Gefäss den passenden Füllgraphen zu, indem du den entsprechenden Buchstaben ins Quadrat unter dem Gefäss schreibst.

Gefäss 1 (links, Sanduhr) (A / B / C / D / E / F): _____

Gefäss 2 (Sechseck) (A / B / C / D / E / F): _____

Gefäss 3 (schräg, Pfeilform) (A / B / C / D / E / F): _____

Gefäss 4 (rechts, L-Form) (A / B / C / D / E / F): _____

7**Basketball-Freiwürfe**

3 Punkte

- a) Samira und Nora spielen Basketball.

Samira trifft den Korb erfahrungsgemäss in zwei von drei Würfen.

Nora trifft den Korb erfahrungsgemäss in drei von fünf Würfen.

Beide dürfen je einen Freiwurf werfen. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens jemand von den beiden den Korb trifft.

Wahrscheinlichkeit: _____

- b) Fabian und Lenny dürfen für ihr Basketballteam je einen Freiwurf werfen.

Fabian trifft den Korb erfahrungsgemäss in drei von vier Würfen.

Die Wahrscheinlichkeit, dass beide den Korb treffen, beträgt 30 %.

Berechne Lennys Trefferwahrscheinlichkeit.

Wahrscheinlichkeit: _____

8**Grau gefärbte Rechtecksfläche**

3 Punkte

Der grau eingefärbte Teil des Rechtecks $ABCD$ hat einen Flächeninhalt von 154 cm^2 .

Berechne x .

(Die Abbildung ist nicht massstabsgetreu.)

x: _____ cm

9 Zelt mit vier Stangen

3 Punkte

Vier Stangen stehen senkrecht auf einer Ebene. Je zwei Stangen sind gleich lang. Die vier Stangen bilden das Gerüst eines Zeltes, das in der Abbildung grau dargestellt ist. Der Boden des Zeltes ist ein Rechteck.

a) Berechne die Länge der Strecke x .

x : _____ m

b) Berechne das Volumen des Zelt.

Volumen: _____ m³

10 Zacken-Figuren (Schneeflocke)

2 Punkte

Unten siehst du eine Abfolge von Figuren. Sie beginnt mit einem gleichseitigen Dreieck.

Danach wird bei jeder Seite ein gleichseitiger Zacken angesetzt. Alle Strecken einer Figur sind

jeweils gleich lang. Dieser Vorgang wird laufend wiederholt.

- a) Berechne die Anzahl Strecken der Figur Nummer 4. Du kannst zur Hilfe die folgende Tabelle benutzen.

Nummer	0	1	2	3	4	...
Anzahl Strecken						...

Anzahl Strecken: _____

- b) Erstelle einen Term, mit dem man die Anzahl Strecken der Figur Nummer n berechnen kann. (n steht für die Nummer einer beliebigen Figur der Abfolge.)

Term: _____

Lösungen

Gymiprüfung 2026 Mathematik Kurzgymnasium. Lösungswege von Fokus Nachhilfe nach der offiziellen Lösung des Kantons.

1 Gemischte Grundaufgaben

10 Punkte

a1) **Ergebnis:** $6xy$

- Punkt vor Strich: zuerst $6x^2y : (3x) = 2xy$.
- $8xy - 2xy = 6xy$

a2) **Ergebnis:** $\frac{1}{3}$

- Dividieren heisst mit dem Kehrwert multiplizieren: $\frac{3x}{4} \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{2}{x}$
- $= \frac{12x}{36x} = \frac{1}{3}$ (das x kürzt sich weg)

b) **Ergebnis:** 18

- 2. Potenz von 12: $12^2 = 144$
- 3. Potenz von 2: $2^3 = 8$
- $144 : 8 = 18$

c) **Ergebnis:** $3x - 1$

- Gesucht ist T mit $T - (4x - 3) = -x + 2$.
- $T = -x + 2 + 4x - 3 = 3x - 1$

d) **Ergebnis:** $x = \frac{6y+1}{a}$

- Mal 3: $6y = ax - 1$
- Plus 1: $6y + 1 = ax$
- Durch a : $x = \frac{6y+1}{a}$

e) **Ergebnis:** 6-mal

- Bei jedem Schritt greift ein Zahn des linken Rads in eine Lücke des rechten. Gesucht ist die kleinste Zahnzahl, die durch 10 und durch 12 teilbar ist.
- $\text{kgV}(10, 12) = 60$
- Linkes Rad: $60 : 10 = 6$ Umdrehungen (das rechte dreht sich $60 : 12 = 5$ -mal).

f) **Ergebnis:** 2300 ml

- $1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ l} = 1000 \text{ ml}$
- $2.3 \cdot 1000 = 2300 \text{ ml}$

g) **Ergebnis:** $x = \sqrt{72} = 6\sqrt{2} \approx 8.485$

- Das Dreieck hat einen rechten Winkel und einen 45° -Winkel, also ist auch der dritte Winkel 45° . Es ist gleichschenkelig: beide Katheten sind 6 lang.
- Pythagoras: $x^2 = 6^2 + 6^2 = 72$
- $x = \sqrt{72} = 6\sqrt{2} \approx 8.485$

h) **Ergebnis:** 38 m

- Grundfläche (Rechteck): $G = 48 \cdot 12 = 576 \text{ m}^2$
- $V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$, also $7296 = \frac{1}{3} \cdot 576 \cdot h = 192h$
- $h = 7296 : 192 = 38 \text{ m}$

i) **Ergebnis:** Konstruktion siehe Abbildung

- Im Drachenviereck ist die Diagonale AC die Symmetrieachse: Sie ist die Mittelsenkrechte von BD . Konstruiere also die Mittelsenkrechte von BD .
- Kreis um B mit Radius 4 cm: Wo er die Mittelsenkrechte oberhalb von BD schneidet, liegt A .
- Trage von A aus auf der Mittelsenkrechten 10 cm nach unten ab: Das ist C .
- Verbinde A, B, C, D zum Drachenviereck.

2 Lineare Gleichungen lösen

4 Punkte

a) Ergebnis: $x = -3$

- Klammern auflösen (Minus vor der Klammer dreht alle Vorzeichen): $5 - 5x + 12 = 10 - 8x - 2$
- Zusammenfassen: $-5x + 17 = -8x + 8$
- $+8x, -17$: $3x = -9$
- $x = -3$

b) Ergebnis: $x = -7$

- Mit dem Hauptnenner 20 multiplizieren: $5(5x + 3) - 4(2 - 9x) = 60x$
- Klammern auflösen: $25x + 15 - 8 + 36x = 60x$
- $61x + 7 = 60x$
- $x = -7$

Achtung: Auch die rechte Seite $3x$ wird mal 20 genommen, und das Minus vor dem zweiten Bruch gilt für den ganzen Zähler $2 - 9x$.

3 Bruchterme und Wurzeln vereinfachen

4 Punkte

a) Ergebnis: $\frac{19xy}{12}$

- Punkt vor Strich: zuerst die Division, also mit dem Kehrwert multiplizieren: $\frac{3x^2}{4} \cdot \frac{16y^2}{9xy} = \frac{4xy}{3}$
- Gleichnamig machen (Nenner 12): $\frac{xy}{4} + \frac{4xy}{3} = \frac{3xy}{12} + \frac{16xy}{12}$
- $= \frac{19xy}{12}$ (vollständig gekürzt)

b) Ergebnis: a

- $(-6a)^2 = 36a^2$, also $\sqrt{64a^2 + 36a^2} = \sqrt{100a^2} = 10a$
- $\sqrt{3a} \cdot \sqrt{27a} = \sqrt{81a^2} = 9a$
- $10a - 9a = a$ (mit $a > 0$)

4 Gleichungen aufstellen

3 Punkte

a) Ergebnis: $32x + 18 \cdot (45 - x) = 1034$

- Erwachsene: x , Kinder: $45 - x$
- Eintritt Erwachsene: $32x$, Eintritt Kinder: $18 \cdot (45 - x)$
- Zusammen: $32x + 18 \cdot (45 - x) = 1034$

b) Ergebnis: $5x - 600 + x - 150 = 3x$

- Alina zu Beginn: $5x$, danach $5x - 600$
- Mia danach: $x - 150$
- Zusammen gleich 3-mal Mias Startgeld: $5x - 600 + x - 150 = 3x$

c) Ergebnis: $\frac{3(x-8)}{2} = 5x + 2$

- Um 8 verkleinerte Zahl: $x - 8$; das Dreifache: $3(x - 8)$; die Hälfte davon: $\frac{3(x-8)}{2}$
- «Um 2 grösser als das Fünffache»: $5x + 2$
- $\frac{3(x-8)}{2} = 5x + 2$

5 Abstimmung und Taschengeld

3 Punkte

a) Ergebnis: 21 Anwesende

- Oberrist: $\frac{3}{4}$ stimmten Ja, das sind 54. Also $\frac{4}{4} = 72$ Anwesende aus Oberrist.
- Oberrist sind 60 % aller Anwesenden: $60 \% \hat{=} 72$, also $100 \% \hat{=} 120$.
- Unterrist: 40 % von 120 = 48 Anwesende.
- Davon Nein: 43.75 % von 48 = $0.4375 \cdot 48 = 21$

b) Ergebnis: CHF 70

- 7.5 % von CHF 84: $0.075 \cdot 84 = 6.30$
- Das sind 9 % von Valerias Taschengeld: $0.09x = 6.3$
- $x = 6.3 : 0.09 = 70$, also CHF 70

6 Füllgraphen zuordnen

2 Punkte

Ergebnis: Gefäss 1: F, Gefäss 2: D, Gefäss 3: A, Gefäss 4: B

Regel: Wo das Gefäss breit ist, steigt das Wasser langsam (Graph flach); wo es schmal ist, steigt es schnell (Graph steil).

- Gefäss 1: unten breit, in der Mitte schmal, oben wieder breit → erst langsam, dann schnell, dann wieder langsam: **F**.
- Gefäss 2: unten schmal, in der Mitte breit, oben wieder schmal → erst schnell, dann langsam, dann wieder schnell: **D**.
- Gefäss 3: schräg, aber auf jeder Höhe gleich breit → gleichmässiger Anstieg, Gerade: **A**.
- Gefäss 4: unten breit und nach oben immer schmaler, ab der Mitte gleich breit → Anstieg wird immer schneller, danach gerade: **B**.

7 Basketball-Freiwürfe

3 Punkte

a) Ergebnis: $\frac{13}{15} = 0.8\bar{6} \approx 86.7 \%$

- Geschickt über das Gegenereignis: «mindestens jemand trifft» ist das Gegenteil von «niemand trifft».
- Samira verfehlt mit $\frac{1}{3}$, Nora mit $\frac{2}{5}$: $P(\text{kein Treffer}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{15}$
- $P(\text{mindestens 1 Treffer}) = 1 - \frac{2}{15} = \frac{13}{15} \approx 86.7\%$

Oder mit einer Tabelle: Samira T, T, N (3 Zeilen), Nora T, T, T, N, N (5 Spalten). Von den 15 Feldern haben 13 mindestens einen Treffer.

b) **Ergebnis:** $\frac{2}{5} = 0.4 = 40\%$

- x : Lennys Trefferwahrscheinlichkeit
- Beide treffen: $\frac{3}{4} \cdot x = 0.3$
- $x = 0.3 : 0.75 = 0.4 = 40\%$

8 Grau gefärbte Rechtecksfläche

3 Punkte

Ergebnis: $x = 3.5 \text{ cm}$

- Länge des Rechtecks: $3x + x + x + 2x = 7x$, also $A_{ABCD} = 8 \cdot 7x = 56x$
- Die beiden weissen Dreiecke haben die Höhe 8 cm (Rechteckbreite) und die Grundseiten x bzw. $2x$: $A_{\triangle 1} = \frac{1}{2} \cdot x \cdot 8 = 4x$, $A_{\triangle 2} = \frac{1}{2} \cdot 2x \cdot 8 = 8x$
- Grau = Rechteck minus weiss: $56x - 4x - 8x = 154$
- $44x = 154$, also $x = 3.5 \text{ cm}$

9 Zelt mit vier Stangen

3 Punkte

a) **Ergebnis:** 7.25 m

- Waagrechtlicher Abstand a zwischen den Fusspunkten der kurzen und der langen Stange (aus dem Gitter: 3 m und 4 m): $a = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ m}$

- Höhenunterschied der Stangen: $h = 8 - 2.75 = 5.25 \text{ m}$
- Pythagoras: $x = \sqrt{5^2 + 5.25^2} = \sqrt{52.5625} = 7.25 \text{ m}$

b) Ergebnis: 268.75 m^3

Das Zelt ist ein liegendes Prisma; die Seitenfläche mit den Stangen ist ein Trapez.

- Bodenrechteck: Breite 5 m (aus 9a), Länge $\sqrt{8^2 + 6^2} = 10 \text{ m}$ (aus dem Gitter).
- Unterer Teil (Quader): $5 \cdot 10 \cdot 2.75 = 137.5 \text{ m}^3$
- Oberer Teil (halber Quader): $\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 10 \cdot 5.25 = 131.25 \text{ m}^3$
- Zusammen: $137.5 + 131.25 = 268.75 \text{ m}^3$

Oder als Prisma mit Trapez-Grundfläche: $\frac{8+2.75}{2} \cdot 5 \cdot 10 = 5.375 \cdot 50 = 268.75 \text{ m}^3$

10 Zacken-Figuren (Schneeflocke)

2 Punkte

a) Ergebnis: 768

- Jede Strecke wird durch einen Zacken zu 4 Strecken. Die Anzahl wird also bei jedem Schritt mal 4 genommen.
- $3 \rightarrow 12 \rightarrow 48 \rightarrow 192 \rightarrow 768$
- Figur 4: $3 \cdot 4^4 = 768$

b) Ergebnis: $3 \cdot 4^n = 3 \cdot 2^{2n}$

- Start mit 3 Strecken, dann n -mal mal 4.
- Anzahl Strecken: $3 \cdot 4^n$ (gleichwertig: $3 \cdot 2^{2n}$)