

Mathematik

60 Minuten · 9 Aufgaben · 36 Punkte

Name: _____

- 60 Minuten
- Kein Taschenrechner, keine elektronischen Hilfsmittel
- Lösungsweg und Zwischenresultate aufschreiben
- Ergebnisse mit Masseinheit angeben
- Aufgabe 9 mit Bleistift und Geometriewerkzeugen lösen

1 Bruchteile und geschicktes Rechnen

- a) Wie gross ist der Unterschied zwischen $\frac{2}{5}$ von 3 m und $\frac{3}{8}$ von 2 m? Gib das Ergebnis in dm an.

Unterschied: _____ dm

- b) Mit einem geeigneten Vorgehen lässt sich die folgende Aufgabe mit viel weniger Rechenaufwand lösen, als wenn man von links nach rechts rechnet. Wähle ein geeignetes Vorgehen und löse mit so wenig Rechenaufwand wie möglich. Schreibe deine Rechenschritte und Überlegungen auf.

$$(17 \cdot 3.5) + (15 \cdot 6.3) - (1.7 \cdot 35)$$

Ergebnis: _____

2 Abfallverwertung der Gemeinde

In der Abfallverwertungsanlage einer Gemeinde im Kanton Zürich arbeiten 25 Personen. Im Jahr 2018 wurden 38 745 Tonnen Abfall von 120 000 Einwohnern verarbeitet.

Abfall	Gewicht	Preis pro Tonne
Sperrgut		140 Fr.
Sonderabfälle	109 t	320 Fr.
Marktkehricht	4653 t	245 Fr.
Verbandskehricht		245 Fr.
Vertragskehricht	255 t	245 Fr.

- a) Das Sperrgut betrug $\frac{1}{3}$ der gesamten Abfallmenge. Berechne das Gewicht des Sperrgutes.

Sperrgut: _____ t

- b) Wie viel Verbandskehricht wurde verarbeitet?

Verbandskehricht: _____ t

- c) Wie hoch waren die Einnahmen aus der Verarbeitung der Sonderabfälle?

Einnahmen: _____ Fr.

3 Gruppen für die Projektwoche

Eine Schulleiterin möchte 168 Schülerinnen und Schüler für eine Projektwoche in gleich grosse Gruppen einteilen. Die Gruppen sollen mindestens 8 und höchstens 25 Schülerinnen und Schüler umfassen. Wie gross können die Gruppen sein? Wie viele Gruppen kann sie dann jeweils bilden?

Trage alle Möglichkeiten in die folgende Tabelle ein.

Achtung: Die Tabelle hat mehr Zeilen, als es Lösungen gibt.

Möglichkeit 1 (nach Gruppengrösse geordnet): Gruppengrösse: _____

Möglichkeit 1: Anzahl Gruppen: _____

Möglichkeit 2 (nach Gruppengrösse geordnet): Gruppengrösse: _____

Möglichkeit 2: Anzahl Gruppen: _____

Möglichkeit 3 (nach Gruppengrösse geordnet): Gruppengrösse: _____

Möglichkeit 3: Anzahl Gruppen: _____

Möglichkeit 4 (nach Gruppengrösse geordnet): Gruppengrösse: _____

Möglichkeit 4: Anzahl Gruppen: _____

Möglichkeit 5 (nach Gruppengrösse geordnet): Gruppengrösse: _____

Möglichkeit 5: Anzahl Gruppen: _____

4 Brüche vergleichen und Mitte

- a) Vergleiche je zwei aufeinander folgende Zahlen. Trage das richtige Zeichen $<$, $>$ oder $=$ ins Kästchen ein.

$$6.3 \square \frac{25}{4} \square \frac{31}{5} \square \frac{51}{8} \square \frac{19}{3}$$

$6.3 \square 25/4$ ($< / > / =$): _____

$25/4 \square 31/5$ ($< / > / =$): _____

$31/5 \square 51/8$ ($< / > / =$): _____

$51/8 \square 19/3$ ($< / > / =$): _____

b) $A, \frac{1}{3}, B, \frac{5}{6}B$

liegt in der Mitte von $\frac{1}{3}$ und $\frac{5}{6}$. Die Zahl $\frac{1}{3}$ liegt in der Mitte von A und B . Bestimme A und B .

A: _____

B: _____

5 Vierstellige Zahlen mit Bedingungen

Notiere alle vierstelligen Zahlen, die alle folgenden Bedingungen erfüllen:

- Die Zahlen sind ungerade;
- die Zahlen liegen zwischen 3000 und 7000;
- ihre Quersumme beträgt 23;
- die Zahlen sind durch 5 teilbar;
- alle ihre Ziffern sind verschieden.

Markiere deine Lösungszahlen deutlich.

1. Zahl (von klein nach gross): _____

2. Zahl (von klein nach gross): _____

3. Zahl (von klein nach gross): _____

4. Zahl (von klein nach gross): _____

5. Zahl (von klein nach gross): _____

6. Zahl (von klein nach gross): _____

7. Zahl (von klein nach gross): _____

8. Zahl (von klein nach gross): _____

9. Zahl (von klein nach gross): _____

10. Zahl (von klein nach gross): _____

6 Fläche einer zusammengesetzten Figur

Berechne die Fläche der grauen Figur.

Fläche: _____ cm²

7 Brunnen füllen

Der Brunnen auf dem Pausenplatz des Schulhauses Unterländli hat drei Zuflüsse. Nach den Frühlingsferien wird der leere Brunnen gefüllt. Er fasst 3360 l. Der Hauptzufluss liefert 30 l pro Minute, die beiden anderen Zuflüsse je 20 l pro Minute. Alle drei Zuflüsse werden gleichzeitig geöffnet. Beat verstopft nach 12 Minuten den Hauptzufluss, sodass nur noch die beiden anderen Zuflüsse offen sind.

Wie lange dauert es insgesamt, bis der Brunnen voll ist?

Dauer: _____ min

8 Würfelkörper und Bauplan

Ein Körper aus Holzwürfeln hat den folgenden Bauplan.

1	2	
2	1	2
1	3	1

- a) Welche der vier gezeichneten Körper I, II, III, IV können *nicht* zum gegebenen Bauplan gehören?

Körper I (kann dazugehören / kann nicht dazugehören): _____

Körper II (kann dazugehören / kann nicht dazugehören): _____

Körper III (kann dazugehören / kann nicht dazugehören): _____

Körper IV (kann dazugehören / kann nicht dazugehören): _____

- b) Die Holzwürfel haben eine Kantenlänge von 1 cm. Bestimme für den Körper mit dem gegebenen Bauplan die Summe aller Flächen (Oberfläche des Körpers).

Oberfläche: _____ cm²

9 Punktmengen im Koordinatensystem

Zeichne im unten stehenden Koordinatensystem die Punkte $A(6/6)$, $B(13/2)$ (schon eingezeichnet), $C(11/7)$ und $D(7/10)$ ein. Konstruiere nun das Gebiet, in dem alle Punkte liegen, die alle folgenden Bedingungen erfüllen.

- Sie liegen näher bei C als bei B .
- Sie sind von A höchstens so weit weg, wie der Punkt B von C entfernt liegt.
- Sie liegen von D mindestens $\frac{3}{4}$ so weit entfernt, wie der Punkt B von D entfernt liegt.

Schraffiere dieses Gebiet gut sichtbar mit Bleistift.

Lösungen

Gymiprüfung 2020 Mathematik Langgymnasium. Lösungswege von Fokus Nachhilfe nach der offiziellen Lösung des Kantons.

1 Bruchteile und geschicktes Rechnen

a) **Ergebnis:** 4.5 dm oder $4\frac{1}{2}$ dm

- Rechne zuerst in dm: 3 m = 30 dm, 2 m = 20 dm.
- $\frac{2}{5}$ von 30 dm: $30 : 5 \cdot 2 = 12$ dm
- $\frac{3}{8}$ von 20 dm: $20 : 8 \cdot 3 = 2.5 \cdot 3 = 7.5$ dm
- Unterschied: $12 - 7.5 = 4.5$ dm

b) **Ergebnis:** 94.5

Geschickt: Das erste und das letzte Produkt sind gleich gross.

- $1.7 \cdot 35 = 17 \cdot 3.5$ (beim einen Faktor das Komma eine Stelle nach links, beim anderen eine nach rechts).
- Also heben sich $(17 \cdot 3.5)$ und $-(1.7 \cdot 35)$ gegenseitig auf.
- Es bleibt: $15 \cdot 6.3 = 15 \cdot 6 + 15 \cdot 0.3 = 90 + 4.5 = 94.5$

2 Abfallverwertung der Gemeinde

a) **Ergebnis:** 12 915 t

- $\frac{1}{3}$ von 38 745 t: $38\,745 : 3 = 12\,915$ t

b) **Ergebnis:** 20 813 t

Der Verbandskehrricht ist der Rest, wenn du alle anderen Abfallarten von der Gesamtmenge abziehst.

- Andere Abfälle: $12\,915 + 109 + 4653 + 255 = 17\,932$ t
- Verbandskehrricht: $38\,745 - 17\,932 = 20\,813$ t

c) **Ergebnis:** 34 880 Fr.

- 109 t zu je 320 Fr.: $109 \cdot 320 = 100 \cdot 320 + 9 \cdot 320 = 32\,000 + 2880 = 34\,880$ Fr.

3 Gruppen für die Projektwoche

Ergebnis: | Gruppengrösse | Anzahl Gruppen | |---|---| | 8 | 21 | | 12 | 14 | | 14 | 12 | | 21 | 8 | | 24 | 7 |

Gesucht sind alle Teiler von 168 zwischen 8 und 25.

- Zerlege 168: $168 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$
 - Prüfe jede Zahl von 8 bis 25:
 - $168 : 8 = 21$, $168 : 12 = 14$, $168 : 14 = 12$, $168 : 21 = 8$, $168 : 24 = 7$
 - Alle anderen Zahlen (z. B. 9, 10, 16, 18, 20) gehen nicht auf.
 - Es gibt also genau 5 Möglichkeiten.
-

4 Brüche vergleichen und Mitte

a) **Ergebnis:** $6.3 > \frac{25}{4} > \frac{31}{5} < \frac{51}{8} > \frac{19}{3}$

Schreibe alle Zahlen als Dezimalzahlen:

- $\frac{25}{4} = 6.25$, $\frac{31}{5} = 6.2$, $\frac{51}{8} = 6.375$, $\frac{19}{3} = 6.333 \dots$
- $6.3 > 6.25$, $6.25 > 6.2$, $6.2 < 6.375$, $6.375 > 6.333 \dots$
- Also: $6.3 > \frac{25}{4} > \frac{31}{5} < \frac{51}{8} > \frac{19}{3}$

b) **Ergebnis:** $A = \frac{1}{12}$, $B = \frac{7}{12}$

Rechne mit Zwölfteln: $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$, $\frac{5}{6} = \frac{10}{12}$.

- B ist die Mitte von $\frac{4}{12}$ und $\frac{10}{12}$: $B = \frac{7}{12}$
 - Von B bis $\frac{1}{3}$ sind es $\frac{7}{12} - \frac{4}{12} = \frac{3}{12}$.
 - A liegt gleich weit auf der anderen Seite von $\frac{1}{3}$: $A = \frac{4}{12} - \frac{3}{12} = \frac{1}{12}$
-

5 Vierstellige Zahlen mit Bedingungen

Ergebnis: 3695, 3785, 3875, 3965, 4685, 4865, 6395, 6485, 6845, 6935

- Ungerade und durch 5 teilbar: Die letzte Ziffer ist 5.
- Zwischen 3000 und 7000: Die erste Ziffer ist 3, 4, 5 oder 6. Die 5 geht nicht, weil sie schon hinten steht.

- Die beiden mittleren Ziffern müssen zusammen $23 - 5$ – erste Ziffer ergeben und dürfen sich nicht wiederholen:
 - Erste Ziffer 3: Mitte ergibt 15 $\rightarrow$ 69, 78, 87, 96 $\rightarrow$ 3695, 3785, 3875, 3965
 - Erste Ziffer 4: Mitte ergibt 14 $\rightarrow$ 68, 86 (59, 95 und 77 gehen nicht) $\rightarrow$ 4685, 4865
 - Erste Ziffer 6: Mitte ergibt 12 $\rightarrow$ 39, 48, 84, 93 (57, 75 und 66 gehen nicht) $\rightarrow$ 6395, 6485, 6845, 6935
 - Insgesamt 10 Zahlen.
-

6 Fläche einer zusammengesetzten Figur

Ergebnis: 697 cm^2

Ergänze die Figur zu einem grossen Rechteck und ziehe ab, was nicht grau ist.

- Breite des grossen Rechtecks: $39 + 5 = 44 \text{ cm}$, Höhe: $26 \text{ cm} \rightarrow 44 \cdot 26 = 1144 \text{ cm}^2$
 - Ecke unten links: Breite $44 - 35 = 9 \text{ cm}$, Höhe $8 \text{ cm} \rightarrow 72 \text{ cm}^2$
 - Ecke oben rechts: Breite 5 cm , Höhe $26 - 20 = 6 \text{ cm} \rightarrow 30 \text{ cm}^2$
 - Weisses Loch: Breite 23 cm , Höhe $26 - 4 - 7 = 15 \text{ cm} \rightarrow 345 \text{ cm}^2$
 - Graue Fläche: $1144 - 72 - 30 - 345 = 697 \text{ cm}^2$
-

7 Brunnen füllen

Ergebnis: 75 min (oder $1\frac{1}{4} \text{ h}$)

- Alle drei Zuflüsse zusammen: $30 + 20 + 20 = 70 \text{ l}$ pro Minute
 - In den ersten 12 Minuten: $12 \cdot 70 = 840 \text{ l}$
 - Es fehlen noch: $3360 - 840 = 2520 \text{ l}$
 - Danach fliessen nur noch $20 + 20 = 40 \text{ l}$ pro Minute: $2520 : 40 = 63 \text{ min}$
 - Insgesamt: $12 + 63 = 75 \text{ min}$
-

8 Würfelkörper und Bauplan

a) **Ergebnis:** Die Körper I, III und IV

- Der Bauplan hat 13 Würfel: einen Turm mit 3 Würfeln, drei Türme mit 2 Würfeln, vier einzelne Würfel und ein leeres Feld (in einer Ecke).

- Drehe den Bauplan in Gedanken und vergleiche bei jedem Körper Feld für Feld, wie hoch die Türme sind und wo sie stehen.
- Nur bei Körper II passen alle Turmhöhen und ihre Lage. Bei I, III und IV stimmt mindestens ein Turm nicht.
- Also können I, III und IV *nicht* zum Bauplan gehören.

b) **Ergebnis:** 48 cm^2

Zähle die sichtbaren Quadrate (je 1 cm^2) von allen sechs Seiten.

- Von oben und von unten: Je 8 Felder sind belegt $\rightarrow 8 + 8 = 16$
- Von links und von rechts: Für jede Zeile die Höhenunterschiede zählen (auch zum Rand). Zeile 1, 2, 1, -: $1 + 1 + 2 = 4$; Zeile 2, 1, 2: $2 + 1 + 1 + 2 = 6$; Zeile 1, 3, 1: $1 + 2 + 2 + 1 = 6 \rightarrow 16$
- Von vorne und von hinten: Spalte 1, 2, 1: $1 + 1 + 1 + 1 = 4$; Spalte 2, 1, 3: $2 + 1 + 2 + 3 = 8$; Spalte -, 2, 1: $2 + 1 + 1 = 4 \rightarrow 16$
- Oberfläche: $16 + 16 + 16 = 48 \text{ cm}^2$

9 Punktmengen im Koordinatensystem

Ergebnis: Das Lösungsgebiet ist in der Zeichnung grau markiert.

Jede Bedingung ergibt eine Linie, die das Gebiet begrenzt:

1. **Näher bei C als bei B :** Konstruiere die Mittelsenkrechte m der Strecke BC . Gültig ist die Seite von m , auf der C liegt.
2. **Höchstens so weit von A wie B von C :** Nimm die Strecke BC in den Zirkel und zeichne um A einen Kreis k_1 mit diesem Radius. Gültig ist das Innere des Kreises (mit Rand).
3. **Mindestens $\frac{3}{4}$ der Strecke BD von D entfernt:** BD ist 10 Einheiten lang, $\frac{3}{4}$ davon sind 7.5 Einheiten. Zeichne um D einen Kreis k_2 mit Radius 7.5. Gültig ist alles ausserhalb dieses Kreises (mit Rand).

Das gesuchte Gebiet ist der Teil von k_1 , der ausserhalb von k_2 und auf der C -Seite von m liegt: eine schmale, sichelförmige Fläche unten links im Kreis k_1 .

