

Mathematik

60 Minuten · 9 Aufgaben · 36 Punkte

Name: _____

- 60 Minuten
- Kein Taschenrechner, keine elektronischen Hilfsmittel
- Ausrechnungen und Zwischenresultate aufschreiben
- Ergebnisse mit Masseinheit angeben
- Aufgabe 9 mit Bleistift und Geometriewerkzeugen lösen

1 Rechenmaschine und geschicktes Rechnen

a) In der Rechenmaschine wird die eingegebene Zahl Schritt für Schritt verarbeitet:

$$\text{Eingabe} \xrightarrow{+6.3} \xrightarrow{:3} \xrightarrow{-20.1} \text{Ausgabe}$$

Welche Zahl muss du eingeben, damit die Ausgabezahl 102 herauskommt?

$$\text{Eingabe} \xrightarrow{+6.3} \xrightarrow{:3} \xrightarrow{-20.1} \text{Ausgabe}$$

Eingabe: _____

b) Rechne geschickt. Berechne mit möglichst wenig Rechenaufwand. Schreibe deine Rechenschritte auf.

$$125 \cdot 6.408$$

Ergebnis: _____

2 Bootsvermietung am See

Bootsvermietung «Am See»

Öffnungszeiten: Mai bis September täglich (Mo bis So) von 8.30 Uhr bis 19.00 Uhr

Preise:

	Anzahl	30 min	1 h
Pedalo	10	15 Fr.	25 Fr.
Ruderboot	6		30 Fr.
SUP	15	–	17 Fr.
Kajak		–	13 Fr.

(– bedeutet: Diese Mietdauer wird nicht angeboten.)

- a) Wie viel kostet die Miete für eine halbe Stunde Ruderboot, wenn sie $\frac{2}{3}$ des Stundenpreises für ein Ruderboot beträgt?

Preis: _____ Fr.

- b) Wie viele Kajaks besitzt der Vermieter, wenn er mit allen Kajaks pro Tag maximal 1040 Fr. verdienen kann?

Anzahl Kajaks: _____

- c) Ein Pedalo wird während der ganzen Öffnungszeit an einem Sonntag ununterbrochen jedes Mal für 30 Minuten, ein anderes Pedalo ununterbrochen jedes Mal für 60 Minuten vermietet. Wie gross ist der Unterschied aus den Einnahmen für diese beiden Pedalos?

Unterschied: _____ Fr.

3 Zugreise durch den Gotthard

Stefan plante in den Sommerferien eine Zugreise ins Tessin. Er freute sich, zum ersten Mal den 57 km langen Gotthard-Basistunnel zu durchfahren. Die Durchfahrt dauerte genau 19 Minuten.

- a) Mit welcher Durchschnittsgeschwindigkeit fuhr der Zug im Gotthard-Basistunnel? Gib das Ergebnis in km/h an.

Geschwindigkeit: _____ km/h

- b) In Bellinzona hatte Stefan gemäss Fahrplan 5 min Zeit umzusteigen. Leider hatte der Zug $1\frac{1}{2}$ min Verspätung. Mit seinem schweren Gepäck konnte Stefan mit 6 km/h gehen. Er erreichte den Anschluss im letzten Moment. Wie weit musste Stefan gehen?

Weg: _____ m

4 Zahlenfolgen ergänzen

Die beiden Zahlenfolgen sind je nach einer Regel aufgebaut.

- a) 2, A , B , 48, 240, 1440

Notiere die Zahlen A und B .

A: _____

B: _____

b) A

, 30.5, 26.25, B , 17.75, C

Notiere die Zahlen A , B und C .

A: _____

B: _____

C: _____

5 Mittagessen bei Oma Tina

Oma Tina kocht jeweils dienstags für ihre drei Enkel Lia, Sara und Ben das Mittagessen. Lia kommt alle 2 Wochen, Sara jeden dritten Dienstag und Ben nur jeden vierten Dienstag. Heute sind alle gemeinsam beim Mittagessen.

a) In wie vielen Wochen werden das nächste Mal wieder alle drei gemeinsam zum Mittagessen kommen?

Wochen: _____ Wochen

b) Wie oft waren bis dann nur Ben und Lia gemeinsam beim Mittagessen?

Anzahl: _____ mal

- c) An wie vielen Dienstagen zwischen dem ersten und dem zweiten gemeinsamen Mittagessen aller drei Enkel bekochte Oma Tina keine Enkel? Zeige deine Überlegungen auf.

Anzahl Dienstage: _____

6 Honigverkauf der Imker

4 Punkte

Die Bienenvölker von Maja und Willi liefern jedes Jahr durchschnittlich gleich viel Honig pro Volk. Imkerin Maja verdient mit ihren 20 Bienenvölkern in einem Jahr 24 480 Fr. Bei ihr kosten 500 g Honig 24 Fr. Imker Willi besitzt 15 Bienenvölker. Er verlangt für 500 g Honig 22 Fr.

Wie viel nimmt Willi durch den Verkauf seines Honigs ein?

Einnahmen: _____ Fr.

7 Fläche einer Rechteckfigur

4 Punkte

Die folgende Figur (nicht massstäblich) ist aus Rechtecken zusammengesetzt. Der Punkt P ist die Mitte von AB und der Punkt Q die Mitte von AC . Der schattierte Teil hat die Fläche 40 cm^2 .

Bestimme die Fläche der gesamten Figur (fett ausgezogen).

Fläche: _____ cm^2

8 Würfel kippen

Der eingezeichnete Startwürfel wird immer durch Kippen über eine Würfelkante um 90° auf dem eingezeichneten Weg zum Zielwürfel bewegt.

Beschrifte die drei sichtbaren Seiten des Zielwürfels mit den Augenzahlen, die dort zu liegen kommen. (Hinweis: Die Summe der beiden gegenüberliegenden Augenzahlen eines Würfels beträgt immer 7.)

a) Beim Startwürfel zeigt oben die 2, vorne links die 4 und vorne rechts die 1.

oben: _____

vorne links: _____

vorne rechts: _____

- b) Beim Startwürfel zeigt oben die 6, vorne links die 3 und vorne rechts die 5.

oben: _____

vorne links: _____

vorne rechts: _____

9 Symmetrisches Fünfeck konstruieren

4 Punkte

Konstruiere ein Fünfeck $ABCDE$ mit folgenden Eigenschaften.

- Das Fünfeck $ABCDE$ ist achsensymmetrisch. Die Symmetrieachse geht wie in der Figur rechts durch die Ecke C .
- Die Punkte A und B sind vorgegeben.
- Die Punkte C und D liegen auf der Geraden g .
- Die Länge der Strecke BC ist vorgegeben (siehe Strecke).
- Der Winkel bei C ist stumpf (grösser als 90°).

Lösungen

Gymiprüfung 2021 Mathematik Langgymnasium. Lösungswege von Fokus Nachhilfe nach der offiziellen Lösung des Kantons.

1 Rechenmaschine und geschicktes Rechnen

a) Ergebnis: 360

Rechne rückwärts von der Ausgabe aus und nimm jeweils die Umkehroperation:

- $102 + 20.1 = 122.1$
- $122.1 \cdot 3 = 366.3$
- $366.3 - 6.3 = 360$

Probe: $(360 + 6.3) : 3 - 20.1 = 122.1 - 20.1 = 102 \checkmark$

b) Ergebnis: 801

Geschickt: $125 = 1000 : 8$.

- $125 \cdot 6.408 = 1000 \cdot 6.408 : 8$
- $= 6408 : 8$
- $= 801$

2 Bootsvermietung am See

a) Ergebnis: 20 Fr.

Der Stundenpreis für ein Ruderboot ist 30 Fr.

$$\frac{2}{3} \cdot 30 \text{ Fr.} = 30 : 3 \cdot 2 = 20 \text{ Fr.}$$

b) Ergebnis: 8 Kajaks

- Offen ist von 8.30 Uhr bis 19.00 Uhr, also $10\frac{1}{2}$ Stunden.
- Kajaks gibt es nur stundenweise. Die letzte halbe Stunde reicht für keine ganze Stunde mehr, also kann ein Kajak höchstens 10 Mal vermietet werden.
- Ein Kajak bringt pro Tag höchstens $10 \cdot 13 \text{ Fr.} = 130 \text{ Fr.}$
- $1040 : 130 = 8$ Kajaks

c) Ergebnis: 65 Fr.

Die Öffnungszeit dauert $10\frac{1}{2}$ Stunden (8.30 Uhr bis 19.00 Uhr).

- 30-Minuten-Pedalo: $10\frac{1}{2} \text{ h}$ sind 21 halbe Stunden. $21 \cdot 15 \text{ Fr.} = 315 \text{ Fr.}$

- 60-Minuten-Pedalo: Nur 10 ganze Stunden passen hinein. $10 \cdot 25 \text{ Fr.} = 250 \text{ Fr.}$
- Unterschied: $315 \text{ Fr.} - 250 \text{ Fr.} = 65 \text{ Fr.}$

3 Zugreise durch den Gotthard

a) Ergebnis: 180 km/h

- In 19 min fährt der Zug 57 km.
- In 1 min: $57 : 19 = 3 \text{ km}$
- In 60 min: $3 \cdot 60 = 180 \text{ km}$

Der Zug fuhr also mit 180 km/h.

b) Ergebnis: 350 m

- Zeit zum Umsteigen: $5 \text{ min} - 1\frac{1}{2} \text{ min} = 3\frac{1}{2} \text{ min}$
- 6 km/h heisst: 6000 m in 60 min, also 100 m pro Minute.
- In $3\frac{1}{2} \text{ min}$: $3.5 \cdot 100 \text{ m} = 350 \text{ m}$

4 Zahlenfolgen ergänzen

a) Ergebnis: $A = 4, B = 12$

Schau dir die bekannten Zahlen am Ende an: $240 = 48 \cdot 5$ und $1440 = 240 \cdot 6$. Der Faktor wird jedes Mal um 1 grösser.

- $2 \cdot 2 = 4 = A$
- $4 \cdot 3 = 12 = B$
- $12 \cdot 4 = 48 \checkmark$

b) Ergebnis: $A = 34.75, B = 22, C = 13.5$

Von 30.5 zu 26.25 wird 4.25 abgezählt. Prüfe: $26.25 - 4.25 = 22$ und $22 - 4.25 = 17.75 \checkmark$. Die Regel ist also: immer -4.25 .

- $A = 30.5 + 4.25 = 34.75$
- $B = 26.25 - 4.25 = 22$
- $C = 17.75 - 4.25 = 13.5$

5 Mittagessen bei Oma Tina

a) Ergebnis: In 12 Wochen

Gesucht ist die kleinste Zahl, die durch 2, 3 und 4 teilbar ist (kgV).

- Vielfache von 4: 4, 8, 12, ...
- 4 und 8 sind nicht durch 3 teilbar, 12 schon (und auch durch 2).

Also kommen alle drei in 12 Wochen wieder gemeinsam.

b) Ergebnis: 2 mal

Ben kommt in Woche 4, 8 und 12. Lia kommt immer dann auch, weil 4 eine gerade Zahl ist.

- Woche 4: Ben und Lia, Sara nicht ✓
- Woche 8: Ben und Lia, Sara nicht ✓
- Woche 12: alle drei, zählt also nicht

Also 2 mal.

c) Ergebnis: 4 Dienstage

Schau dir die Dienstage in Woche 1 bis 11 an:

- Lia: Woche 2, 4, 6, 8, 10
- Sara: Woche 3, 6, 9
- Ben: Woche 4, 8

Mindestens ein Enkel kommt in Woche 2, 3, 4, 6, 8, 9, 10. Niemand kommt in Woche 1, 5, 7 und 11.

Also an 4 Dienstagen.

6 Honigverkauf der Imker

4 Punkte

Ergebnis: 16 830 Fr.

- Maja verkauft $24\,480 : 24 = 1020$ Portionen à 500 g.
- Pro Volk sind das $1020 : 20 = 51$ Portionen.
- Willi hat 15 Völker: $15 \cdot 51 = 765$ Portionen.
- Einnahmen: $765 \cdot 22 \text{ Fr.} = 16\,830 \text{ Fr.}$



7 Fläche einer Rechteckfigur

4 Punkte

Ergebnis: 226 cm^2

- AC ist gleich lang wie die obere Seite: $AC = 8 \text{ cm}$.
- Schattiertes Rechteck: $8 \cdot AP = 40$, also $AP = 5 \text{ cm}$. Weil P die Mitte von AB ist, ist auch $PB = 5 \text{ cm}$.
- Q ist die Mitte von AC , also $AQ = 4 \text{ cm}$.

Zerlege die Figur in Rechtecke:

- oben: $8 \cdot 5 = 40 \text{ cm}^2$
- schattiert: 40 cm^2
- rechts: $9 \cdot 5 = 45 \text{ cm}^2$
- links (7 cm breit, $5 + 6 = 11 \text{ cm}$ hoch): $7 \cdot 11 = 77 \text{ cm}^2$
- unten zwischen A und Q : $4 \cdot 6 = 24 \text{ cm}^2$

Total: $40 + 40 + 45 + 77 + 24 = 226 \text{ cm}^2$

8 Würfel kippen

a) **Ergebnis:** oben 4, vorne links 1, vorne rechts 2

Zuerst die verdeckten Seiten: unten $7 - 2 = 5$, hinten rechts $7 - 4 = 3$, hinten links $7 - 1 = 6$.

Der Weg: einmal nach vorne rechts kippen, dann einmal nach hinten rechts.

- Kippen nach vorne rechts: Die Seite oben (2) geht nach vorne rechts, die Seite hinten links (6) kommt nach oben. Die Seite vorne links (4) bleibt. Jetzt: oben 6, vorne links 4, vorne rechts 2.
- Kippen nach hinten rechts: Die Seite vorne links (4) kommt nach oben, die Seite oben (6) geht nach hinten rechts, unten (1) kommt nach vorne links. Die Seite vorne rechts (2) bleibt.

Zielwürfel: oben 4, vorne links 1, vorne rechts 2.

b) **Ergebnis:** oben 1, vorne links 4, vorne rechts 5

Verdeckte Seiten am Start: unten 1, hinten rechts 4, hinten links 2.

Der Weg: vorne rechts, hinten rechts, hinten rechts, vorne rechts.

- Kippen nach vorne rechts: oben 2, vorne links 3, vorne rechts 6 (unten 5, hinten rechts 4, hinten links 1).
- Kippen nach hinten rechts: oben 3, vorne links 5, vorne rechts 6 (unten 4, hinten rechts 2).
- Kippen nach hinten rechts: oben 5, vorne links 4, vorne rechts 6 (unten 2, hinten rechts 3).
- Kippen nach vorne rechts: oben 1, vorne links 4, vorne rechts 5.

9 Symmetrisches Fünfeck konstruieren

4 Punkte

Ergebnis: Siehe Konstruktion: Fünfeck mit C und D auf g , $CD = CB$, E als Spiegelpunkt von A .

Weil die Achse durch C geht, wird B auf D und A auf E gespiegelt. Also gilt $CD = CB$.

1. Kreis um B mit Radius BC (vorgegebene Länge). Er schneidet g in zwei Punkten. Nimm den Punkt als C , bei dem der Winkel BCD später stumpf wird.
2. Kreis um C mit Radius BC . Der zweite Schnittpunkt mit g (auf der anderen Seite von C) ist D .
3. Die Symmetrieachse ist die Mittelsenkrechte von BD (sie geht durch C).
4. Spiegle A an der Symmetrieachse: Das ergibt E .
5. Verbinde A, B, C, D, E der Reihe nach.