Mathematik

60 Minuten · 9 Aufgaben · 36 Punkte

Name: _____

- 60 Minuten
- Kein Taschenrechner, keine elektronischen Hilfsmittel
- Lösungsweg und Zwischenresultate aufschreiben
- Aufgabe 5 mit Bleistift und Geometriewerkzeugen
- Aufgabe 4: falsche Kreuze geben Abzug

---

1 Fehlende Zahl bestimmen

4 Punkte

Bestimme die fehlende Zahl im Kästchen.

a) $2 \cdot \square\,\text{kg} + 536\,\text{kg} = 1.24\,\text{t}$

Kästchen: _____ kg

b) $\left(\frac{5}{9} \text{ von } 2\,\text{h}\ 33\,\text{min}\right) - \square\,\text{min} = \frac{3}{5}\,\text{h}$

Kästchen: _____ min

---

2 Reisen nach Paris und Brüssel

4 Punkte

Die folgende Tabelle zeigt die Distanzen und Zeiten für die jeweils schnellsten Verbindungen.

	Zürich – Paris: Distanz	Zürich – Paris: Reisezeit	Zürich – Brüssel: Distanz	Zürich – Brüssel: Reisezeit
Luftlinie	488 km	x	493 km	x
Flugzeug	490 km	1 h 15 min	500 km	1 h 15 min
Zug	575 km	4 h 10 min	848 km	6 h 50 min
Auto	640 km	6 h 40 min	632 km	7 h 15 min

a) Der schnellste Weg mit dem Zug von Zürich nach Brüssel führt über Paris. Wie weit ist demnach die Distanz von Paris nach Brüssel mit dem Zug?

Distanz Paris – Brüssel: _____ km

b) Wie viele km/h beträgt die Durchschnittsgeschwindigkeit eines Fluges von Zürich nach Brüssel?

Geschwindigkeit: _____ km/h

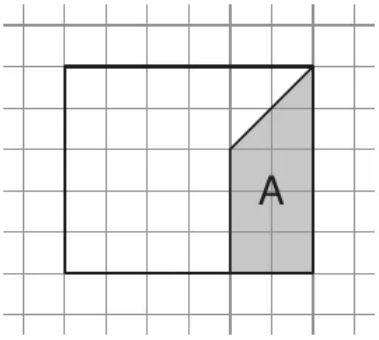
c) Wie viele Minuten könnte ein Auto auf der Fahrt von Zürich nach Brüssel einsparen, wenn es gleich schnell fahren könnte wie ein Auto auf der Fahrt von Zürich nach Paris?

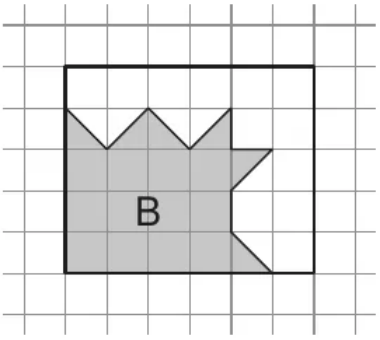
Ersparnis: _____ min

3 Bruchteile von Rechtecken

4 Punkte

a) Du siehst zwei Abbildungen mit Rechtecken, deren Seiten auf den Linien der Häuschen liegen. Darin ist je eine Figur grau eingezeichnet. Welchem Bruchteil des Rechtecks entspricht jeweils der graue Teil? Gib deine Antwort als vollständig gekürzten Bruch an. Markiere die Antworten für A und B deutlich.

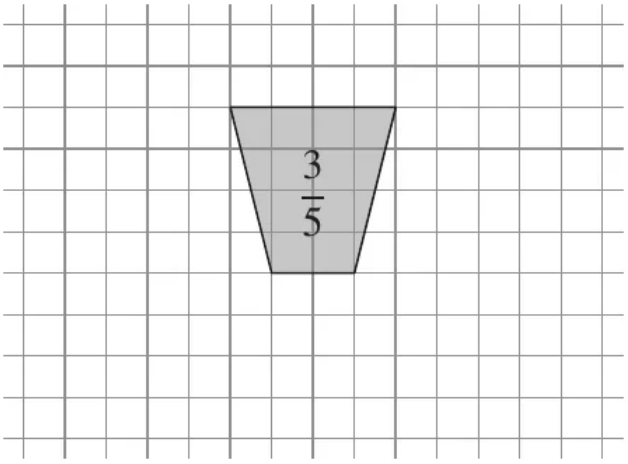




A: _____

B: _____

b) Nun ist nur das Teilstück gezeichnet, das $\frac{3}{5}$ von einem Rechteck ausmachen soll. Berechne und notiere die Anzahl Häuschen des Rechtecks. Zeichne ein passendes Rechteck, welches das gegebene graue Teilstück enthält.



Anzahl Häuschen des Rechtecks: _____ Häuschen

4 Rechnungen ohne Ausrechnen prüfen

4 Punkte

Sind die folgenden Aussagen richtig oder falsch? Beachte, dass die Aufgabe gelöst werden soll, ohne dass die Rechnungen ausgeführt werden. Es ist keine Begründung und kein Lösungsweg notwendig.

Setze das Kreuz bei richtig oder falsch. Falsch gesetzte Kreuze geben Abzug. Das Auslassen einer Antwort führt zu keinem Abzug. Maximal 4 Punkte, minimal 0 Punkte.

1. $90 \cdot 568.1 = 100 \cdot 568.1 - 10 \cdot 568.1$
2. $7895.21 - 168.7 + 31.3 = 7895.21 - 200$
3. $89.65 \cdot 6.3 = 6.3 \cdot 89.65$
4. $871.9 : 75 : 3 = 871.9 : 25$

$90 \cdot 568.1 = 100 \cdot 568.1 - 10 \cdot 568.1$ (richtig / falsch): _____

$7895.21 - 168.7 + 31.3 = 7895.21 - 200$ (richtig / falsch): _____

$89.65 \cdot 6.3 = 6.3 \cdot 89.65$ (richtig / falsch): _____

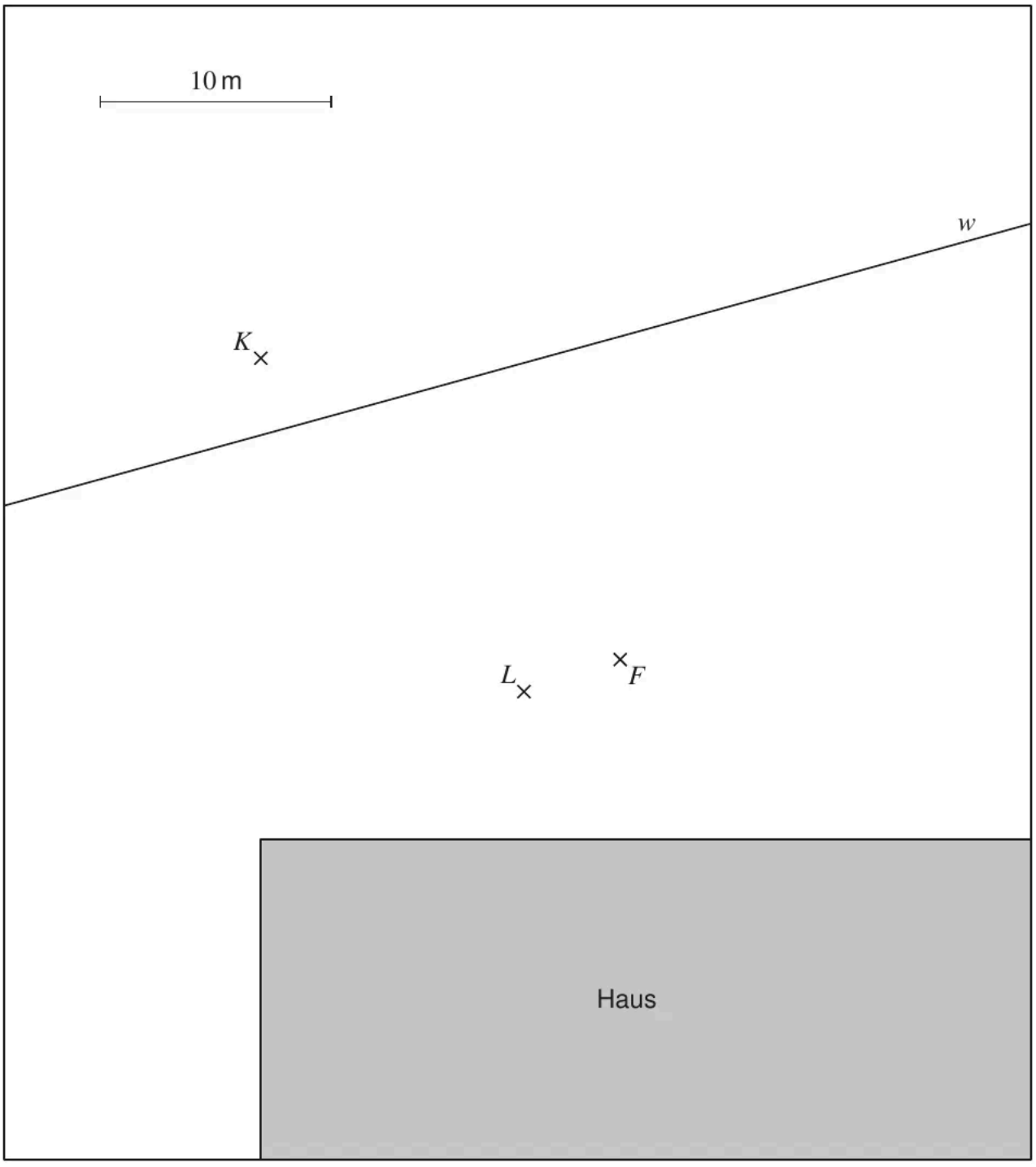
$871.9 : 75 : 3 = 871.9 : 25$ (richtig / falsch): _____

5 Wachhund Rex konstruieren

4 Punkte

Wachhund Rex bewacht das grau schattierte Haus, neben dem der Wanderweg w vorbeiführt. Beim Punkt F hat Rex seinen Futternapf und beim Punkt K hat er einen Knochen vergraben.

Deine Konstruktion muss deutlich ersichtlich sein. Lass daher alle Hilfslinien stehen!



a) Rex' Lieblingsplatz P befindet sich auf dem Wanderweg w und ist gleich weit vom Futternapf F und vom Knochen K entfernt. Konstruiere diesen Punkt P.

b) Rex ist angeleint. Seine Leine ist im Punkt L befestigt und hat eine Länge von 20 m. Der Massstab ist in der Figur angegeben. Weil Rex angeleint ist, kann er nicht jeden Punkt auf dem Gelände erreichen. Konstruiere und markiere das Gebiet, das Rex erreichen kann.

6 Netz eines Quaders

4 Punkte

In der Abbildung siehst du das Netz eines Quaders.

Hinweis: Das Netz ist nicht massstäblich.

a) Wie viele cm^3 beträgt das Volumen des zusammengefalteten Quaders?

Volumen: _____ cm³

b) Die markierte Kante k müsste dabei mit einer anderen Kante verklebt werden. Markiere diese andere Kante deutlich im Netz und beschrifte sie ebenfalls mit k.

c) Für die markierte Ecke E im Netz gibt es noch zwei andere Punkte im Netz so, dass diese Punkte im zusammengefalteten Quader auf die Ecke E fallen. Markiere diese beiden Punkte deutlich im Netz und beschrifte sie ebenfalls mit E.

---

7 Rechenquadrate

4 Punkte

Rechenquadrate

Ein Rechenquadrat besteht aus ganzen Zahlen grösser als 0. Die Zahl in der Mitte ist die Summe der vier Zahlen in den grauen Dreiecken. Jede Zahl in einem grauen Dreieck ist die Summe der beiden Zahlen in den angrenzenden weissen Dreiecken. Rechts hast du ein Beispiel eines Rechenquadrates.

a) Ergänze die fehlenden fünf Zahlen im nebenstehenden Rechenquadrat.

weiss oben links: _____

grau oben: _____

grau links: _____

grau rechts: _____

grau unten: _____

b) Ergänze die fehlenden sechs Zahlen im nebenstehenden Rechenquadrat so, dass es folgende Eigenschaften hat:

- Die Zahlen in den oberen beiden weissen Dreiecken sind ungerade Zahlen.
- Alle neun Zahlen des Rechenquadrats sind verschieden.

weiss oben links: _____

weiss oben rechts: _____

grau oben: _____

grau links: _____

grau rechts: _____

grau unten: _____

---

8 Gabeln und Messer kaufen

4 Punkte

Gabeln werden in Packungen zu 4 Stück verkauft und Messer in Packungen zu 6 Stück. Ein Wirt möchte gleich viele Stück Messer wie Gabeln kaufen. Dazu kauft er 13 Packungen Gabeln mehr als Packungen Messer.

Wie viele Stück Gabeln hat der Wirt gekauft?

Anzahl Gabeln: _____ Stück

---

9 Quadrat und Rechteck überlappen

4 Punkte

In der Abbildung überschneiden sich ein Quadrat und ein Rechteck in einem rechteckigen Gebiet (in der Abbildung grau), sodass drei Teilfiguren entstehen. Die drei Teilfiguren haben alle denselben Flächeninhalt.

Zeige deinen Lösungsweg! Du darfst dazu auch in die Abbildung hineinschreiben!

Hinweis: Die Abbildung ist nicht massstäblich.

a) Bestimme den Flächeninhalt des grauen Rechtecks.

Flächeninhalt: _____ cm²

b) Berechne den Umfang der Gesamtfigur (in der Abbildung fett ausgezogen).

Umfang: _____ cm

Lösungen

Gymiprüfung 2023 Mathematik Langgymnasium. Lösungswege von Fokus Nachhilfe nach der offiziellen Lösung des Kantons.

1 Fehlende Zahl bestimmen

4 Punkte

a) Ergebnis: 352 kg

- Rechne zuerst in die gleiche Einheit um: $1.24\,\mathrm{t} = 1240\,\mathrm{kg}$.
- Ziehe die 536 kg ab: $1240\,\mathrm{kg} - 536\,\mathrm{kg} = 704\,\mathrm{kg}$.
- Das sind 2 Mal die gesuchte Zahl: $704\,\mathrm{kg} : 2 = 352\,\mathrm{kg}$.

b) Ergebnis: 49 min

- Rechne alles in Minuten um: $2\,\mathrm{h}\ 33\,\mathrm{min} = 153\,\mathrm{min}$ und $\frac{3}{5}\,\mathrm{h} = \frac{3}{5} \cdot 60\,\mathrm{min} = 36\,\mathrm{min}$.
- $\frac{5}{9}$ von 153 min: $153 : 9 = 17$, also $5 \cdot 17\,\mathrm{min} = 85\,\mathrm{min}$.
- Von 85 min musst du die gesuchte Zahl abziehen, damit 36 min bleiben: $85\,\mathrm{min} - 36\,\mathrm{min} = 49\,\mathrm{min}$.

2 Reisen nach Paris und Brüssel

4 Punkte

a) Ergebnis: 273 km

- Der Zug fährt Zürich – Paris (575 km) und dann Paris – Brüssel.
- Zusammen sind das 848 km: $848\,\mathrm{km} - 575\,\mathrm{km} = 273\,\mathrm{km}$.

b) Ergebnis: 400 km/h

- Das Flugzeug fliegt 500 km in 1 h 15 min = 75 min.
- 75 min sind 5 Mal 15 min, also 100 km in 15 min.
- In 60 min (4 Mal 15 min) sind es $4 \cdot 100\,\mathrm{km} = 400\,\mathrm{km}$, also 400 km/h.

c) Ergebnis: 40 min

- Auto nach Paris: 640 km in 6 h 40 min = 400 min.
- Teile beides durch 80: 8 km in 5 min (das sind 96 km/h).
- Brüssel ist 632 km entfernt: $632 : 8 = 79$, also braucht das Auto $79 \cdot 5\,\mathrm{min} = 395\,\mathrm{min}$.
- Tatsächlich braucht es 7 h 15 min = 435 min.

- Ersparnis: $435\,\text{min} - 395\,\text{min} = 40\,\text{min}$.

---

3 Bruchteile von Rechtecken

4 Punkte

a) **Ergebnis: $A = \frac{4}{15}$ und $B = \frac{1}{2}$**

- Jedes Rechteck besteht aus $6 \cdot 5 = 30$ Häuschen.
- Figur A: Zähle die Häuschen (zwei halbe Häuschen ergeben ein ganzes). A entspricht 8 Häuschen, also $\frac{8}{30} = \frac{4}{15}$.
- Figur B: Zähle in halben Häuschen. Das Rechteck hat 60 halbe Häuschen, B hat 30 halbe Häuschen, also $\frac{30}{60} = \frac{1}{2}$.

b) **Ergebnis: 20 Häuschen, dazu ein passendes Rechteck (siehe Abbildung)**

- Die graue Figur besteht aus 12 Häuschen (die schrägen Ränder ergeben zusammen ganze Häuschen).
- $\frac{3}{5}$ sind 12 Häuschen, also ist $\frac{1}{5}$ gleich $12 : 3 = 4$ Häuschen.
- Das ganze Rechteck ($\frac{5}{5}$) hat $5 \cdot 4 = 20$ Häuschen.
- Zeichne ein Rechteck mit 20 Häuschen, das die graue Figur ganz enthält, z.B. 5 Häuschen breit und 4 hoch, oder 4 breit und 5 hoch. Die Abbildung zeigt die vier möglichen Rechtecke.

---

4 Rechnungen ohne Ausrechnen prüfen

4 Punkte

Ergebnis: richtig, falsch, richtig, falsch

1. **richtig**: 90 Mal ist dasselbe wie 100 Mal weniger 10 Mal.
2. **falsch**: Zuerst 168.7 weg, dann 31.3 dazu, das ergibt insgesamt $168.7 - 31.3 = 137.4$ weniger, nicht 200. (200 wäre richtig bei $-168.7 - 31.3$.)
3. **richtig**: Beim Multiplizieren darfst du die Zahlen vertauschen.
4. **falsch**: Erst durch 75 und dann durch 3 teilen ist dasselbe wie durch $75 \cdot 3 = 225$ teilen, nicht durch 25.

5 Wachhund Rex konstruieren

4 Punkte

a) **Ergebnis: Schnittpunkt der Mittelsenkrechten von F und K mit w**

- Alle Punkte, die gleich weit von F und K entfernt sind, liegen auf der **Mittelsenkrechten** der Strecke FK.
- Konstruiere sie mit dem Zirkel: Zeichne um F und um K je einen Kreisbogen mit gleichem (genügend grossem) Radius. Verbinde die beiden Schnittpunkte der Bögen.
- Wo diese Mittelsenkrechte den Weg w schneidet, liegt P.

b) **Ergebnis: Kreis um L mit Radius 20 m ohne das Haus; hinter der oberen linken Hausecke nur ein kleiner Kreis um diese Ecke (siehe Abbildung)**

- Verdopple die Massstab-Strecke für 10 m, so erhältst du die Länge für 20 m.
- Zeichne um L einen Kreis mit diesem Radius. So weit kommt Rex, solange das Haus nicht im Weg ist.
- Ins Haus kann Rex nicht. Will er links am Haus vorbei nach unten, spannt sich die Leine um die obere linke Hausecke.
- Zeichne die Gerade durch L und die obere linke Hausecke. Sie schneidet den Kreis im Hilfspunkt Q.
- Zeichne einen zweiten, kleinen Kreis um die obere linke Hausecke durch Q. Sein Radius ist der Rest der Leine.
- Markiere das Gebiet: den grossen Kreis ohne das Haus, aber links unten (hinter der Ecke) nur den Teil innerhalb des kleinen Kreises.

6 Netz eines Quaders

4 Punkte

a) **Ergebnis:** $8000\,\text{cm}^3$

- Die schmalen Flächen sind 8 cm breit. Das ist die kleinste Kante des Quaders.
- Die Höhe 56 cm besteht aus der Länge des grossen Rechtecks und zwei Mal 8 cm: $56\,\text{cm} - 2 \cdot 8\,\text{cm} = 40\,\text{cm}$.
- Die Breite 65 cm besteht aus der Länge 40 cm und der Breite des grossen Rechtecks: $65\,\text{cm} - 40\,\text{cm} = 25\,\text{cm}$.
- Volumen: $40\,\text{cm} \cdot 25\,\text{cm} \cdot 8\,\text{cm} = 8000\,\text{cm}^3$.

b) **Ergebnis: Die obere Kante des Rechtecks oben in der Mitte (siehe Abbildung)**

- Stell dir vor, wie das Netz gefaltet wird: Das rechte grosse Rechteck wird zur Seitenfläche, das Rechteck oben in der Mitte zum Deckel.
- Die obere Kante k des rechten Rechtecks trifft auf die obere Kante des Rechtecks oben in der Mitte (rechts neben dem langen Streifen).

c) **Ergebnis: Die obere linke Ecke des Netzes und die untere rechte Ecke des rechten Rechtecks (siehe Abbildung)**

- An jeder Ecke eines Quaders treffen drei Flächen zusammen. Darum gibt es im Netz drei Punkte, die zur gleichen Ecke werden.
- Falte in Gedanken: Die Ecke E unten links an der unteren Fläche trifft sich mit der äussersten Ecke oben links am langen Streifen und mit der Ecke unten rechts am rechten grossen Rechteck.

---

7 Rechenquadrate

4 Punkte

a) **Ergebnis: oben links 7; grau: oben 12, links 10, rechts 13, unten 11; Mitte 46**

- Sofort eintragen: grau rechts $= 5 + 8 = 13$, grau unten $= 3 + 8 = 11$.
- Geschickt: Jede weisse Eckzahl zählt in zwei grauen Dreiecken mit. Darum ist die Mitte das Doppelte der Summe der vier Eckzahlen.

- $2 \cdot (3 + 8 + 5 + \square) = 46$, also $3 + 8 + 5 + \square = 23$ und $\square = 7$.
- Dann: grau oben $= 7 + 5 = 12$, grau links $= 7 + 3 = 10$.
- Kontrolle: $12 + 10 + 13 + 11 = 46$.

b) **Ergebnis: oben links 1, oben rechts 5; grau: oben 6, links 3, rechts 12, unten 9**

- Die Mitte ist das Doppelte der Summe der Eckzahlen. Also ist die Summe der Eckzahlen $30 : 2 = 15$.
- Unten stehen 2 und 7, zusammen 9. Die beiden oberen Eckzahlen ergeben also zusammen $15 - 9 = 6$.
- Ungerade Paare mit Summe 6: (1, 5), (3, 3), (5, 1).
- (3, 3) geht nicht, die Zahlen wären gleich. Bei (5, 1) wäre grau links $= 5 + 2 = 7$, das gibt es schon unten rechts.
- Also oben links 1, oben rechts 5. Dann: grau oben $= 6$, grau links $= 1 + 2 = 3$, grau rechts $= 5 + 7 = 12$, grau unten $= 2 + 7 = 9$.
- Kontrolle: $6 + 3 + 12 + 9 = 30$, und alle neun Zahlen 1, 5, 2, 7, 6, 3, 12, 9, 30 sind verschieden.

---

8 Gabeln und Messer kaufen

4 Punkte

Ergebnis: 156 Gabeln

- Die Anzahl muss in beide Packungsgrössen passen, also ein Vielfaches von $\mathrm{kgV}(4, 6) = 12$ sein.
- Für 12 Gabeln und 12 Messer braucht es 3 Packungen Gabeln und 2 Packungen Messer, also **1 Packung Gabeln mehr**.
- Der Wirt kauft aber 13 Packungen Gabeln mehr. Also kauft er 13 Mal so viel: $12 \cdot 13 = 156$ Gabeln.
- Kontrolle: $156 : 4 = 39$ Packungen Gabeln, $156 : 6 = 26$ Packungen Messer, $39 - 26 = 13$.

---

9 Quadrat und Rechteck überlappen

4 Punkte

a) **Ergebnis:** $18\,\mathrm{cm}^2$

- Das Quadrat hat den Flächeninhalt $6\,\mathrm{cm} \cdot 6\,\mathrm{cm} = 36\,\mathrm{cm}^2$.
- Es besteht aus dem grauen Rechteck und dem weissen Rest. Beide Teile sind gleich gross.

- Also ist das graue Rechteck die Hälfte: $36\,\mathrm{cm}^2 : 2 = 18\,\mathrm{cm}^2$.

b) **Ergebnis:** $31.4\,\mathrm{cm}$

- Höhe des grauen Rechtecks: $6\,\mathrm{cm} - 2\,\mathrm{cm} = 4\,\mathrm{cm}$. Breite: $18\,\mathrm{cm}^2 : 4\,\mathrm{cm} = 4.5\,\mathrm{cm}$.
- Das grosse Rechteck besteht aus Grau und weissem Rest, die beide 18 cm² haben, also $36\,\mathrm{cm}^2$. Seine Breite: $36\,\mathrm{cm}^2 : 5\,\mathrm{cm} = 7.2\,\mathrm{cm}$.
- Die Gesamtfigur ist $6 + 7.2 - 4.5 = 8.7\,\mathrm{cm}$ breit und $2 + 5 = 7\,\mathrm{cm}$ hoch.
- Geschickt: Die Stufen kannst du nach aussen schieben, der Umfang ist gleich wie bei einem Rechteck mit diesen Massen.
- Umfang: $2 \cdot 7\,\mathrm{cm} + 2 \cdot 8.7\,\mathrm{cm} = 14\,\mathrm{cm} + 17.4\,\mathrm{cm} = 31.4\,\mathrm{cm}$.