

Mathematik

60 Minuten · 9 Aufgaben · 36 Punkte

Name: _____

- 60 Minuten
- Kein Taschenrechner, keine elektronischen Hilfsmittel
- Bei Aufgabe 7 kein Würfel und keine quaderförmigen Hilfsmittel
- Lösungsweg und Zwischenresultate aufschreiben
- Jede Aufgabe zählt 4 Punkte

1 Geschickt rechnen

4 Punkte

Gib das Ergebnis an: $(6.2 \cdot 2024) + (4.2 \cdot 1107) - (3.1 \cdot 4048)$

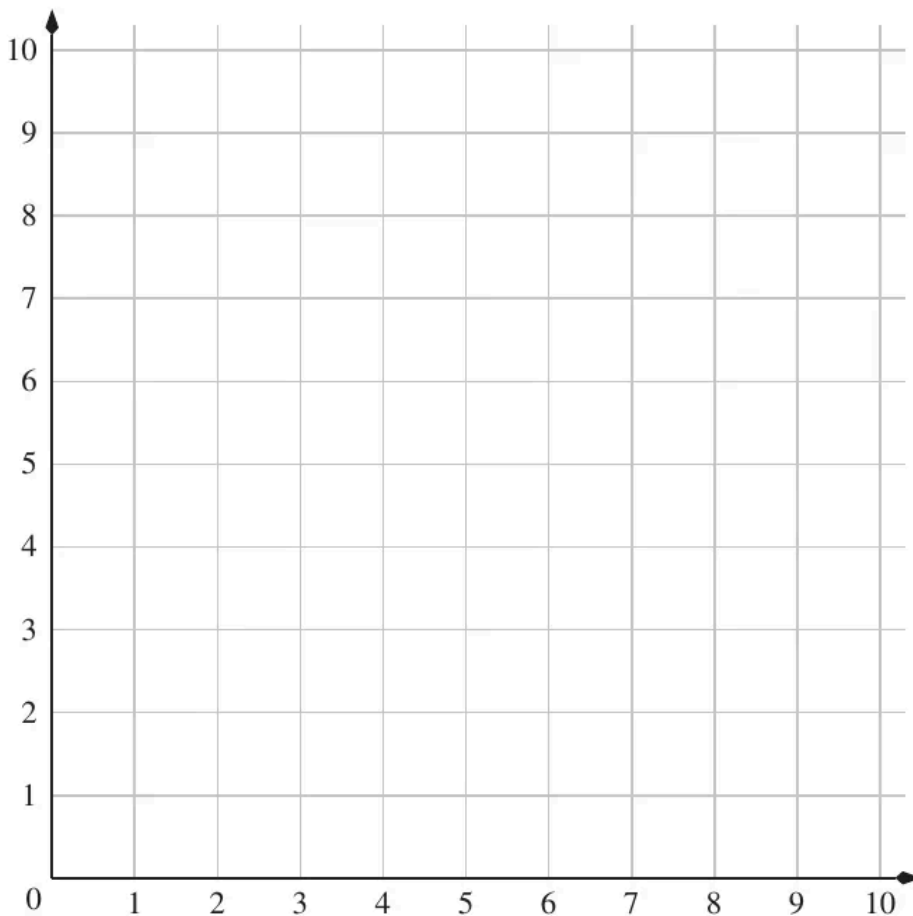
Wenn du geschickt rechnest, kannst du den Rechenaufwand stark verringern.

Ergebnis: _____

2

Parallelogramm im Koordinatensystem

4 Punkte



- a) Trage die folgenden Punkte ins Koordinatensystem ein und schreibe sie an.

$$A(5/2)$$

$$B(7/5) \quad C(4/4)$$

- b) Es gibt mehrere Möglichkeiten, das Dreieck ABC mit einem vierten Punkt zu einem Parallelogramm zu ergänzen. Zeichne alle möglichen Punkte ein und notiere die Koordinaten dieser Punkte.

3 Parkhaus-Tarife vergleichen

4 Punkte

Oliver und Claudia müssen ihr Auto im Parkhaus lassen. Es stehen ihnen zwei Parkhäuser mit unterschiedlichen Preisen zur Auswahl.

Parkhaus Zentrum: Die ersten drei Stunden sind gratis, dann 2.50 Fr. für jede weitere Stunde.

Parkhaus am Fluss: 4 Fr. für die erste Stunde, dann 1.20 Fr. für jede weitere Stunde.

- a) Oliver schätzt, dass er 12 Stunden parkieren wird. Wie viel müsste er im Parkhaus Zentrum und wie viel im Parkhaus am Fluss bezahlen?

Parkhaus Zentrum: _____ Fr.

Parkhaus am Fluss: _____ Fr.

- b) Claudia hat 10 Fr. zur Verfügung. Wie lange könnte sie dafür maximal im Parkhaus Zentrum parkieren? Wie lange könnte sie dafür maximal im Parkhaus am Fluss parkieren?

Parkhaus Zentrum: _____ h

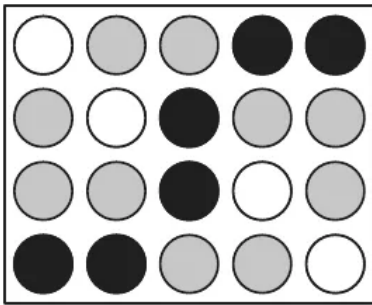
Parkhaus am Fluss: _____ h

4 Brüche: Punktmuster und Zahlenstrahl

4 Punkte

- a) Abgebildet ist ein Punktmuster aus grauen, schwarzen und weissen Punkten. Welchen Anteil aller Punkte machen
- die weissen Punkte aus,
 - die grauen Punkte aus,
 - die schwarzen Punkte aus?

Notiere jeweils als vollständig gekürzten Bruch.



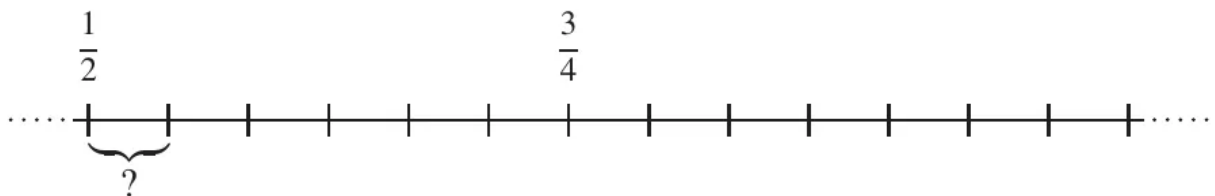
weiss: _____

grau: _____

schwarz: _____

b) Im abgebildeten Zahlenstrahl sind die Brüche $\frac{1}{2}$ und $\frac{3}{4}$ eingezeichnet.

- Wie gross ist der Abstand zwischen zwei benachbarten Strichen?
- Trage im Zahlenstrahl den Bruch $\frac{5}{6}$ ein.



Abstand: _____

5 Velofahrt Zürich–Berlin

4 Punkte

Susanne und Markus fahren einander mit dem Fahrrad entgegen. Markus startet in Zürich und Susanne im 870 km entfernten Berlin. Markus fährt mit durchschnittlich 22 km/h und Susanne mit durchschnittlich 18 km/h. Sie fahren beide gleichzeitig los.

Am ersten, zweiten und dritten Tag fahren beide täglich 6 Stunden. Am vierten Tag ist Markus krank und kann nicht weiterfahren. Wie lange muss Susanne am vierten Tag fahren, bis sie

beim kranken Markus ankommt? Gib das Resultat in Stunden und Minuten an.

Stunden: _____ h

Minuten: _____ min

6 Umfang von Gärten

4 Punkte

Lara und Emil haben beide einen Garten. Da sie beide vier Sorten Gemüse anpflanzen wollen, unterteilen sie den Garten jeweils in vier rechteckige Beete.

a) Berechne den Umfang von Laras Garten (siehe Figur, nicht massstäblich).

Umfang: _____ m

b) Berechne den Umfang von Emils Garten (siehe Figur, nicht massstäblich).

Umfang: _____ m

7 Würfel mit Symbolen

4 Punkte

Der nebenstehende Würfel wird gedreht und/oder gekippt. Auf der einen Seite sind die drei sichtbaren Symbole weiss wie abgebildet, auf der gegenüberliegenden Seite ist dasselbe Symbol schwarz.

Die Symbole zeigen auf jeweils gegenüberliegenden Seiten in die gleiche Richtung. (So zeigen zum Beispiel auf Vorder- und Rückseite die Pfeilspitzen nach oben).

Zeichne jeweils das korrekte Symbol auf die fehlende(n) Seite(n). Mache deutlich, ob das Symbol weiss oder schwarz ist.

a) Zeichne das korrekte Symbol auf die fehlende Seite.

b) Zeichne das korrekte Symbol auf die fehlende Seite.

c) Zeichne die korrekten Symbole auf die fehlenden Seiten.

d) Zeichne die korrekten Symbole auf die fehlenden Seiten.

8**Proportionale Wertepaare**

4 Punkte

Welches Wertepaar ist zu den anderen drei Wertepaaren *nicht* proportional? Umkreise es.

Verändere anschliessend vom umkreisten Wertepaar den Wert auf der rechten Seite so, dass auch dieses Wertepaar proportional zu den anderen drei Wertepaaren ist.

a)

Wertepaar	links	rechts
1.	1.6 dℓ	800 g
2.	4.8 dℓ	2 kg 400 g
3.	2.4 ℓ	12 kg 500 g
4.	19.2 ℓ	96 kg

Nicht proportionales Wertepaar (1. / 2. / 3. / 4.): _____

Korrigierter Wert rechts: _____ kg

b)

Wertepaar	links	rechts
1.	40 s	120 km
2.	4 min	1200 km
3.	15 min	4500 km
4.	120 min	36 000 km

Nicht proportionales Wertepaar (1. / 2. / 3. / 4.): _____

Korrigierter Wert rechts: _____ km

9

Zahlenmauern ergänzen

4 Punkte

In dieser Aufgabe geht es um Zahlenmauern, die durch Addition entstanden sind. Im Beispiel rechts bestehen die drei Basissteine nur aus den Ziffern 2 und 5 und der Deckstein besteht nur aus den Ziffern 1 und 9.

a) Ergänze die nebenstehende dreistöckige Zahlenmauer.

Mitte links: _____

Basis Mitte: _____

Basis rechts: _____

b) Ergänze die nebenstehende, dreistöckige Zahlenmauer so, dass

- die drei Basissteine nur aus den Ziffern 1 und 2 bestehen und
- der Deckstein nur aus den Ziffern 7 und 5 besteht.

Zeige deine Überlegungen. Sinnvolle Überlegungen können Teilpunkte geben.

Basis Mitte: _____

Basis rechts: _____

Mitte links: _____

Deckstein: _____

Lösungen

Gymiprüfung 2024 Mathematik Langgymnasium. Lösungswege von Fokus Nachhilfe nach der offiziellen Lösung des Kantons.

1 Geschickt rechnen

4 Punkte

Ergebnis: 4649.4

Geschickt: Das erste und das dritte Produkt sind gleich gross und heben sich auf.

- $6.2 \cdot 2024 = 2 \cdot 3.1 \cdot 2024 = 3.1 \cdot 2 \cdot 2024 = 3.1 \cdot 4048$
 - Also bleibt nur das mittlere Produkt: $4.2 \cdot 1107 = 4649.4$
 - (Rechnung: $4 \cdot 1107 = 4428$, $0.2 \cdot 1107 = 221.4$, zusammen 4649.4)
-

2 Parallelogramm im Koordinatensystem

4 Punkte

a) **Ergebnis: A , B und C eingetragen (siehe Lösungsgrafik).**

- $A(5/2)$: 5 nach rechts, 2 nach oben.
- $B(7/5)$: 7 nach rechts, 5 nach oben.
- $C(4/4)$: 4 nach rechts, 4 nach oben.
- Jeden Punkt mit seinem Buchstaben anschreiben.

b) **Ergebnis: $D_1(2/1)$, $D_2(8/3)$ und $D_3(6/7)$**

Im Parallelogramm sind gegenüberliegende Seiten gleich lang und parallel. Zähle die Häuschen ab:

- Von C nach B geht es 3 nach rechts und 1 nach oben. Dasselbe von A aus rückwärts: Von B nach C geht es 3 nach links und 1 nach unten, also von $A(5/2)$ aus: $D_1(2/1)$.
- Von C nach A geht es 1 nach rechts und 2 nach unten. Von $B(7/5)$ aus gleich: $D_2(8/3)$.
- Von A nach B geht es 2 nach rechts und 3 nach oben. Von $C(4/4)$ aus gleich: $D_3(6/7)$.

Es gibt also drei mögliche Punkte: $D_1(2/1)$, $D_2(8/3)$, $D_3(6/7)$.

3 Parkhaus-Tarife vergleichen

4 Punkte

a) **Ergebnis: Zentrum: 22.50 Fr., am Fluss: 17.20 Fr.**

Zentrum: 3 Stunden sind gratis.

- $12 \text{ h} - 3 \text{ h} = 9 \text{ h}$ kosten
- $9 \cdot 2.50 \text{ Fr.} = 22.50 \text{ Fr.}$

Am Fluss: Die erste Stunde kostet 4 Fr.

- $12 \text{ h} - 1 \text{ h} = 11 \text{ h}$ zu je 1.20 Fr.
- $11 \cdot 1.20 \text{ Fr.} = 13.20 \text{ Fr.}$
- $13.20 \text{ Fr.} + 4 \text{ Fr.} = 17.20 \text{ Fr.}$

b) **Ergebnis: Zentrum: 7 h, am Fluss: 6 h**

Zentrum:

- Für 10 Fr. bekommt sie $10 \text{ Fr.} : 2.50 \text{ Fr./h} = 4 \text{ h}$ bezahlte Zeit.
- Dazu kommen die 3 Gratisstunden: $4 \text{ h} + 3 \text{ h} = 7 \text{ h}$

Am Fluss:

- Die erste Stunde kostet 4 Fr., es bleiben 10 Fr. — 4 Fr. = 6 Fr.
- 6 Fr. : 1.20 Fr./h = 5 h
- Zusammen: 5 h + 1 h = 6 h

4 Brüche: Punktmuster und Zahlenstrahl

4 Punkte

a) **Ergebnis:** weiss: $\frac{1}{5}$, grau: $\frac{1}{2}$, schwarz: $\frac{3}{10}$

- Zähle: insgesamt $4 \cdot 5 = 20$ Punkte, davon 4 weiss, 10 grau und 6 schwarz.
- weiss: $\frac{4}{20} = \frac{1}{5}$
- grau: $\frac{10}{20} = \frac{1}{2}$
- schwarz: $\frac{6}{20} = \frac{3}{10}$

b) **Ergebnis:** Abstand $\frac{1}{24}$; $\frac{5}{6}$ liegt 2 Striche rechts von $\frac{3}{4}$.

- Von $\frac{1}{2}$ bis $\frac{3}{4}$ ist der Unterschied $\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.
- Das sind auf dem Zahlenstrahl 6 Schritte. Ein Schritt ist also $\frac{1}{4} : 6 = \frac{1}{24}$.
- Mit Nenner 24: $\frac{3}{4} = \frac{18}{24}$ und $\frac{5}{6} = \frac{20}{24}$.
- Es fehlen noch $\frac{2}{24}$, also 2 Schritte nach $\frac{3}{4}$. Dort markierst du $\frac{5}{6}$.

5 Velofahrt Zürich–Berlin

4 Punkte

Ergebnis: 8 h 20 min

- In drei Tagen fährt Markus $3 \cdot 6 \text{ h} \cdot 22 \text{ km/h} = 396 \text{ km}$.
- Susanne fährt $3 \cdot 6 \text{ h} \cdot 18 \text{ km/h} = 324 \text{ km}$.
- Zusammen: $396 \text{ km} + 324 \text{ km} = 720 \text{ km}$.
- Am vierten Tag fehlen noch $870 \text{ km} - 720 \text{ km} = 150 \text{ km}$, die Susanne allein fahren muss.
- In 1 h fährt sie 18 km, in 8 h also 144 km. Es bleiben 6 km, dafür braucht sie $\frac{1}{3} \text{ h} = 20 \text{ min}$.
- (Oder: In 10 min fährt sie 3 km, für 150 km also $50 \cdot 10 \text{ min} = 500 \text{ min}$.)

Susanne muss **8 h 20 min** fahren.

6 Umfang von Gärten

4 Punkte

a) Ergebnis: 37 m

Berechne aus Fläche und bekannter Seite jeweils die fehlende Seite (Seite = Fläche : andere Seite). Start beim 18-m²-Beet, dann im Uhrzeigersinn:

- $18 \text{ m}^2 : 6 \text{ m} = 3 \text{ m}$ (Höhe oben)
- $12 \text{ m}^2 : 3 \text{ m} = 4 \text{ m}$ (Breite rechts)
- $6 \text{ m}^2 : 4 \text{ m} = 1.5 \text{ m}$ (Höhe unten)
- $15 \text{ m}^2 : 1.5 \text{ m} = 10 \text{ m}$ (Breite unten links)

Umfang, alle Randstücke zusammengezählt:

$$(10 \text{ m} + 4 \text{ m}) + (1.5 \text{ m} + 3 \text{ m}) + (4 \text{ m} + 6 \text{ m}) + 3 \text{ m} + 4 \text{ m} + 1.5 \text{ m} = 37 \text{ m}$$

b) Ergebnis: 60 m

Geschickt: Die Einbuchtung oben rechts ändert den Umfang nicht. Die zwei Randstücke der Ecke sind zusammen genau so lang wie die fehlende Ecke des grossen Rechtecks.

- Der Umfang ist gleich wie beim Rechteck $18 \text{ m} \times 12 \text{ m}$:
- $2 \cdot 12 \text{ m} + 2 \cdot 18 \text{ m} = 60 \text{ m}$

7 Würfel mit Symbolen

4 Punkte

a) Ergebnis: Rechts: schwarzes Oval.

- Vorne ist der schwarze Pfeil, also die Rückseite des Originalwürfels. Oben ist weiterhin das weisse Parallelogramm.
- Der Würfel wurde also um eine halbe Drehung um die senkrechte Achse gedreht. Rechts liegt jetzt die frühere linke Seite.
- Die linke Seite ist die Gegenseite des weissen Ovals: Rechts kommt ein **schwarzes Oval**.

b) Ergebnis: Rechts: schwarzer Pfeil, der nach hinten zeigt.

- Oben ist das weisse Oval, vorne das schwarze Parallelogramm (die frühere Unterseite).
- Auf die rechte Seite kommt das Pfeil-Symbol, und zwar **schwarz** (die frühere Rückseite).
- Die Pfeilspitze zeigt in die Richtung, wo das weisse Parallelogramm (oben im Original) jetzt ist: nach hinten, in der Zeichnung also nach rechts oben (siehe Lösungsgrafik).

c) Ergebnis: Oben: schwarzes Parallelogramm, rechts: schwarzes Oval.

- Vorne zeigt der weisse Pfeil nach unten: Der Würfel wurde in der Bildebene auf den Kopf gedreht (halbe Drehung um die Achse von vorne nach hinten).
- Dabei kommt die frühere Unterseite nach oben: **schwarzes Parallelogramm**.
- Die frühere linke Seite kommt nach rechts: **schwarzes Oval**.

d) Ergebnis: Vorne: weisses Oval, rechts: schwarzes Parallelogramm.

- Oben liegt der schwarze Pfeil (die frühere Rückseite), seine Spitze zeigt nach links. Dort, wohin die Pfeilspitze zeigt, liegt im Original das weisse Parallelogramm; es ist jetzt also links, das schwarze Parallelogramm rechts.
- Vorne kommt das **weisse Oval** (die frühere rechte Seite).
- Rechts kommt das **schwarze Parallelogramm** (die frühere Unterseite), siehe Lösungsgrafik.

8 Proportionale Wertepaare

4 Punkte

a) **Ergebnis: Drittes Wertepaar: richtig wäre 12 kg.**

- Von der 1. zur 2. Zeile: $1.6 \text{ d}\ell \rightarrow 4.8 \text{ d}\ell$ ist Faktor 3. Passt: $3 \cdot 800 \text{ g} = 2400 \text{ g} = 2 \text{ kg } 400 \text{ g}$.
- Von der 2. zur 3. Zeile: $4.8 \text{ d}\ell \rightarrow 2.4 \text{ l} = 24 \text{ d}\ell$ ist Faktor 5. Aber $5 \cdot 2400 \text{ g} = 12 \text{ kg}$, nicht 12 kg 500 g.
- Kontrolle mit der 4. Zeile: $19.2 \text{ l} = 192 \text{ d}\ell$ ist $120 \cdot 1.6 \text{ d}\ell$, und $120 \cdot 800 \text{ g} = 96 \text{ kg}$. Passt.

Das dritte Paar ist falsch, der korrekte Wert ist **12 kg**.

b) **Ergebnis: Erstes Wertepaar: richtig wäre 200 km.**

- Von der 1. zur 2. Zeile: $40 \text{ s} \rightarrow 4 \text{ min} = 240 \text{ s}$ ist Faktor 6. Aber $6 \cdot 120 \text{ km} = 720 \text{ km}$, nicht 1200 km.
- Von der 2. zur 4. Zeile: $4 \text{ min} \rightarrow 120 \text{ min}$ ist Faktor 30. Passt: $30 \cdot 1200 \text{ km} = 36\,000 \text{ km}$.
- Auch die 3. Zeile passt: 15 min ist $\frac{15}{4}$ mal 4 min, und $1200 \text{ km} : 4 \cdot 15 = 4500 \text{ km}$.

Das erste Paar ist falsch, der korrekte Wert ist $1200 \text{ km} : 6 = \mathbf{200 \text{ km}}$.

9 Zahlenmauern ergänzen

4 Punkte

a) **Ergebnis: Mitte: 777; Basis: 343, 434, 344**

Jeder Stein ist die Summe der zwei Steine darunter. Rückwärts rechnest du mit Minus:

- Mitte links: $1555 - 778 = 777$
- Basis Mitte: $777 - 343 = 434$
- Basis rechts: $778 - 434 = 344$

b) Ergebnis: Basis: 112, 212, 221; Mitte: 324, 433; Deckstein: 757

- Die zwei leeren Basissteine ergeben zusammen 433 und bestehen nur aus den Ziffern 1 und 2. Möglich sind nur: 211/222, 212/221, 221/212, 222/211.
- Mitte links ist $112 + \text{Basis Mitte}$: 323, 324, 333 oder 334.
- Deckstein = Mitte links + 433: 756, 757, 766 oder 767.
- Nur **757** besteht aus den Ziffern 7 und 5.

Also: Basis 112, 212, 221; Mitte 324, 433; Deckstein 757.